

六足步行机缩放式腿机构的运动学、动力学及控制算法*

甘建国 王悦凤 千东英

摘要: 本文综合了用于六足步行机器人步行机构的圆柱型缩放机构的运动学及动力学研究, 详细讨论了该机构的运动轨迹规化问题, 给出了机构的位置控制参数求解的方法。

一、引 言

缩放机构由于具有在其运动主平面具有运动解耦性、易于控制、具有较高的能量利用率等良好性能, 因而被广泛应用于多足步行机的腿足机构。要研制出适用于六足步行机的缩放式机构, 对其运动学、动力学进行研究是必须的。从工程应用的角度考虑, 对机构的运动轨迹进行规化, 并找出合理的控制算法也是必须的。本文将在综合该机构的运动学、动力学研究的基础上, 详细研究机构的运动轨迹规化, 并对机构位置控制参数进行求解, 从而找到一种合适的控制算法。

二、圆柱型缩放步行机构运动学

对该机构进行运动学分析不仅是为动力分析提供研究方法, 也是运动控制必不可少的环节。文献^[1]对这一问题进行了较为详尽的分析, 我们在这里做一简单的综合。

图 1 是机构的运动简图, 定义缩放比为 K , $K = AD/AC = DM/DE$; 设作动器的输入量为 $\vec{p} = [P_x \theta P_z]^T$, 按照几何关系, 当 \vec{p} 已知时, 便可由 (1) 式及 (2) 式分别求出足端 M 点在静坐标系 $oxyz$ 及动坐标系 $o_1x_1y_1z_1$ 中的坐标 (动坐标系是由静坐标系绕 oz 轴旋转 θ 角, 再沿 oz 轴移动 P_z 而形成的)。

$$\begin{aligned} \vec{M} &= [M_x, M_y, M_z]^T \\ &= [KP_x \cos \theta \quad KP_x \sin \theta \quad P_z(1-K)]^T \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_1 &= [M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}]^T \\ &= [KP_x, 0, -KP_x]^T \quad (2) \end{aligned}$$

将 (2) 式对时间求导, 就可得速度方程:

$$\dot{\vec{M}} = [\dot{v}] \dot{P} \quad (3)$$

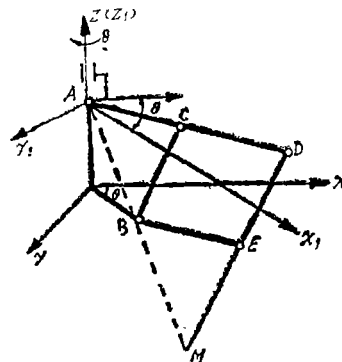


图 1

$[V]$ 称为速度矩阵, $\dot{p} = [\dot{P}_x, \dot{\theta}, \dot{P}_z, 1]^T$ 称为作动器速度矢量。

(3) 式对时间求导可得加速度方程:

$$\ddot{M} = [A] \ddot{p} \quad (4)$$

$[A]$ 称为加速度矩阵, $\ddot{p} = [\ddot{P}_x, \ddot{\theta}, \ddot{P}_z, 1]^T$ 称为作动器加速度矢量。

由(1)、(3)、(4)式便可以求出足端M点的运动学参数。

三、圆柱型缩放步行机构动力学

随着步行机构速度的提高, 惯性力的影响将变得比较突出, 而且动力学方程的建立和求解, 对于选择合适的驱动系统以及合理地解决控制问题有着重要的意义, 文献^[2]对该机构的动力学问题进行了深入细致的讨论, 在此我们作一简单的综合。

图2是机构在其运动主平面的结构原理图, 由此按照几何关系可以求出机构的几何参数和运动学参数:

$$k = l/l_1 \quad (5)$$

$$l_1 \cos \theta_2 = l_1 \cos \theta_1 + x_F \quad (6)$$

$$l_1 \sin \theta_2 = z_A - l_1 \sin \theta_1 \quad (7)$$

$$\cos \varphi = 1 - \frac{z_A^2 + x_F^2}{2l_1^2} \quad (8)$$

由(6)、(7)两式, 可以求出 $\sin \theta_1$ 、 $\sin \theta_2$ 、 $\cos \theta_1$ 、 $\cos \theta_2$ 。设各杆重心和其质心重合, 按照几何关系, 可以求出各杆的质心坐标为:

$$x_{AD}^c = kl_1 \cos \theta_2 / 2 \quad (9)$$

$$z_{AD}^c = z_A - kl_1 \sin \theta_2 / 2 \quad (10)$$

$$x_{DF}^c = kx_C + kl_1 \cos \theta_1 / 2 \quad (11)$$

$$z_{DF}^c = (1-k)z_A + kl_1 \sin \theta_1 / 2 \quad (12)$$

$$x_{CB}^c = x_C + l_1 \cos \theta_1 / 2 \quad (13)$$

$$z_{CB}^c = l_1 \sin \theta_1 / 2 \quad (14)$$

$$x_{CF}^c = x_C + l_1(k-1) \cos \theta_2 / 2 \quad (15)$$

$$z_{CF}^c = -l_1(k-1) \sin \theta_2 / 2 \quad (16)$$

(6)~(8)式对时间求一阶和二阶导数并解相应的联立方程组, 可以求出角速度 $\dot{\varphi}$ 、 $\dot{\theta}_1$ 、 $\dot{\theta}_2$ 及角加速度 $\ddot{\varphi}$ 、 $\ddot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_2$; (9)~(16)式对时间求一阶和二阶导数, 可分别

