

# 谐波齿轮传动误差频率特性分析

孙麟治 许雪峰

(上海科技大学)

**摘要:** 本文详细讨论了谐波齿轮传动误差各个频率分量的产生机理。对传动误差的拍频现象进行了理论分析。通过实验作出了传动误差的功率谱图,验证了理论分析的正确性。

**关键词:** 谐波齿轮传动; 传动误差; 频率特性; 拍频; 波发生器; 柔轮; 刚轮。

## 一、引 言

机床传动链的频谱分析研究已经相当广泛,但对于谐波齿轮传动误差频率特性的分析,仅有少量的文献资料报导<sup>[1][2]</sup>,尤其不见实验数据,并且大多是套用普遍齿轮传动的频率特性。实际上由于谐波齿轮传动具有独特的啮合原理和工作性能,它是一种靠波发生器使柔性齿轮与刚性齿轮相啮合,产生可控弹性变形来传递运动和动力的装置,使其动态特性与普通齿轮传动有着较大的差异。近年来,由于谐波齿轮传动具有重量轻、体积小、精度高、回差小等优点,已被广泛应用于很多生产领域,尤其在精密机械仪器和工业机器人的伺服系统中,更被人们重视和采用,谐波齿轮传动的动态特性必然会影响伺服系统的性能。本文从谐波齿轮传动的啮合机理,分析了传动误差的各种频率成份及其形成原因,并且进行了实验,验证了理论分析的正确性。

## 二、传动误差频率特性分析

本文以标准椭圆凸轮波发生器谐波齿轮减速器作为研究对象,其中波发生器为主动件,刚轮固定,柔轮从动输出。设减速器的速比为 $i_1$ 、波数 $U=2$ ,柔轮齿数 $Z_s$ ,刚轮齿数 $Z_g$ ,柔性滚动轴承内的钢球数为 $K_1$ ,椭圆凸轮的多棱度为 $K_2$ ,与柔轮相连接的输出轴的旋转频率为 $\omega_1$ 。可以认为谐波齿轮减速器内,刚轮、柔轮和波发生器部件的制造误差和装配误差是产生传动误差的主要因素。

刚轮柔轮齿部的误差直接影响啮合状况而产生传动误差;波发生器的误差通过影响柔轮的径向变形改变刚轮柔轮的啮合状况,而产生传动误差。由于产生误差的因素较多,使得传动误差的频率成份比较复杂,需要分门别类分析。在某些情况下,还要将不同来源的误差因素有机地结合起来才能获得正确的结果。

### 1. 基频 $\omega_1$ 误差分析

众所周知，普通齿轮的传动误差是以自身的旋转频率 $\omega_1$ 为主。如图1所示，处于不同位置的各偏心矢量 $e_i$ 产生不同的传动误差。偏心矢量 $e_i$ 旋转一周，完成一个传动误差周期，各

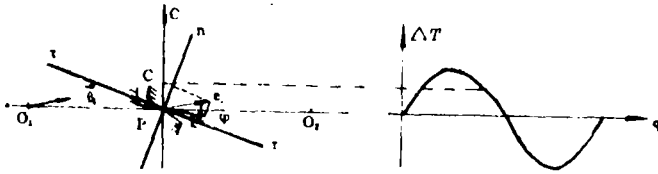


图 1

偏心矢量产生的误差频率均为 $\omega_1$ 。在谐波齿轮传动中，由于双波传动决定了波发生器旋转半周每个柔轮齿与刚轮齿啮合一次，类似图1中的齿轮 $O_1$ 旋转一周。因此，刚轮柔轮副的各种误差产生的传动误差分量不再以柔轮一转（亦即输出轴一转）的频率 $\omega_1$ 周期变化，而是转化成以波发生器旋转半周的频率周期变化为主，并且由于谐波齿轮传动的速比 $i_h = \frac{Z_R}{Z_G - Z_R}$ 作用，传动误差从低频转化为高频。

