

# 折射率自动测试中的误差

段文琴 任秀香 徐丽萍

**摘要:** 高精度、宽光谱自动折射仪是采用垂直底边入射, 对称折射的方法, 对等边三棱镜样品的三个顶角进行封闭测量, 以提高测试精度。

本文对光束平行度, 准直光与底边垂直度、样品加工角度差、测角精度、瞄准精度等诸因素所产生的误差进行了分析及计算。给出了折射率的测试不准确度。在可见及近红外光谱区:  $\Delta N \leq \pm 3 \times 10^{-6}$ 。

文中还对该测试方法与最小偏向角方法进行了比较, 并以实测数据证明了两种方法具有同样的测试精度。

## 一、引言

高精度宽光谱折射率自动测试是采用对等边三棱镜样品以准直光垂直底边入射对称折射的方法<sup>[1]</sup>。本方法易实现自动测量且能达到较高的精度。

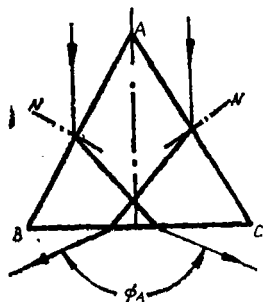


图1

如图1, 当对等边三棱镜样品的三个顶角分别测量时, 测得的三个折射角 $\phi_A$ 、 $\phi_B$ 、 $\phi_C$ , 可由公式(1)求得折射率 $N$ 值。

$$\begin{aligned} & \frac{\sin\left(\frac{\phi_A + \phi_B - \phi_C}{2}\right)}{\sqrt{N^2 - \sin^2\left(\frac{\phi_A + \phi_B - \phi_C}{2}\right)} - 1} + \frac{\sin\left(\frac{\phi_B + \phi_C - \phi_A}{2}\right)}{\sqrt{N^2 - \sin^2\left(\frac{\phi_B + \phi_C - \phi_A}{2}\right)} - 1} \\ & + \frac{\sin\left(\frac{\phi_A + \phi_C - \phi_B}{2}\right)}{\sqrt{N^2 - \sin^2\left(\frac{\phi_A + \phi_C - \phi_B}{2}\right)} - 1} \\ & = \frac{\sin\left(\frac{\phi_A + \phi_B - \phi_C}{2}\right)}{\sqrt{N^2 - \sin^2\left(\frac{\phi_A + \phi_B - \phi_C}{2}\right)} - 1} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\phi_B + \phi_C - \phi_A}{2}\right)}{\sqrt{N^2 - \sin^2\left(\frac{\phi_B + \phi_C - \phi_A}{2}\right)} - 1} \end{aligned}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\phi_A + \phi_\sigma - \phi_B}{2}\right)}{\sqrt{N^2 - \sin^2\left(\frac{\phi_A + \phi_\sigma - \phi_B}{2}\right)} - 1} \quad (1)$$

由于仪器结构、测量方法、样品加工等对折射率测量结果均有不同程度的影响，本文对产生误差的诸因素进行了分析与计算。

## 二、误差分析与计算

### 1. 理论误差

设样品加工无误差，即  $\phi_A = \phi_B = \phi_\sigma$ ，此时公式 (1) 可整理为

$$N^2 = \frac{1}{3} \left( 4\sin^2\frac{\phi_A}{2} + 2\sqrt{3}\sin\frac{\phi_A}{2} + 3 \right) \quad (2)$$

求微分为

$$dN = \frac{1}{6N} \left( 2\sin\phi_A + \sqrt{3}\cos\frac{\phi_A}{2} \right) d\phi_A \quad (3)$$

简化为

$$dN = k d\phi_A$$

对于不同的折射率值， $k$  值也不同。表 1 给出了不同折射率的  $k$  值以及  $\phi_A$  的误差对折射率引起的误差。

表 1

N		1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
k		0.39	0.37	0.33	0.27	0.18
$\Delta N$	$d\phi_A = 1''$	$1.9 \times 10^{-6}$	$1.8 \times 10^{-6}$	$1.6 \times 10^{-6}$	$1.3 \times 10^{-6}$	$0.9 \times 10^{-6}$
	$d\phi_A = 1.5''$	$2.8 \times 10^{-6}$	$2.7 \times 10^{-6}$	$2.4 \times 10^{-6}$	$2.0 \times 10^{-6}$	$1.3 \times 10^{-6}$

