

随动系统动态特性有限元 计 算 与 分 析

杨 洪 波

摘要: 本文旨在研究如何改进随动系统动态特性进而实现系统精确定位。文中以精密三轴转台系统为例,从随动系统机电一体化角度出发,利用有限元法,模态分析及模态综合等手段,对随动系统中机械结构动力学特性和伺服控制系统频率特性统筹考虑,并建立统一的数学模型,在联立求解的基础上探求影响随动系统稳定性的敏感因子,提出改善稳定性的途径,实现系统的优化设计。

一、引 言

科学技术发展到今天,对高精密随动系统,如天线位置控制系统,雷达跟踪制导系统,光电经纬仪等的要求越来越高。它们不仅在结构上越来越复杂,而且对系统的快速性,精度及稳定性的要求也更加苛刻和严格。传统上,对随动系统设计,缺乏统筹考虑,常常是机电分开设计。由于控制系统的设计人员在分析计算时,常把机械参数理想化,使分析结果与实际差别较大,同时,结构到底对系统有多大影响不甚了解,所以常常对机械结构设计提出过高甚至是不切实际的要求,这不仅增加了产品的成本,而且延长了产品的研制周期。反之,机械设计人员也存在这样的问题。另外,二者还都存在着无论在设计阶段还是在样机上对寻找其薄弱环节及敏感参数都很困难。本文就是站在系统这一高度,在设计方案阶段就能估算出方案中随动系统自然频率、振型及伺服特性等关键参数与性能指标,对机、电分别提出合理的技术要求,并从分析与模拟过程中找出影响系统刚度和动态稳定性的关键部件和敏感参数。通过在CAD工作站上反复多次的模拟和分析,逐步实现优化设计,最终设计出既满足性能要求又结构合理的随动系统。

二、机电耦合的本质

一个系统的外部特征是由其组成该系统的各功能模块相互作用,协同作用所决定的,对于随动系统来说则主要由控制系统和机械结构之间的相互影响和相互作用结果体现出来。因为这是影响系统的精度和稳定性的潜在因素。我们只有把机电耦合在一起考虑才能真实反映系统全貌。要实现这种耦合,我们就要找出机、电之间内在的,本质的关系。

在随动系统中,机、电相辅相成于一体,二者相互联系又相互制约,此外,从本构关系上,机械系统和电系统本来就是一对相似系统。

注: 本文作者的导师为卢铿

对于任何系统，它们的微分方程或传递函数具有相同的形式称为相似系统。

以三轴转台系统为例，它主要由左，右支架、外框，中框构成的机械系统和由力矩电机测速机，放大器等构成的伺服控制系统两大部分所组成。图 1，图 2 分别是三轴转台系统示意图和方框图。

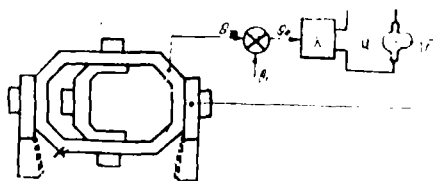


图 1

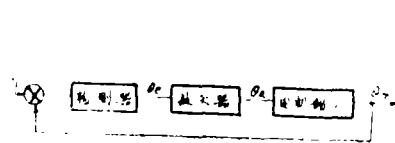


图 2

不难推导，控制系统和机械系统的动力学方程都是二阶微分方程的形式。

$$M \frac{du^2}{dt^2} + B \frac{du}{du} + K = P \quad (1)$$

由于它们在物理意义上存在着耦合关系，在数学模型表达方式上存在着相似关系，我们完全可以将二者耦合在一起分析整个系统。当然机、电在信息流的传递上本身可构成闭环系统，所不同的是对机械来说是双向的，而电是单向的，在后面我们还要详细论述。

三、模态分析与综合技术

模态分析与综合技术是分析大型复杂结构动态特性的强有利工具。其基本思想是按工程观点或结构的几何形式，并遵循某些原则与要求把复杂的整体结构划分为若干子结构。然后针对各个子结构的具体特点分别进行有限元分析计算建模或通过实验测试获得模态信息。建立模态坐标系，利用模态综合手段将机械各子结构与伺服控制系统的模型转换到模态坐标系下组装成系统进行综合计算。从而得到系统的动态特性。

在机械结构动态分析时，任何一构件都具有一定条件下的固有频率，振型及阻尼等特性。反映了在一定条件下不同的构件的不同与属性。我们可用这些特征参数去识别与描述不同的构件。

对于具有几个自由度的构件，由于对应的几个振型（模态向量）之间是线性无关的，所以它们可以作为一组基底。从而可使任何一实际振动向量用该基底的线性组合表达。

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \phi_{ij} q_j \quad (2)$$

x_i, q_j —分别为物理坐标和模态坐标。

ϕ_{ij} —模态向量组成的基底。

式(2)体现了物理坐标和模态坐标之间的转换关系。对物理坐标系下的质量 m 刚度 k ，在模态坐标下称为模态质量和模态刚度，其矩阵形式成为对角阵。实现了退耦，并使运算效率大大提高。