### 2. 高频误差 ( $Z_R\omega_1, i_h\omega_1$ ) 分析

频率为 $Z_R\omega_1$ （刚轮旋转时为 $Z_G\omega_1$ ）的传动误差同普通齿轮传动中所指的齿频误差相似。在普通齿轮传动中，齿频误差主要由轮齿的齿形误差、周节误差和基节误差等造成。对于谐波齿轮传动来说，柔轮和刚轮的轮齿误差固然也引起 $Z\omega_1$ 频率的传动误差，但从上所述，普通齿轮副中引起大周期传动误差的因素，在双波谐波齿轮传动中，波发生器每转半周，柔轮相对于刚轮只转过一个齿。这样，刚轮柔轮副中的如周期累积误差、齿轮安装误差等，都将产生齿频 $Z\omega_1$ 误差。

谐波齿轮传动中还有以频率为 $i_h\omega_1$ 出现的误差分量，这是波发生器部件中的诸如波发生器轴的偏心，椭圆凸轮的几何偏心，输入轴轴承安装孔的偏心等矢量，都随输入轴同步旋转。如图2所示，图中 $e_B$ 可认为是上述的任一偏心矢量， $e_G$ 是刚轮的综合偏心矢量，因刚轮固定，该矢量是一恒量。当 $e_G$ 单独作用时，柔轮与刚轮在A处的啮合深度始终强于B处。若同时考虑 $e_B$ 的作用，则在A处的啮合程度更加增大，而在B处由于侧隙增大，啮合反而趋向正常。 $e_B$ 随着输入轴同步旋转时，当 $e$ 处于第一、二象限时，将产生附加传动误差，处于第三、四象限时，基本不产生传动误差。显然，所产生的传动误差的频率等于输入轴的旋转频率 $i_h\omega_1$ 。同样， $e_B$ 与柔轮综合偏心矢量 $e_R$ 等相互作用时也将产生相同形式的传动误差。由于偏心矢量 $e_B$ 与凸轮短轴的夹角 $\theta$ 在 $0 \sim 2\pi$ 范围内呈均匀分布，因此波发生器部件的各个偏心矢量 $e_B$ 与 $e_G$ 及 $e_R$ 共同作用时，有的产生正传动误差，有的产生负传动

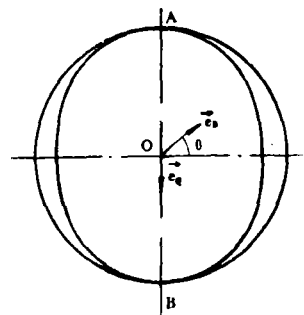


图2  $e_B, e_G$ 对传动误差产生影响

误差，它们的频率相同，但初始相位不同。综合结果使得误差曲线频率为  $i_1\omega_1$ ，形状近似正弦曲线。

### 3. 频率为 $K_1i_1\omega_1$ ， $K_2i_1\omega_1$ 的误差分析

除了上述的两种高频误差成份以外，还会有一些更高频率的成份，它们主要是由波发生器柔性滚动轴承滚动体的不圆度和波发生器凸轮的多棱度造成的。当滚动体数目为  $K_1$ ，凸轮多棱度为  $K_2$  时，将会引起频率为  $K_1i_1\omega_1$  和  $K_2i_1\omega_1$  的传动误差。通常  $K_1, K_2$  数目较大，而滚动体的径向跳动量和凸轮多棱度较小，谐波齿轮传动的减速比又很大，故这类高频传动误差分量在总传动误差中占的比例很小，往往可以忽略。

### 4. 误差合成

由于上述的第三类误差所占的比例很小，前二类频率成分的误差可以用来代表谐波齿轮传动的传动误差。

两者的合成曲线如图 3 所示。图中  $a$  是  $i_1\omega_1$  频率的误差曲线， $b$  是  $Z_2\omega_1$  频率的误差曲线， $c$  是合成曲线，它与实验得到的记录十分相似，可见谐波齿轮传动的传动误差主要来源是上述二类误差分量（见图 4）。

