

平面全息光栅制作过程中精确判断线槽的新方法

杨厚民

摘要: 本文提出了在平面全息光栅制作过程中精确判断线槽的新方法,指出了采用球面波获得直线形线槽的途径,对平面全息光栅光栅常数的检验精度给予了分析。

结果表明,该方法能够大大地提高平面全息光栅槽距及直线性的制作精度。

一、概 述

平面全息光栅的光栅常数是一个重要的性能参数,它的准确程度直接影响全息光栅的性能,在制作过程中必须给予严格的检验,因为光栅常数的变化必定引起色散率的变化,导致光谱线成像不清晰,甚致发生位移。

平面全息光栅的制作就是记录两列相干光波的干涉条纹,目前通常采用两列相干平面光波。对于给定的光波长,干涉条纹的周期由两列光波之间的夹角决定,夹角的准确程度直接反映了光栅常数的制作精度。为了制作出优质平面全息光栅,在制作过程中,直接检验两列波的夹角或干涉条纹的周期,是不能满足精度要求的。因此,能否提出一个高精度、方便实用的检验方法,就成为制成具有精确槽距平面全息光栅的重要问题。

根据两簇线重叠在一起其交点位置便形成莫尔条纹的基本原理,两块光栅叠合在一起将产生一组莫尔条纹,如果不采用两块实际光栅,而把一簇干涉条纹与一块实际光栅叠合也可以获得莫尔条纹。

本文提出的精确判定平面全息光栅线槽的方法就是基于这一重要特点,基本方法就是在干涉条纹的定域面放置一个与待制作的平面全息光栅常数相同的机刻光栅,此时,干涉条纹与机刻光栅的刻线叠加,便产生莫尔条纹,通过对莫尔条纹的宽度和方向的检验,实现对干涉条纹周期的检验。

由于莫尔条纹具有位移放大作用,因而对于制作平面全息光栅时检验干涉条纹的周期和方向,提高全息光栅的制作精度,具有重要的实际意义。

理论分析表明

- (1) 直接采用球面发散光波利用莫尔条纹检验,能够获得直线形线槽的平面全息光栅;
- (2) 采用莫尔条纹技术能够指导光路调整,从而大大提高平面全息光栅槽距的制作精度。

二、平面全息光栅直线形线槽的获得途径

我们首先讨论如何获得直线分布的干涉条纹。如图1所示,选取 x, y 为平面全息光栅的图

平面，原点 O 取在全息图的中心， z 轴垂直于全息图平面， O, R 分别为物光波与参考光波的

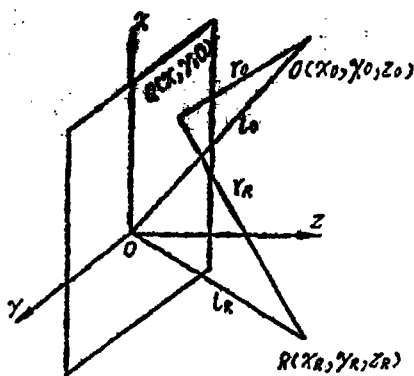


图1 坐标系的建立

曲率中心， Q 为全息图平面上的任意一点。此处，物光波与参考光波的复振幅分别为^[2]：

$$\tilde{O}(x, y) = O_o(x, y) \exp[j\varphi_o(x, y)] \quad (1)$$

$$\tilde{R}(x, y) = R_o(x, y) \exp[j\varphi_R(x, y)] \quad (2)$$

式中 $O_o(x, y)$ 和 $R_o(x, y)$ 分别表示振幅分布，它们均为实数， $\varphi_o(x, y)$ 和 $\varphi_R(x, y)$ 亦为实数，表示位相分布，它可用相对于原点处光线的位相差表示，即：

$$\varphi_o(x, y) = k_o(r_o - l_o) \quad (3)$$

$$\varphi_R(x, y) = k_o(r_R - l_R) \quad (4)$$

其中 $k_o = 2\pi/\lambda_o$ ， λ_o 为记录时的光波长， r_o, r_R, l_o 和 l_R 的含义见图 1。

在全息图平面 x, y 上，物光波与参考光波叠加后的光强度 I 可以表示为：

$$\begin{aligned} I &= (\tilde{O} + \tilde{R})(\tilde{O} + \tilde{R})^* \\ &= O_o^2 + R_o^2 + 2O_o R_o \cos(\varphi_o - \varphi_R) \end{aligned} \quad (5)$$