由上表可见，若不考虑其它因素，测角误差为  $\pm 1.5''$ ，即可达  $\Delta N \leq \pm 3 \times 10^{-6}$ 。

### 2. 光束不平行的影响

如果准直光不完全平行，有一会聚（或发散）角  $\alpha$ ，如图 2 所示，这就相当于在棱镜两面的入射角减小（或增大） $\frac{\alpha}{2}$ ，由此求得的  $\phi$  角误差  $\Delta\phi$ ，对不同折射率影响是不同的，设平行差为  $0.5''$  及  $0.6''$ ，所得计算结果列于表 2。

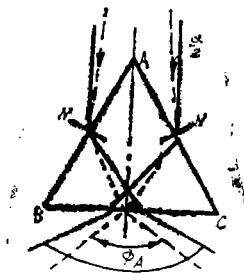


图 2

表 2

N		1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	
光束平行时 $\phi$ (度)		62.61289249	77.75353922	94.12636372	112.9973886	137.9910184	
光束不平行差	0.5"	$\Delta\phi''$	0.35	0.36	0.39	0.46	0.68
		$\Delta N \times 10^6$	0.67	0.64	0.63	0.61	0.59
	0.6"	$\Delta\phi''$	0.42	0.43	0.46	0.55	0.80
		$\Delta N \times 10^6$	0.80	0.77	0.75	0.73	0.70

3. 准直光与样品底边不垂直度的影响

当样品底边与准直光并不理想垂直时，设有一倾斜角  $\gamma$ ，如图 3 所示，此时准直光在两入射面的入射角变化量分别为  $+\tau$  和  $-\tau$ ，对不同折射率值所产生的  $\Delta\phi$  及对折射率的影响列于表 3 中。

由表 3 可见，不同折射率对垂直度的要求是不同的。对于  $N < 1.6$  的样品，可放宽垂直度的调正，所以可以在测量中开始调一次垂直度，即可连续测量多条谱线的  $N$  值，而对  $N > 1.7$  的样品，对垂直度的要

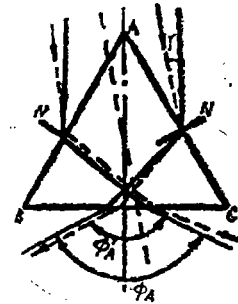


图 3

表 3

N		1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	
垂直入射时 $\phi$ (度)		62.61289249	77.7535392	94.1263637	42.9973886	137.9910184	
不垂直入射差 (分)	$\pm 1$	$\Delta\phi''$	0.02	0.02	0.03	0.04	0.12
		$\Delta N \times 10^6$	0.05	0.04	0.05	0.05	0.10
	$\pm 3$	$\Delta\phi''$	0.19	0.20	0.27	0.33	0.10
		$\Delta N \times 10^6$	0.36	0.35	0.44	0.44	0.95
	$\pm 5$	$\Delta\phi''$	0.48	0.60	0.73	1.09	2.90
		$\Delta N \times 10^6$	0.9	1.1	1.2	1.4	2.6

求较严格，应满足  $1'$  以内的垂直度，这是容易达到的。在测量中样品转过三周，就应重新调整垂直度，以保证测试精度。

4. 样品顶角加工误差的影响

等边三棱镜样品加工误差，使得三个顶角不可能都等于  $60^\circ$  如图 4 所示  $ABC$  为理想的等边三棱镜， $A'BC$  表示有加工误差的样品。由于入射角改变，使折射光发生变化。加工误差产生的折射角误差及对折射率的影响分两种情况：

假如一顶角为  $60^\circ$ ，另两角为  $60^\circ \pm 1'$ ， $60^\circ \pm 3'$ ， $0^\circ \pm 5'$  时，计算不同折射率的  $\Delta\phi$  以及对  $N$  值的影响列于表 4。