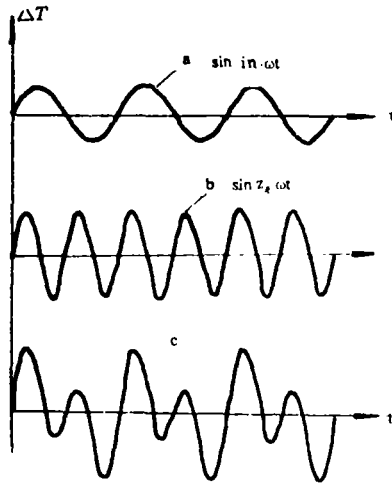


图 3 二种高频误差的综合曲线

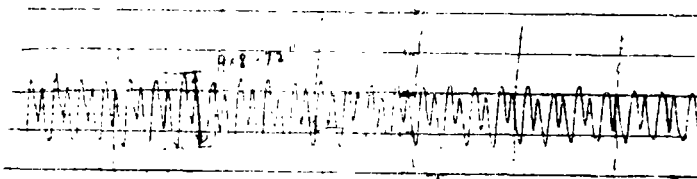


图 4 实验所得的高频误差例

### 三、拍频现象

众所周知，谐波齿轮传动误差经常表现拍频现象，一般是在输出轴的一转范围内产生一次拍频，如图 5 所示。

在研究普通齿轮传动中，有时也会遇到传动误差呈现拍频现象。一般认为这是由于传动链中两个齿轮的齿数接近，它们所产生的传动误差的频率相近，合成的结果产生拍频。这是因为从简谐振动的合成原理可知，当两个简谐振动的方向相同，并且  $\omega_1 \approx \omega_2$  时，则由  $x_1 = A \sin \omega_1 t$  与  $x_2 = A \sin \omega_2 t$  合成振动成为拍频  $x = 2A \left[ \cos \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \right] \cdot \sin \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right)$ ，振幅变化的频率等于  $(\omega_1 - \omega_2)$ ，其变化图形如图 6 所示<sup>[3]</sup>。

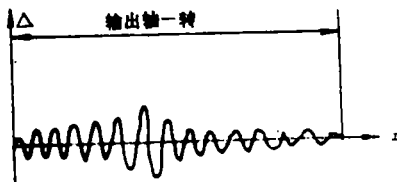


图 5 拍频现象

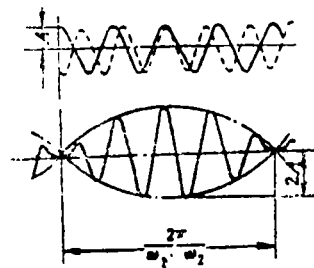


图 6 拍频示意图

但在谐波齿轮传动中，总有刚轮或柔轮是固定的，不存在两个齿轮频率接近的误差分量，因此其拍频产生的机理显然不同。

谐波齿轮传动中，柔轮和刚轮相对于输出轴的偏心误差占主导地位。如图 7 所示， $e_R$  和  $e_G$  分别为柔轮和刚轮的综合偏心矢量，由于刚轮是固定的，偏心矢量  $e_G$  在运动过程中为一恒量，柔轮的偏心矢量  $e_R$  则随着输出轴一起作  $360^\circ$  回转，在图 7 示情况下，当  $e_R$  处于第一、二象限时，使刚轮与柔轮的啮合深度加大，产生的传动误差也增加，当  $e_R$  处于三、四象限时  $e_R$ 、 $e_G$  相互作用，轮齿的啮合状态趋向正常，产生较大的传动误差，因此，在输出轴一转范围内，大周期传动误差呈现一大一小类似拍频现象。