由图 1 可知，位相函数 φ_o 满足：

$$\begin{aligned} \varphi_o &= k_o \{ [(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 + z_o^2]^{\frac{1}{2}} - (x_o^2 + y_o^2 + z_o^2)^{\frac{1}{2}} \} \\ &= k_o \{ l_o [1 + \frac{x^2 + y^2 - 2(xx_o + yy_o)}{l_o^2}]^{\frac{1}{2}} - l_o \} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $l_o = (x_o^2 + y_o^2 + z_o^2)^{\frac{1}{2}}$

一般情况下， $\frac{x^2 + y^2 - 2(xx_o + yy_o)}{l_o^2} < 1$ ，因而可以用二项式定理将 (6) 式展开。

$$\begin{aligned} \varphi_o &= k_o \{ \frac{1}{2l_o} [x^2 + y^2 - 2(xx_o + yy_o)] - \frac{1}{8l_o^3} [(x^2 + y^2)^2 \\ &\quad - 4(x^2 + y^2)(xx_o + yy_o) + 4(xx_o + yy_o)^2 + \dots] \} \end{aligned} \quad (7)$$

在满足菲涅尔近似的条件下，(7) 式变为：

$$\varphi_o = k_o \{ \frac{1}{2l_o} [x^2 + y^2 - 2(xx_o + yy_o)] \} \quad (8)$$

同样对位相函数 φ_R 也有：

$$\varphi_R = k_o \{ \frac{1}{2l_R} [x^2 + y^2 - 2(xx_R + yy_R)] \} \quad (9)$$

由式(5)、(8)和(9)获得了全息图平面 x, y 上的干涉条纹的分布情况。我们感兴趣的是干涉条纹的周期和形状,因此可只讨论光程差 Δ ,由(8)和(9)式知 Δ 满足:

$$\begin{aligned} \Delta &= (\varphi_o - \varphi_R) / k_o \\ &= (x^2 + y^2) \left(\frac{1}{2l_o} - \frac{1}{2l_R} \right) - x \left(\frac{x_o}{l_o} - \frac{x_R}{l_R} \right) - y \left(\frac{y_o}{l_o} - \frac{y_R}{l_R} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

干涉条纹极大值满足 $\Delta = n\lambda_o$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)、于是(10)式变为:

$$(x^2 + y^2) \left(\frac{1}{2l_o} - \frac{1}{2l_R} \right) - x \left(\frac{x_o}{l_o} - \frac{x_R}{l_R} \right) - y \left(\frac{y_o}{l_o} - \frac{y_R}{l_R} \right) - n\lambda_o = 0 \quad (11)$$

由(11)式可知,可以有二种获得直线形干涉条纹的途径:

(1) 当满足平面波近似的条件时,即

$$\begin{aligned} k_o \frac{x^2 + y^2}{2l_o} \ll \pi, \quad k_o \frac{x^2 + y^2}{2l_R} \ll \pi \quad \text{由(11)式可得:} \\ x \left(\frac{x_o}{l_o} - \frac{x_R}{l_R} \right) + y \left(\frac{y_o}{l_o} - \frac{y_R}{l_R} \right) + n\lambda_o = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

因此干涉条纹的分布为一簇相互平行的等距直线。

干涉条纹的周期 $d_{\text{平}}$ 为

$$d_{\text{平}} = \lambda_o / \left[\left(\frac{x_o}{l_o} - \frac{x_R}{l_R} \right)^2 + \left(\frac{y_o}{l_o} - \frac{y_R}{l_R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

干涉条纹的方向 $\varphi_{\text{平}}$ 为:

$$\text{tg } \varphi_{\text{平}} = (x_o/l_o - x_R/l_R) / (y_o/l_o - y_R/l_R) \quad (14)$$