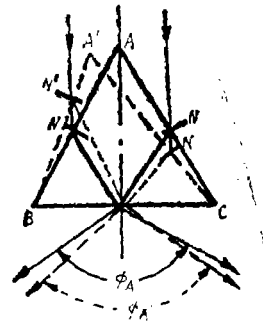


图 4

表 4

N		1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	
A = B = C时φ (度)		62.61289249	77.7535392	94.1263637	112.9973886	137.9910184	
A (60°)	±1	Δφ (秒)	0.01	0.03	0.06	0.09	0.41
		ΔN × 10 <sup>6</sup>	0.03	0.05	0.10	0.12	0.36
B、C 差	±3	Δφ (秒)	0.18	0.26	0.42	0.86	3.67
		ΔN × 10 <sup>6</sup>	0.35	0.46	0.67	1.14	3.23
(分)	±5	Δφ (秒)	0.51	0.70	1.06	1.38	10.18
		ΔN × 10 <sup>6</sup>	0.97	1.25	1.70	1.84	8.95

假如一顶角为60° + 2′，另两角为60° - 1′，所计算的 (φ<sub>A</sub> + φ<sub>B</sub> + φ<sub>C</sub>)/3 与三顶角为60°时的 φ 比较，列于表 5。

表 5

N		1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
A(60° ± 2′)	φ <sup>0</sup>	0.03	0.06	0.10	0.19	0.82
B、C (60° ± 1′)	ΔN × 10 <sup>6</sup>	0.07	0.11	0.16	0.25	0.71

由表可见，样品加工误差对折射率误差的敏感程度对不同折射率是不同的。对折射率大的样品要严格控制顶角加工误差在 ± 1′ 以内。

### 5. 瞄准精度的影响

瞄准方式采用振动狭缝法，提高了信号的瞄准精度。瞄准精度包括对固定光束的瞄准及对固定折射角的瞄准及测量。由微机控制对准一束折射光的位置（角度值）多次采样，打印结果列于表 6。

表 6

DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 21.75	DATA = -0002	ANGLE = 042, 29, 22.00
DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = 0001	ANGLE = 042, 29, 22.00
DATA = 0002	ANGLE = 042, 29, 22.25	DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 21.75
DATA = 0002	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 21.25
DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 21.75
DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = 0001	ANGLE = 042, 29, 21.75
DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 22.25
DATA = 0001	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 22.00
DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 21.75
DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 21.75
DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 21.75
DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 21.75
DATA = -0002	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = 0001	ANGLE = 042, 29, 22.00
DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 22.00	DATA = 0001	ANGLE = 042, 29, 22.00
DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 22.00		

由表 6 计算对一束光瞄准误差  $\sigma \leq 0.12''$ ，此误差对折射率的影响小于  $0.3 \times 10^{-6}$ 。  
对一固定样品的固定顶角，进行折射角的多次自动测量，打印结果列于表 7。

表 7

DATA = 0002	ANGLE = 042, 29, 23.75	ANGLE = 066, 15, 00.25	
DATA = -0002	ANGLE = 108, 44, 24.25	DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 23.25
	ANGLE = 066, 15, 00.50	DATA = 0000	ANGLE = 108, 44, 23.50
DATA = 0002	ANGLE = 042, 29, 23.25	ANGLE = 066, 15, 00.25	
DATA = 0001	ANGLE = 108, 44, 24.75	DATA = -0003	ANGLE = 042, 29, 23.50
	ANGLE = 066, 15, 01.50	DATA = -0002	ANGLE = 108, 44, 23.50
DATA = 0001	ANGLE = 042, 29, 23.00	ANGLE = 066, 15, 00.00	
DATA = 0000	ANGLE = 108, 44, 24.25	DATA = -0002	ANGLE = 042, 29, 23.50
	ANGLE = 066, 15, 01.25	DATA = 0001	ANGLE = 108, 44, 23.75
DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 23.00	ANGLE = 066, 15, 00.25	
DATA = -0001	ANGLE = 108, 44, 24.00	DATA = 0001	ANGLE = 042, 29, 24.00
	ANGLE = 066, 15, 01.00	DATA = 0001	ANGLE = 108, 44, 23.50
DATA = -0001	ANGLE = 042, 29, 23.25	ANGLE = 066, 14, 59.50	
DATA = 0000	ANGLE = 108, 44, 24.00	DATA = -0002	ANGLE = 042, 29, 23.75
	ANGLE = 066, 15, 00.75	DATA = 0002	ANGLE = 108, 44, 23.25
DATA = 0000	ANGLE = 042, 29, 23.50	ANGLE = 066, 14, 59.50	
DATA = 0002	ANGLE = 108, 44, 23.75		