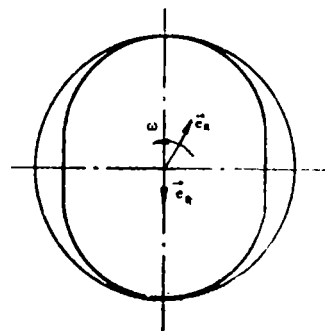


图 7 柔轮偏心  $e_R$  和刚轮偏心  $e_G$  对传动误差影响

我们认为，除了刚轮柔轮副的偏心决定着传动误差呈现拍频特性外，其它的误差成分对拍频也有一定影响，使得在一拍内的误差幅值不是单调增加或减小。

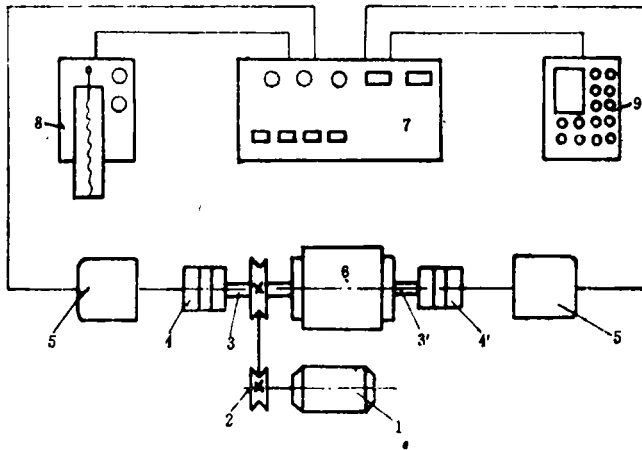
### 四、实 验

为了验证理论分析的正确，曾对几套谐波齿轮减速器的空载传动误差进行了实验验证。

### 1. 测试装置

谐波齿轮减速器传动误差测试装置示意如图 8 所示。

谐波齿轮减速器 6 通过带轮 2 由直流电机 1 驱动。两个光栅式角位移传感器 5 通过精密弹性联轴器 4 分别与减速器的输入轴 3 及输出轴 3' 连接，并将测得的角位移信号通过电缆送到传动链测试仪 7 中。测试仪将两路信号经过放大、整形、分频、脉冲计数比相得到的误差信号一路由记录仪 8 直接记录，误差大小从记录曲线中得出；另一路信号送入 CF-500FFT 分析仪 9，进行功率谱分析。



- 图中：1 —— 直流电机，      2 —— 带轮，      3、3' —— 输入、输出轴，  
 4、4' —— 精密联轴器，      5、5' —— 光栅式角位移传感器，  
 6 —— 谐波齿轮减速器，      7 —— 传动链测试仪，  
 8 —— 记录仪，      9 —— 频谱分析仪

