

# 周期膜系通带波纹的修正

## ——周期膜系通带极值点位置的确定 及其波纹的修正方法 (二)

齐 钰 郑 琪

**摘要:** 根据等效原理, 论述了对称周期膜系通带极值点位置的确定及其波纹修正的几种方法。提出一种较为实用的偏微分计算方法。给出短波通膜系的理论透过曲线和实验结果。

在上篇文章<sup>[1]</sup>我们详细讨论了膜系通带极值点的确定, 下面讨论如何对其极值点的反射率予以修正, 使得波纹系数变小。

进行膜系修正的方法总的来说有三种:

(1) 对原膜系增加匹配层; (2) 修正原膜系的部分膜层折射率  $n_j$ ; (3) 修正原膜系的部分膜层厚度  $n_j d_j$ 。

下面对这三种修正方法分别予以讨论。

### 一、改变膜层折射率的修正方法

修正多层膜折射率方法的基本思想:

对于一个给定的膜系, 设膜系层数为  $n_s$ , 第  $j$  层膜折射率为  $n_j$ , 光学厚度为  $n_j d_j$ 。

要通过改变膜层折射率对膜系进行修正, 就要求知道膜系反射率  $R$  对每一层膜折射率的变化关系。这种关系在数学上表示为反射率  $R$  对折射率  $n_j$  的导数, 即  $\partial R / \partial n_j$ 。

在修正膜系的过程中, 如果修正的只是一个波点, 那么修正的方法就是选择  $\partial R / \partial n_j$  中绝对值较大的膜层进行修正。这一层膜的折射率变化对膜系反射率变化影响比较大, 可以通过修正这一层折射率而达到修正要求。

设在波点  $\lambda_k$  处膜系的剩余反射率为  $R_k$ , 该点处反射率  $R_k$  对第  $j$  层膜的折射率变化最敏感, 即  $(\partial R_k / \partial n_j) = A_j$ , 且  $|A_j|$  最大。如果要求修正后的剩余反射为零, 则可假设第  $j$  层膜的折射率变化量为  $\Delta n_j$ , 反射率变化为  $\Delta R$ , 故而有:

$$\frac{\partial R}{\partial n_j} = \frac{\Delta R}{\Delta n_j} = A_j$$

$$\Delta n_j = \frac{\Delta R}{A_j} = -\frac{\Delta R}{\frac{\partial R}{\partial n_j}}$$

$\Delta n_j$  即是在  $\lambda_k$  处第  $j$  层膜折射率的修正量。修正后第  $j$  层膜的折射率变为:

$$n'_j = n_j + \Delta n_j$$

$\Delta n_j$  的符号可正可负, 与  $\Delta R$  和  $\partial R / \partial n_j$  的符号相关。

在利用这种方法修正过程中，并不能保证一次修正就达到设计要求，需要经过几次反复修正方可达到设计要求的光谱特性。

如果要求修正的波点不是一个，而是许多点要求同时进行修正，这就要求对这些点分别计算 $\partial R/\partial n_j$ ,  $j=1, 2, \dots, n_k$ 。由此建立如下方程组：

$$\begin{cases} \Delta R_1 = \sum_{j=1}^{Nk} A(1, j) \cdot \Delta n_j \\ \vdots \\ \Delta R_i = \sum_{j=1}^{Nk} A(i, j) \cdot \Delta n_j \end{cases}$$

其中 $i$ 为修正的波点序列， $i=1, 2, 3, \dots$ 。

用上述方法计算短波通膜系 $G(L/2 H L/2)^7 A$ 每层膜的修正结果如表 1。

表 1  $G(\frac{L}{2} H \frac{L}{2})^7 A$ 膜系修正 7 层膜折射率参数，其中 $n_H = 2.2, n_L = 1.46, n_s = 1.52, n_0 = 1$

$\Delta n_j$	$n'_j = n_j + \Delta n_j$
$\Delta n_1 = -0.0377$	$n'_1 = 1.4223$
$\Delta n_2 = -0.157$	$n'_2 = 2.043$
$\Delta n_3 = -0.034$	$n'_3 = 1.426$
$\Delta n_7 = -0.094$	$n'_7 = 1.366$
$\Delta n_9 = -0.077$	$n'_9 = 1.383$
$\Delta n_{14} = -0.109$	$n'_{14} = 2.096$
$\Delta n_{15} = 0.177$	$n'_{15} = 1.641$