得到各杆质心速度和加速度。由于篇幅所限, 上述结果表达式均略去不写。

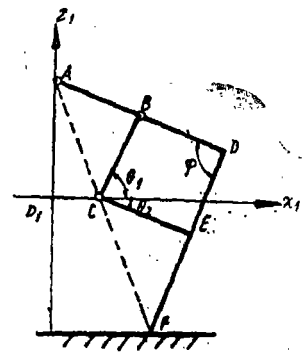
设步行机以速度 v 行走, 则可写出各杆的动能 T_{AD} 、 T_{DF} 、 T_{CB} 、 T_{CF} , 由此可得腿部总动能为:

$$T = T_{AD} + T_{DF} + T_{CB} + T_{CF} \quad (17)$$

腿部势能为:

$$V = V_{AD} + V_{DF} + V_{CB} + V_{CF} \quad (18)$$

拉格朗日函数为:



$AD = DF = l$ $AB = BC = l_1$
 $O_1A = h_1$

图2

$$L = T - V \quad (19)$$

当腿处于支撑相时, 有 $\ddot{x}_0 = 0$, $k\dot{x}_0 = u$, 设水平惯性力为 Q_x , 水平作动器驱动力为 F_{0x} , 由拉氏方程可以得到此时机构的动力学方程为:

$$F_{0x} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_0} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_0} - Q_x \cdot k \quad (20)$$

当腿处于游足相时, 由拉氏方程可以得到此时机构的动力学方程为:

$$F_{0x} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_0} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_0} \quad (21)$$

当运动学参数和几何参数已知时, 可按(20)式及(21)式分别计算出腿处于支撑相及游足相时水平驱动器的驱动力。图3便是对(21)式计算而得出的 $F_{0x}-x$ 函数曲线, 该曲线是以我们正在研制的圆柱型缩放步行机构的实验模型结构参数为依据而获得的, 其中: $l_1 = 119\text{mm}$, $l = 382\text{mm}$, $k = 3.211$, $\dot{x}_0 = 20\text{mm/s}$, $u = 0$, $z_A = 0$, $z_B = 108\text{mm}$, 各杆的质量分别为 $m_{AD} = m_{DF} = 1.5\text{kg}$, $m_{OB} = 0.5\text{kg}$, $m_{CF} = 1.1\text{kg}$ 。

从该曲线可以看出: 当 $x_0 = 0$ 时, F_{0x} 为最大。

四、机构运动的控制算法

机构的运动控制基本上可分为三种类型, 即位置控制、速度控制和力控制, 根据该机构的应用场合, 我们选择位置控制中的轨迹控制。下面首先讨论机构的运动轨迹规化问题。

1. 机构的运动轨迹规化

用作六足步行机腿机构的缩放机构需要满足步行机的运动性能要求, 其运动规律为: 支撑着地, 驱动机体前移, 抬腿, 回到初始位置共4个过程。为保证步行机匀速、平稳地运动且具有最优的能量利用率, 步行机构在处于支撑相驱动机体前移时其足端轨迹应为准直线, 上述4个过程形成的轨迹应该是光滑、连续的且其腿行程应等于最佳腿行程 R_0 。按照上述要求, 我们可以对其游足相轨迹进行规化。

(1) 前进方向的轨迹规化

设步行机的运动速度为 v , 运动周期为 T , 最佳腿行程为 R_0 , 定义步行机的支撑率为一腿足的支撑时间 t_2 在运动周期 T 中的比, 即 $\beta = t_2/T$, 则游足相时间 $t_1 = T - t_2 = (1 - \beta)T$ 。按照有关定义, 步行机的步距 $\lambda = R_0/\beta$, 由运动学关系可得:

$$v = R_0/\beta T \quad (22)$$

按照前述的对轨迹的要求, 应有:

$$u_x(0) = u_x(\beta T) = -v \quad (23)$$

$$\dot{u}_x(0) = \dot{u}_x(\beta T) = 0 \quad (24)$$

$$x(T) = R_0/\beta \quad (25)$$

由此, 给出前进方向的速度函数为:

$$u_x(t) = \frac{2-\beta}{1-\beta} v [1 - \cos \frac{2\pi}{t_1} (t - \beta T)] - v \quad (26)$$

由(25)、(26)两式, 我们可以得到机构在前进方向的足端轨迹函数为:

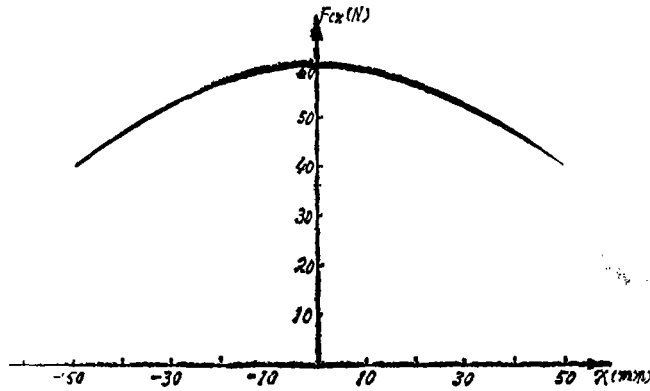


图 3

$$x(t) = \frac{vt}{1-\beta} - \frac{t_1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{t_1} (t - \beta T) - \frac{v\beta T}{1-\beta} \quad (27)$$

从(26)、(27)两式看, $u_z(t)$ 及 $x(t)$ 均满足光滑、连续及(23)~(25)式的要求。

(2) 铅垂方向的轨迹规化

同理, 铅垂方向 (即 z 向) 的轨迹应满足:

$$u_z(\beta T) = u_z(T) = 0 \quad (28)$$

$$z(\beta T) = z(T) = 0 \quad (29)$$

$$z\left(\frac{1+\beta}{2}T\right) = h/2 \quad (30)$$

$$\dot{u}_z(\beta T) = \dot{u}_z$$

这里 h 是 z 向的最大行程, 从节能的角度考虑, 在实际运动过程中, 可以将 h 选得小一些。

于是, 可以给出机构的 z 向轨迹函数 $z(t)$ 及速度函数 $u_z(t)$:

$$z(t) = -\frac{h}{2} \cos \frac{2\pi}{t_1} (t - \beta T) + \frac{h}{8} \cos \frac{4\pi}{t_1} (t - \beta T) + \frac{3}{8} h \quad (31)$$

$$u_z(t) = \frac{h\pi}{t_1} \sin \frac{2\pi}{t_1} (t - \beta T) \cdot \left[1 - \cos \frac{2\pi}{t_1} (t - \beta T)\right] \quad (32)$$

综上所述, 可以给出该机构在一个运动周期内, 在图 2 所示坐标系中前进方向 x 向及铅垂方向 z 向的足端轨迹参数方程:

$$\begin{cases} x(t) = -vt, & 0 \leq t \leq \beta T \\ x(t) = \frac{\beta v}{1-\beta} (t - T) - \frac{t_1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{t_1} (t - \beta T), & \beta T \leq t \leq T \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} z(t) = -(k-1)h_1, & 0 \leq t \leq \beta T \\ z(t) = -\frac{h}{2} \cos \frac{2\pi}{t_1} (t - \beta T) + \frac{h}{8} \cos \frac{4\pi}{t_1} (t - \beta T) + \frac{3h}{8} \\ \quad - (k-1)h_1, & \beta T \leq t \leq T \end{cases} \quad (34)$$

2. 机构位置控制参数求解

位置控制参数为 $\overline{p} = [P_x, \theta, P_z]^T$, 由几何关系可得:

$$P_x = \frac{1}{k} \cdot x(t) \quad (35)$$

$$P_z = \frac{1}{1-k} \cdot z(t) \quad (36)$$

而 θ 与规化了的轨迹无关, 即 $\theta(t)$ 是由步行机按照其地形条件来确定的, 在此不作讨论。

这样, 就可以利用(33)~(36)式的轨迹方程对机构进行轨迹运动控制, 从而实现机构的运动。将采用反馈补偿法及最优化方法等控制算法在研制的实验模型上进行机构的控制实验, 以便找出一种适于本机构的简便、实用的控制方案。

五、结 束 语

本文简要地综合了用于六足步行机腿足机构的圆柱型缩放机构的运动学及动力学研究, 找到了一组适合本机构运动特点的机构足端轨迹运动方程, 得到了求解机构的位置控制参数的方法并探讨了其控制算法。本文的研究为实现对这种缩放机构的控制提供了理论基础, 其结果将在实际运动模型中得到验证。

参 考 文 献

- [1] 董太金; 六足步行机运动学及步行机构, 工学硕士学位论文, 长春光机所, 1988
- [2] 王斌; 六足步行机运动学和动力学研究, 工学硕士学位论文, 长春光机所, 1989
- [3] 林良明; 《仿生机械学》, 上海交通大学出版社, 1989

Kinematic, Dynamic and Control Algorithm of a Pantograph Legged Mechanism for a Six-legged Walking Robot

Gan Jianguo Wang Yufeng Gan Dongying

Abstract

In this paper we synthesize the study of kinematics and dynamics of a cylindrical pantograph mechanism for a six-legged walking robot. The trajectory planning of this mechanism is discussed in detail and a method for solving the position control parameters is given.