图 8 测试装置示意

### 2. 测试结果分析

图 9 和图 10 是其中两套减速器的传动误差曲线，图 11 和图 12 是对应的传动误差功率谱的实时分析结果。

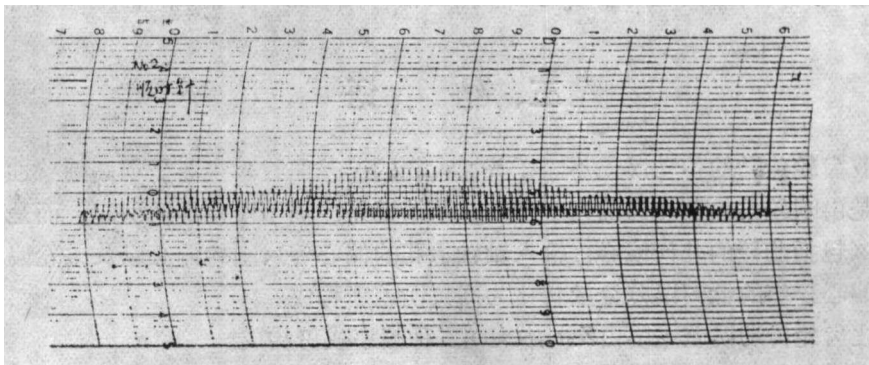


图 9  $i_h = 100$  减速器的传动误差曲线

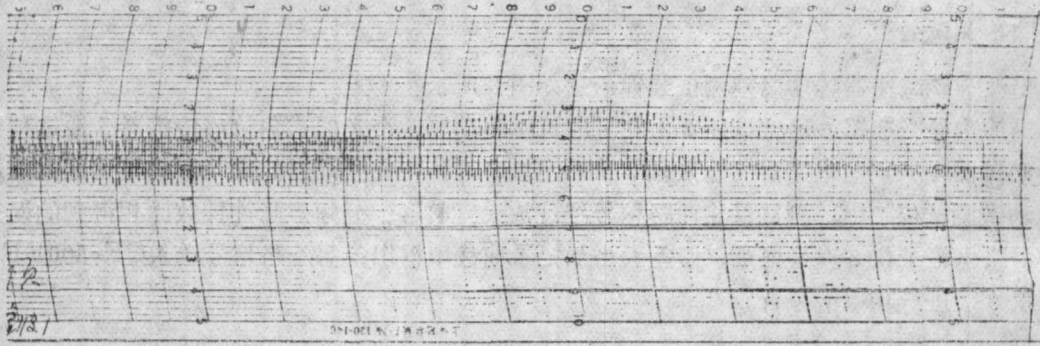


图10  $i_A = 150$ 减速器的传动误差曲线

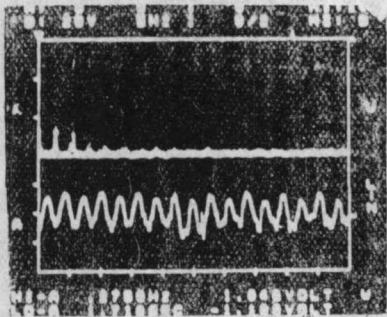


图11  $i_A = 100$ 减速器的频谱图

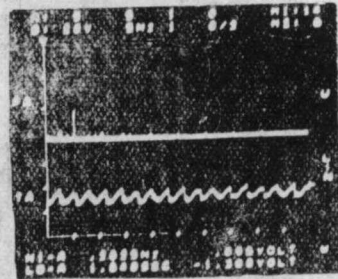


图12  $i_A = 150$ 减速器的频谱图

从图9中可见，对于传动比  $i_A = 100$  的谐波齿轮减速器，输出轴一转范围内的传动误差曲线由200个波幅组成，相邻两个波幅的大小与图3所示相仿。在图10中， $i_A = 150$  的减速器传动误差曲线由300个波幅组成，相邻波幅的大小亦与图3相仿。误差曲线分别包含着  $200\omega_1$ 、 $(Z_R\omega_1)$ 、 $100\omega_1$ 、 $(i_A\omega_1)$  和  $300\omega_1$ 、 $(Z_R\omega_1)$ 、 $150\omega_1$ 、 $(i_A\omega_1)$  各二种频率，其它更高频率的成分可以忽略。

功率谱分析结果也证实了以上结论。在测试中，当减速器输入轴的转速为16.5rpm时，功率谱图中二条谱线的对应频率分别为0.275Hz和0.55Hz，相当于输入轴的一转和半转。当用输出轴频率  $\omega_1$  表示时，即是  $i_A\omega_1$  和  $Z_R\omega_1$  频率，如图11、12所示。

从图中还可看到传动误差的拍频现象，输出轴一转呈现一个拍频。

## 五、结 语

1. 谐波齿轮传动的传动误差不同于普通齿轮的误差曲线，主要呈现高频特性，它的小周期误差不是由刚轮柔轮副轮齿的齿形误差、基节误差、周节误差等所引起，而是由于波发生器的偏心（包括凸轮的几何偏心、输入轴轴承孔的偏心等）、刚轮偏心以及柔轮偏心（几何偏心及运动偏心）等的低频误差分量转化为高频误差所构成。

2. 谐波齿轮传动误差主要由  $Z_R\omega_1$  及  $i_A\omega_1$  二种频率成份构成。

3. 谐波齿轮传动的大周期误差呈现拍频现象，输出轴一转产生一个拍频，这是由于柔轮与刚轮偏心作用的结果，偏心愈大，振幅变化愈大。

参 考 文 献

- [ 1 ] 沈允文、叶庆泰编著,《谐波齿轮传动的理论和设计》,机械工业出版社,1985年
- [ 2 ] 谢金瑞,“高精度谐波齿轮传动的精度分析”,长春光机所,1980
- [ 3 ] 龚振邦、张荣欣,上海科技大学学报,1983年2期。
- [ 4 ] 昆明工学院主编,《机械振动——机械工程手册》,机械工业出版社,1982年。
- [ 5 ] 孙麟治等,光学机械,1986, No.1.1

**Frequency Characteristic Analysis of Transmission  
Error of Harmonic Gear Drive**

Sun Linzhi Xu Xuefeng

**Abstract**

The present paper deals with the mechanism of different frequency components of transmission errors of the harmonic gear drive. The theoretical analysis was carried out for the beat frequency phenomenon of transmission errors. Based on the experimentation and the power spectrum figure of transmission errors, the theoretical analysis has been certified, to be correct.

Key words, Harmonic gear drive, Transmission error, Frequency character, Beat frequency, Wavegenerater, Flexible spline, Circular spline.