(2) 当满足 $l_o = l_R = l$ 时,由(11)式得:

$$x(x_o - x_R) + y(y_o - y_R) + n\lambda_o l = 0 \quad (15)$$

可见也将获得直线形的等间距干涉条纹,条纹的周期 $d_{\text{球}}$ 和方向 $\varphi_{\text{球}}$ 分别为:

$$d_{\text{球}} = \lambda_o l / \left[(x_o - x_R)^2 + (y_o - y_R)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$\text{tg } \varphi_{\text{球}} = (x_o - x_R) / (y_o - y_R) \quad (17)$$

以上两种情况说明,用平面波获得直线形干涉条纹是要满足远场及傍轴条件,为了实现这一条件就要采用准直变换透镜将入射的球面波变换为平面波。这是目前常用的方法,而用球面波获得直线形干涉条纹的实质就是使物光波与参考光波对全息图平面中心具有相同的曲率半径,它并不需要变换透镜,只需对光源的位置进行调整。因此,我们认为采用球面发散光波制作直线形线槽的平面全息光栅是可能的,其优点是不言而喻的。但是在通常情况下,由于光栅常数很小,因而很难判断干涉条纹的弯曲程度,这就是目前不能采用球面波制作平面全息光栅的原因。下面将看到,采用莫尔条纹技术能够使采用球面波制作平面全息光栅变为现实,因为它不仅能够检验出干涉条纹的周期而且还能够确定干涉条纹的弯曲程度,大大提高了光栅线槽的检验精度。

三、全息图平面上干涉条纹与标准光栅刻线的叠加

在全息图平面 x, y 上,放置一已刻好的机刻检验光栅,那么由两列相干光波在该面上产

生的干涉条纹与检验光栅刻线两组周期性结构的叠加便可以获得一组新的周期结构——莫尔条纹。

1. 由莫尔条纹对平面全息光栅线槽弯曲程度的判别。

设检验光栅放置在全息图平面 x, y 上, 那么该光栅的刻线方程为:

$$x \cos\theta + y \sin\theta = m_{\text{标}} \cdot d_{\text{标}} \quad (18)$$

其中 $m_{\text{标}}$ 为序数, $m_{\text{标}} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。 $d_{\text{标}}$ 为光栅常数。 θ 为光栅刻线与 y 轴的夹角。由 (11) 和 (18) 式可得莫尔条纹的一般位置方程:

$$\begin{aligned} (x^2 + y^2) \left(\frac{1}{2l_o} - \frac{1}{2l_R} \right) - x \left(\frac{x_o}{l_o} - \frac{x_R}{l_R} + \frac{\lambda_o \cos\theta}{d_{\text{标}}} \right) \\ - y \left(\frac{y_o}{l_o} - \frac{y_R}{l_R} + \frac{\lambda_o \sin\theta}{d_{\text{标}}} \right) - k\lambda_o = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $k = n - m_{\text{标}}$, 可见一般情况下莫尔条纹的分布是一簇同心圆。可以证明, 莫尔条纹的间距同干涉条纹的间距相比是远远被放大的了, 适当调整后很容易用肉眼观察到。

显然, 当莫尔条纹为直线形时, 应满足:

$$l_o = l_R \quad \text{或} \quad k_o \frac{x^2 + y^2}{2l_o} \ll \pi, \quad k_o \frac{x^2 + y^2}{2l_R} \ll \pi.$$

满足这样条件时, 干涉条纹也是直线形的, 因而光栅线槽为直线形。可见, 通过莫尔条纹的弯曲程度可以判断全息光栅线槽的弯曲程度。由于莫尔条纹的位移放大作用, 使得对莫尔条纹的检验变得非常容易, 而用目视判断全息光栅线槽是根本不可能的, 这就是本方法的奇效所在。这一点使得由球面发散光波制作直线形线槽的平面全息光栅变为可能。

2. 由莫尔条纹对平面全息光栅线槽距 (光栅常数) 的判别。

设直线形干涉条纹的方向与 y 轴成 α 角, (15) 式可变为:

$$x \cos\alpha + y \sin\alpha = m_1 d_1 \quad (20)$$

其中 $m_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, d_1 为待制作的平面全息光栅的光栅常数 (亦即干涉条纹的周期)。由 (18) 和 (20) 两式可得莫尔条纹的位置方程:

$$x(d_{\text{标}} \cos\alpha - d_1 \cos\theta) + y(d_{\text{标}} \sin\alpha - d_1 \sin\theta) = m d_1 \cdot d_{\text{标}} \quad (21)$$