由表 7 计算对折射角的瞄准测量误差  $\sigma \leq 0.56''$ 。此误差对折射率的影响小于  $1.5 \times 10^{-6}$ 。

应该说明的是上述瞄准误差是多种因素的综合效果。如：测角仪本身分度值为  $0.25$  秒<sup>2</sup> 机械系统运行中的稳定性，微调部分的空回以及光源稳定性等。实验结果表明仪器总的测角精度  $\Delta\phi < \pm 1''$ 。

### 6. 测试条件影响

测试环境的压力、温度、湿度、 $\text{CO}_2$  含量等因素均对折射率有影响。其中压力和温度已影响至  $10^{-6}$  量级，所以必须对测量结果进行校正。其校正值为：

$$\Delta N_T = \beta(T - T_0) \quad \text{一般校正至 } T_0 = 20^\circ\text{C};$$

$$\Delta N_P = 0.000294 \times (760 - p) / 760 \cdot N$$

式中  $\beta$  为折射率温度系数。 $T$  为测量时室温。 $p$  为测量时大气压力值。

## 三、结 束 语

综合以上误差分析与计算，总误差小于  $3 \times 10^{-6}$ 。实际测量中的误差就是多种因素的综合效果。除上述计算的误差外，还包括仪器本身的测角精度，机械系统运行中的稳定性，光源稳定性，波长精度等因素的影响。以  $\text{ZK}_5$  样品为例，在表 8 中列出了不同时间多次测量结果，计算  $\Delta N \leq 3 \times 10^{-6}$ 。

光束垂直底边入射测量其折射角求得折射率的方法与二倍最小偏向角法相比较，具有测量简单、易实现自动测量的优点。实验结果证明二种方法测得的结果在  $3 \times 10^{-6}$  误差范围内是一致的。 $\text{ZK}_5$  样品采用两种方法测量的  $C$ 、 $F$  线的折射率列于表 9。

表 8

ZK<sub>6</sub>-2

时 间 λ	9月24日	10月4日	10月12日	10月18日	10月20日	ΔN × 10 <sup>6</sup>
F	1.619430	1.619431	1.619431	1.619429	1.619432	1.0
e	1.614389	1.614389	1.614388	1.614389	1.614391	1.0
D	1.611679	1.611682	1.611678	1.611677	1.611682	2.1
C	1.608457	1.608453	1.608451	1.608454	1.608458	2.6
r	1.606566	1.606570	1.606567	1.606572	1.606571	2.3
8630 Å	1.602379	1.602382	1.602380	1.602381	1.602384	1.7

表 9

方 法	谱 线	C	F
最小偏向角法		1.6084589	1.6194268
垂直入射法		1.6084605	1.6194274

由以上误差分析以及计算及实际测量结果均证明了高精度、宽光谱自动折射仪在可见及近红外光谱区折射率测量误差达到  $3 \times 10^{-6}$ 。

## The Errors of Refractive Index in the Automatic Measuring Method

Duan Wenqin Ren Xiuxiang Xu Liping

### Abstract

The high-accuracy automatic refratometer for wide spectrum is based on the method of vertical incidence and symmetrical refraction. Closed measurement of the three angles of the triple prism was carried on to improve the test accuracy.

This paper analyzes the errors produced by the light beam collimation, the verticality between the collimated beam and the base side of the prism, the angle difference, the angle measuring accuracy and the aiming accuracy, etc. The measured deviation of the index is less than  $3 \times 10^{-6}$  in visible and infrared spectrum. It shows, by comparison with the method of minimum deviation by the tested data, that the two methods have the same accuracy.