修正过程中除上述 7 层折射率进行修正以外，对其它膜层折射率保持不变。经过修正后的膜系计算光谱特性如图 1 所示。

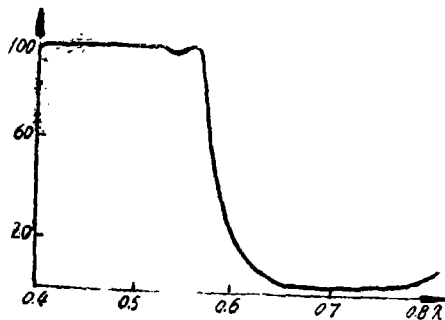


图 1 对原膜系修正 7 层膜后的计算光谱透过

由图 1 可以看出，修正后的光谱曲线相当好。但是，由修正结果看出修正后的膜系具有八种不同的折射率值。一般情况下至少需要 4~5 种光学薄膜材料，这在一般的镀膜设备上难以实现的。这就要求我们在应用此方法时必须考虑现有的设备及实际膜料的可能，并选择尽可能少的膜层进行修正，把修正后的膜系折射率值限定在 3~4 种之内。

表 2 为修正原膜系其中三层的计算结果。

表 2 对原15层膜中的三层折射率修正参数

$\Delta n_j$	$n'_j = n_j + \Delta n_j$
$\Delta n_8 = 0.137$	$n'_8 = 2.34$
$\Delta n_9 = -0.060$	$n'_9 = 1.40$
$\Delta n_{15} = 0.298$	$n'_{15} = 1.76$

修正后的光谱曲线如图 2 所示

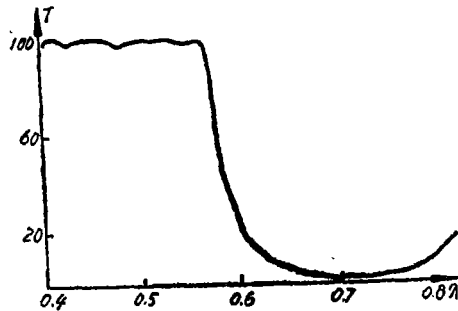


图 2 修正三层折射率后的透过曲线

由以上修正结果可以知道,采用这种方法虽然可以得到比较理想的光谱曲线,但是对于不同的膜系,修正后往往出现一些无法实现的折射率数值。尽管采用汽相混合或者固相混合蒸发手段能够实现某些特定折射率膜层的制备,但总的来说,这种方法还是受到很大的限制。

## 二、改变膜层光学厚度的修正方法

仍以同一周期膜系为例进行修正讨论。修正膜层光学厚度同修正折射率的思想一致,只不过这里是改变膜层的厚度而不是改变膜层的折射率。考虑到制备工艺的方便,仅选择主要膜层进行修正,其修正结果如下:

$\Delta nd_{13} = 20\text{nm}$ ,  $\Delta nd_{14} = 37.5\text{nm}$ , 其它膜层厚度不变,修正曲线如图 3 所示。

由图 3 可见,修正后的光谱曲线也相当好。但是尽管考虑到制备工艺上的方便,仅对靠近基底的两层膜进行了修正,可是毕竟需要专用的任意膜厚监控设备。由于目前镀膜用的设备大多采用极值法监控,一般情况下只能控制规整膜厚,而对非规整结构的膜系,用极值法监控就会产生较大的误差,因此这种修正厚度的方法,一般说来仍然难以实现。

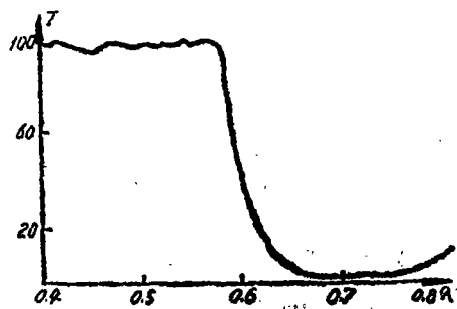


图 3 厚度修正后的透过曲线

## 三、增加匹配层的修正方法

增加匹配层的方法是一种简便易行的修正方法,它是根据等效折射率的概念针对原膜系

的主要失配点施加匹配层对原膜系进行修正。采用匹配层的修正方法要从两方面考虑以达到改善其光谱性能的目的。

1. 在膜系的空气端加匹配层, 使膜系与空气相匹配;
2. 在膜系基底一侧加匹配层, 使膜系与基底相匹配。

这两种方法的选择要依据膜系在失配点处的等效折射率  $E$  的大小来确定:

如果  $|E - n_0| < |E - n_s|$  时, 则在膜系基底侧对原膜系进行匹配修正; 反之, 则在空气端进行匹配修正; 如果  $|E - n_0| \approx |E - n_s|$  时, 则需同时在二侧进行匹配修正。

设匹配层折射率分别为  $E', E''$ , 相位厚度为  $\delta', \delta''$ , 并分别由下式给出:

$$\begin{cases} E' = \sqrt{n_0 \cdot E} \\ \delta' = \frac{\pi}{2} k' \end{cases} \quad (\text{空气侧匹配, } k' = 1, 3, 5 \dots)$$

$$\begin{cases} E'' = \sqrt{E \cdot n_s} \\ \delta'' = \frac{\pi}{2} k'' \end{cases} \quad (\text{基底侧匹配, } k'' = 1, 3, 5 \dots)$$

以短波通膜系  $G(L/2 H L/2)_s A$  为例, 由计算结果<sup>[1]</sup>可见, 该膜系通带在波长  $\lambda = 554.3\text{nm}$  处反射率最大,  $R = 17.9\%$ , 该点为膜系的主要失配点。并知在波长  $554.3\text{nm}$  处膜系的各参量为:

等效折射率  $E = 0.78$ , 等效光学厚度  $D = 111.84\text{nm}$ 。

由于在  $554.3\text{nm}$  处有  $|E - 1| < |E - 1.52|$ , 故考虑在基底侧进行匹配。匹配层折射率  $E' = \sqrt{E \cdot n_s} = \sqrt{0.78 \times 1.52} = 1.089$ , 相位  $\delta = \frac{\pi}{2} k'$ , 光学厚度  $nd' = \frac{\lambda'}{4} k' = \frac{5543}{4} k'$ 。

由上述分析, 可选用周期膜系组成  $E = 1.089$  的匹配层  $(L'/2 H' L'/2)^m$ ,  $n_L'$  取  $1.46$ ,  $n_H'$  的选择由式  $E' = \sqrt{E \cdot n_s}$  和周期膜的等效折射率公式确定。经计算知道匹配层参数为:  $n_L' = 1.46, n_H' = 1.8, \lambda_0' = 686\text{nm}$ , 光学厚度  $nd' = 5543/4 = 138.6\text{nm}$

用于匹配层的单周期膜其等效光学厚度为  $70\text{nm}$ , 故匹配层的周期数  $m' = 1386/700 \approx 2$ , 匹配层结构为:  $(L'/2 H' L'/2)^2$ 。

匹配后的膜系为  $G(L'/2 H' L'/2)^2 (L/2 H L/2)_s A$ ,  $n_L = n_L' = 1.46, n_H = 2.2, n_H' = 1.8$ , 修正后的光谱曲线如图 4 所示:

以上结果是在没有精确考虑膜系极值点位置及等效相位厚度的情况下给出的, 而且认为引起膜系失配的原因只与等效折射率有关, 而与相位无关。所以其计算结果与理论分析尚有一些差别。为了更准确地进行计算, 我们根据等效原理和矩阵计算方法进行如下分析和推导。

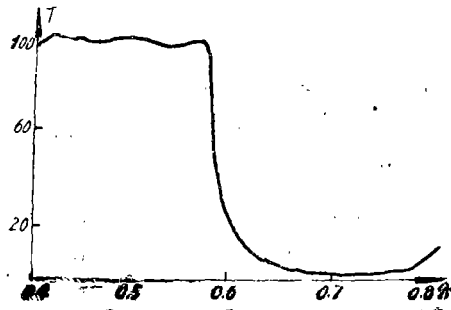


图 4 匹配修正后的透过曲线

假设主膜系在通带等效为单层膜, 其参量为: 等效折射率为  $E$ , 相位厚度为  $\delta_1 =$

$$\frac{2\pi nd_1}{\lambda'}$$

$\lambda'$  为失配点波长, 入射角  $\theta$  为零, 则等效矩阵元为:

$$A_1 = A_4 = \cos\delta, \quad A_3 = E \sin\delta, \quad A_2 = \frac{\sin\delta_1}{E}$$

若设匹配层折射率为  $n_2$ , 等效相位厚度  $\delta_2 = \frac{2\pi n_2 d_2}{\lambda'}$ , 则匹配层矩阵元为:

$$B_1 = B_4 = \cos\delta_2, \quad B_2 = \frac{\sin\delta_2}{n_2}, \quad B_3 = n_2 \sin\delta_2.$$