四、建立系统数学模型

1. 机械构件数学模型。通过给定构件的几何信息，材料，物理属性可得动力学方程：

$$[M]\{\ddot{x}\} + [B]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (3)$$

2. 刚体数学模型。刚体的描述主要由有关节点的几何信息，质量阵及惯量阵等参数组成。

在独立节点的质量矩阵为：

$$[M]_{6 \times 6} = \begin{pmatrix} m & & \\ & m & \\ & & \dots \\ \dots & & & m[C]_{3 \times 3} \\ [C]^T_{3 \times 3} m & & & [I]_{3 \times 3} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$[I]_{3 \times 3}$ —重心处的惯性张量。

3. 伺服控制系统的数学模型。从控制系统的方框图 2 可看出箭头所示的信息流是单向的，而我们知道机械系统的信息流是双向的。为把控制系统能与机械结构有效组装在一起。我们巧妙地将控制系统模拟成一个具有单向作用的非对称单元，考虑到阻尼 C ，其本构方程为：

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中， f_1, f_2 —分别是自由度 x_1, x_2 方向上的力。

k —伺服控制系统的开环增益。

$C = kT_d$ (T_d —微分时间常数)

k 可通过传递函数或利用经验公式求解，已知了 k, C 经整理，就可得列控制系统模型。

4. 联接器数学模型。每个联接器被定义成两个节点，在每个节点上定义它的质量 m_i ，刚度 K_i ，阻尼 b_i 。其动力学方程如下：

$$[M]_{12 \times 12} \{\ddot{u}\}_{12 \times 1} + [B]_{12 \times 12} \{\dot{u}\}_{12 \times 1} + [K]_{12 \times 12} \{u\}_{12 \times 1} = \{F\}_{12 \times 1} \quad (6)$$

根据实际装配情况， $[M], [B], [K]$ 可定义不同的值，并可指定联接器某些自由度被约束。

5. 系统模型。完成了系统各部分的建模，并分别用模态坐标表示后，开始对整个机电系统进行动力学组装，其系统的模态综合方程为：

$$[M]\{\ddot{u}\} + [B]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\} \quad (7)$$

式中各项都包含描述控制系统所引入的附加节点的对应项。

五、随动系统工程分析软件包

根据上述的模态分析综合及机电耦合原理，作者对现有软件进行了开发利用，形成了随动系统工程分析设计软件包。它包括系统动力学模块 (Systan)，前处理程序 (S7k)，伺服控制模拟程序 (SVSM)，两个接口程序 (SSI, EI)。该软件包逻辑流程图 3。

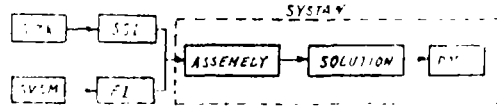


图 3

六、三轴转台系统分析计算

根据中框、外框，支架的结构特点，将它们的壁及筋作为薄壳（Shell）单元。仪器，电机简化为刚体。支架和外框，中框和外框之间的联接都采用轴承联接器。伺服控制系统采用 Systan 模块中的可描述非对称矩阵的 Matrix Component 模拟。约束是在支架和底座连接点处。系统有限元模型由于篇幅所限从略。

在 CAD 工作站上，作者对机械各子结构，机械系统及机电耦合后的整个系统分别做了电算。从计算结果和振型图上（略去），找出了影响系统稳定性的敏感参数和薄弱环节（如左右支架）。然后，通过对敏感参数反复改动计算及对薄弱环节反复改进设计计算。初步实现了对系统设计的优化。

七、结 束 语

本文初步实现了对随动系统的模拟与分析，开发了精密随动系统工程分析软件。可以在设计早期，找出影响系统性能的环节及敏感参数。可方便快速地对方案进行多次修改和计算，最后形成最优方案。该设计方法经过再进一步的多次使用和完善，最终达到可信的实用化，它必将会对精密随动系统这一类产品的优化设计产生积极的作用。

参 考 文 献

- [2] J. W. Young, Computer in Mechanical Engineering, U. S. A, January 1986
- [2] 孙晴民主编,《机床结构计算的有限元法》,机械工业出版社,1981
- [3] 卢铿,光学机械,1989,3期
- [4] 沈裕唐等编,《自动控制基础》,西北电讯工程学院出版社,1986

Dynamic Character FEM Calculation and Analysis for Servo System

Yang Hongbo

Abstract

In this paper the method of improving the dynamic character of servo system for accurate positioning of the executive mechanism is described. Using precision rotary pedestal with 3 axes as an example,

both dynamical behaviour of mechanical structure and frequency character of servo system are discussed simultaneously based on integrated mechanics and electric, by means of FEM, modal analysis and modal synthesis, and the unified mathematical model is founded. On the basis of solution, the sensitive factors to affect the stabilization of servo system are provided. The method of improving stabilization and the optimum design can be carried out.