式中 $m = m_1 - m_{\text{标}}$ 。莫尔条纹的宽度 B 和方向 φ_B 分别为:

$$B = d_1 \cdot d_{\text{标}} / [d_1^2 + d_{\text{标}}^2 - 2d_1 \cdot d_{\text{标}} \cos(\theta - \alpha)]^{1/2} \quad (22)$$

$$\text{tg } \varphi_B = (d_{\text{标}} \cos \alpha - d_1 \cos\theta) / (d_{\text{标}} \sin\alpha - d_1 \sin\theta) \quad (23)$$

当所用机刻光栅的光栅常数 $d_{\text{标}}$ 及机刻光栅刻线与 y 轴的夹角 θ 已知时, 根据式 (22)、(23) 亦即由莫尔条纹的宽度 B 、方向 φ_B 就可求得干涉条纹与 x 轴的交角 α 及条纹的间隔 d_1 。

在由莫尔条纹判断平面全息光栅槽距的实际应用中, 首先调整成条纹的方向与光栅刻线方向一致, 即 $\alpha = \theta$, 由式 (23) 很容易知道, 此时莫尔条纹方向 φ_B 满足

$$\text{tg } \varphi_B = \text{ctg } \theta.$$

$$\text{即 } \varphi_B = \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\text{莫尔条纹宽度 } B = \frac{d_1 \cdot d_{\text{标}}}{|d_1 - d_{\text{标}}|} \quad (24)$$

是谓游标条纹，此条纹是由于 d_1 与 $d_{\text{标}}$ 的微小不同而产生的差频效果。

由式(24)可以看出：若莫尔条纹为无穷宽，即视场中看不见条纹，而只有均匀一片的亮度，此时 $d_1 = d_{\text{标}}$ 。

3. 平面全息光栅光栅常数的检验精度

若干涉条纹宽度与机刻光栅常数有微小差别 $\pm \Delta d$

因为 $\Delta d \ll d_{\text{标}}$

$$\text{则由式(24)可得 } |\Delta d| \approx \frac{d_{\text{标}}^2}{B}$$

$$\text{故相对误差 } \frac{|\Delta d|}{d_1} \approx \frac{d_{\text{标}}}{B}$$

例如要制作宽度为30mm，600线/mm的平面全息光栅，如取莫尔条纹宽度 $B = 15\text{mm}$ ，则槽距的相对误差

$$\eta = \frac{d_{\text{标}}}{B} = \frac{1.67 \times 10^{-3}}{15} = 1.1 \times 10^{-4}$$

远远满足光栅对槽距的精度要求。若取 $B = 30\text{mm}$ ，即可认为莫尔条纹为无穷宽，则可以得到更高的槽距精度。

四、结 论

采用莫尔条纹技术，能够将对很小的光栅常数的测量转换为对宽度很大的莫尔条纹的测量，能够将过去在制作过程中不能判断的平面全息光栅的光栅常数及线槽的弯曲程度，变得容易测量，采用这种方法对制造高精度平面全息光栅具有较大的实际意义。

应该指出，在以上的讨论中，我们假定了全息图面处于 $z = 0$ 的 x, y 平面上，可以证明，当 z 为不等于零的变数时，将获得空间分布的干涉条纹，因而该方法也可以推广到凹面全息光栅的制作。

本文提出的方法是在顾去吾教授关于“干涉、莫尔条纹和全息”精辟论述的启发下提出的^[1]，实验过程和朱应时副研究员进行过有益的讨论，并得到李永贵工程师的大力帮助，谨致谢意。

参 考 文 献

- [1] 顾去吾，光学学报，1, No.2, 1981年3月
- [2] R.J. Collier, C.B. Burckhardt, L.H. Lin, Optical Holography, Academic Press, New York, 1971

A New Method for Accurate Determining the Grooves of the Plane Holographic Grating (PHG) During Manufacturing

Yang Houmin

Abstract

This paper proposes a new method for accurate determining the grooves of the PHG during manufacturing. It presents a way to obtain the straight line grooves using spherical wave and discusses the accuracy of the grating spaces of the PHG. The results show that the testing accuracy of the grating space and the linearity of the grooves will be greatly improved using this method.