假设在膜系基底侧加匹配层后, 其等效光纳为  $\gamma$ , 则反射率为:

$$R = \left( \frac{n_0 - \gamma}{n_0 + \gamma} \right)^2$$

设匹配后该点处的反射率为零, 即有  $R = \left( \frac{n_0 - \gamma}{n_0 + \gamma} \right)^2 = 0$ , 则  $\gamma = n_0 = 1$ 。

按照光学薄膜的矩阵计算方法, 可以把等效单层膜及匹配层的关系表示如下:

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & iA_2 \\ iA_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 & iB_1 \\ iB_3 & B_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ n_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1 B_1 - A_2 B_2 & i(A_1 B_2 + A_2 B_4) \\ i(A_3 B_1 + A_4 B_3) & A_4 B_4 - A_3 B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ n_0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_1 B_1 - A_2 B_2 + i n_0 (A_1 B_2 + A_2 B_4) \\ n_0 (A_4 B_4 - A_3 B_2) + i (A_3 B_1 + A_4 B_2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

则光纳  $\gamma = \frac{C}{B}$

$$= \frac{n_0 (A_4 B_4 - A_3 B_2) + i (A_3 B_1 + A_4 B_2)}{A_1 B_1 - A_2 B_2 + i (A_1 B_2 + A_2 B_4) n_0} \quad (3)$$

令  $\gamma = 1$ , 则有:

$$\frac{n_0 (A_4 B_4 - A_3 B_2) + i (A_3 B_1 + A_4 B_2)}{A_1 B_1 - A_2 B_2 + i (A_1 B_2 + A_2 B_4) n_0} = 1 \quad (4)$$

由 (4) 式经过相应的数学变换和推导可得出下列各式:

$$n_2^2 = \frac{n_0 (n_0 - E_1^2 \sin^2 \delta_1 - \cos^2 \delta_1)}{\frac{n_0 \sin^2 \delta_1}{E_1^2} + n_0 \cos^2 \delta_1 - 1} \quad (5)$$

$$n_2 = \left[ \frac{n_0 (n_0 - E_1^2 \sin^2 \delta_1 - \cos^2 \delta_1)}{\frac{n_0 \sin^2 \delta_1}{E_1^2} + n_0 \cos^2 \delta_1 - 1} \right]^{1/2} \quad (6)$$

$N_2$  即为所加匹配层的折射率值。

匹配层的光学厚度为:

$$n d_2 = \frac{\lambda' \arctan [\operatorname{tg} \delta_1 \cdot n_2 (n_0 - E^2) / (E \cdot n_2^2 - E n_0)]}{2\pi} + \frac{k \lambda'}{2} \quad (7)$$

当  $k=1$  时有:

$$nd_2 = \frac{\lambda' \arctan[\operatorname{tg} \delta_1 \cdot n_2(n_1 - E^2)/(E \cdot n_2^2 - En_1)]}{2\lambda} + \frac{\lambda'}{2} \quad (8)$$

同理, 在主膜系空气端进行匹配可以得到匹配层折射率和匹配层光学厚度。

匹配层折射率为:

$$n_2' = \left[ \frac{n_1^2 \cos^2 \delta_1 - n_2 + E^2 \cos^2 \delta_1}{n_2 - \frac{n_1^2}{E^2 \cos^2 \delta_1} - \cos^2 \delta_1} \right]^{1/2} \quad (9)$$

匹配层的光学厚度为:

$$nd_2' = \left\{ \lambda' \arctan \left[ \frac{\left( \frac{n_1}{E} - E \right) \operatorname{tg} \delta_1}{n_2 - \frac{n_1}{n_2}} \right] \right\} / 2\pi + \frac{\lambda'}{2} \quad (10)$$

利用 (6) — (10) 式就可分别计算出匹配层的各个参量。

利用此方法仍以短波通膜系  $G(L/2 H L/2)^7 A$  为例进行说明。该膜系在下列相对波长处存在反射极大值:

$$g_1 = 1.57, g_2 = 1.44, g_3 = 1.4, g_4 = 1.34, g_5 = 1.31, g_6 = 1.23, g_7 = 1.19.$$

我们在这些波点处利用上述公式计算得到各失配点处匹配层参数列入表 3。

表 3 计算所得各波点匹配折射率和光学厚度

波 长	基 底 侧 匹 配		空 气 侧 匹 配	
	折射率 $n_2$	光学厚度 $nd_2$	折射率 $n_2'$	光学厚度 $nd_2'$
435.2nm	1.2339	113.506nm	1.2357	340.9nm
473.33nm	1.2333	353.19nm	1.2368	340.89nm
486.6nm	1.2468	361.164nm	0.4331	229.19nm
509.94nm	1.1844	380.5nm	0.7714	359.4nm
554.3nm	0.9718	152.443nm	0.6121	179.518nm

未加匹配层时, 主膜系在  $\lambda' = 554.3nm$  处反射峰最大,  $R = 17.9\%$ , 故重点修正该点使膜系匹配, 按上表中的计算结果增加匹配层后的计算曲线如图 5 所示。

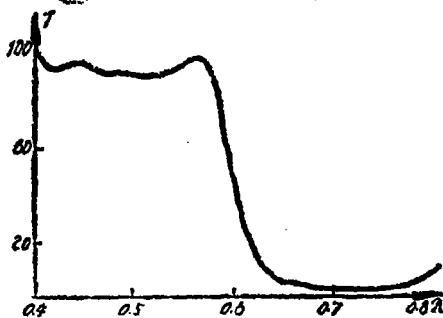


图 5 膜系  $G(L/2 H L/2)^7 A$ .

$$n_L = n'_L = 1.46, n_H = 2.2, n'_H = 2.15.$$

$$\lambda_0 = 686nm, \lambda'_1 = 610nm$$

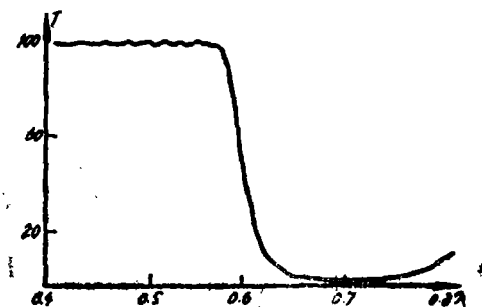


图 6 膜系为  $A(L/2 H L/2)^7 L/2 2H L G$

$$n_L = n'_L = 1.46, n_H = 2.2, n'_H = 1.7.$$

由图 5 所示曲线可知,修正后膜系在点 554.3nm 处的反射率由原来的 17.9% 降为 0.5%, 在该点达到了十分良好的匹配。但是在某些波点处,膜系的反射率则有所增加,使得通带波纹较大。因此,为使通带得到改善,应该兼顾其它波点重新选择匹配参数。

对于整个膜系修正要综合考虑各个失配点的情况,以选择合适的匹配折射率、匹配厚度为原则。这里我们只对匹配层的折射率作一综合考虑,而匹配层厚度仍取 152.4nm。

这里我们取匹配层折射率为各失配点匹配折射率的平均值,即

$$n = \frac{(1.23 + 1.23 + 1.24 + 1.18 + 0.97)}{5} = 1.17$$

修正后的光谱曲线如图 6 所示

由图示结果看出,尽管未在空气侧施加修正,但是其修正结果也相当理想。

图 7 是在  $CB_0$  玻璃上,采用上述修正方法实做的硬膜带通滤光片的实测光谱透过曲线。结果表明所做带通滤光片的实测曲线与理论设计曲线相当吻合,在比较宽的光谱范围内实现了高透过率和较小的波纹,平均透过率达到 97% 以上。而且比较成功地解决了实验重复性问题。

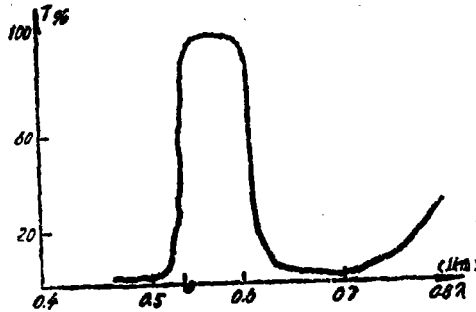


图 7 实测滤光曲线

## 四、结 论

采用微分计算方法确定周期膜系极值点波长位置具有较好的准确性。实践进一步表明,采用膜系匹配层的修正方法和微分计算法计算匹配参数是对膜系通带极值点进行修正行之有效的方法。并可以认为这种微分计算方法是对周期膜系通带极值点位置确定方法的一个补充。

### 参 考 文 献

- [1] 郑琪; 齐钰, 光学机械, No.2, 1990.

**The Revision of Pass-band Corrugation for the Period Multilayer  
---The Second Part of the Determination of the Extremum  
Values and Revision of Pass-band Corrugation  
for the Period Multilayer**

Qi Yu Zheng Qi

**Abstract**

According to the equivalent theory several methods were given to determine the extremum position and the revision of pass-band corrugation for the symmetry period multilayer, also a useful calculation method---partial derivative method, was presented followed by a theoretical transmit curve and an experiment result of the short pass-band multilayer.