

步行机缩放式腿足端轨迹规划*

臧慧业 王钟球 甘建国 干东英

摘要 综合了用作步行机构的缩放机构的原理及运动特性, 提出了步行机对足端轨迹的要求, 进行了详细的讨论, 给出了适合于缩放式腿的足端轨迹规划方法, 采用了两端插值中间过渡的规划手段, 提高了步行机的节能性和适应性。

一、引 言

随着步行机技术的不断发展, 人们对步行机构及其运动过程的研究越来越深入。缩放机构由于在其运动主平面内具有运动解耦性、易于控制、耗能量低、具有较高的能量利用率等优点, 而被广泛地用于多足步行机的步行机构。但是, 步行机的运动是一个非常复杂的过程, 其中涉及到多腿动作协调, 适应不同路面的能力, 跨越障碍和沟壑的能力, 足端速度和加速度及控制算法, 足端与路面间的冲击、滑步及能量损失等问题, 这些问题解决的好坏直接影响着步行机的性能, 而与这些问题密切相关的就是腿机构的足端轨迹规划。本文针对缩放式腿机构的特点, 对其游足相足端轨迹采用了两端三次样条插值中间五次函数过渡的规划方法, 对其支撑相足端轨迹采用了直线规划法。该轨迹能很好地实现步行机匀速直线运动, 满足步行机构抬腿及落腿时的速度及加速度要求, 速度及加速度曲线处处连续, 消除了足端与地面的冲击及滑步现象, 减少了能量损失, 提高了机体的稳定性, 该轨迹还能满足跨越不同障碍的要求。

二、缩放机构及运动特性

1. 缩放机构原理

空间缩放机构简图如图 1 所示

$0xyz$ 为定坐标系, 动坐标系 $0_1x_1y_1z_1$ 固结在缩放机构上, 绕 $z(z_1)$ 轴的转角为 θ , M 点只在平面 $0_1x_1z_1$ 内运动, $0_1x_1z_1$ 平面是机构运动的主平面。

$$\text{缩放比为: } K = \frac{AD}{AC} = \frac{DM}{DE}$$

A 、 B 两点为运动输入点, 在这两点可装入三个驱动器, 驱动方向可分别为 z_1 向, 绕 z_1 轴和 x_1 向, 输入量为 $R[P_z, \theta, P_x]^T$

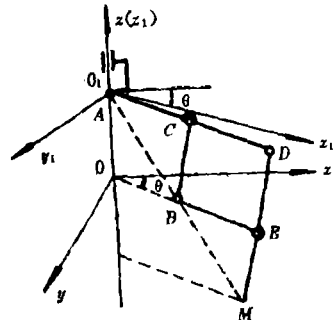


图 1

注: *国家自然科学基金资助项目

根据几何关系可知:

$$\vec{M}_1 = [M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}]^T = [KP_x, 0, -KP_z]^T \quad (1)$$

通过坐标变换:

$$\vec{M} = [M_x, M_y, M_z]^T = [KP_x \cos\theta, KP_x \sin\theta, P_z(1-K)]^T \quad (2)$$

将式(2)对时间求导, 得速度方程和加速度方程:

$$\dot{\vec{M}} = [v] \dot{P} \quad (3)$$

$$\ddot{\vec{M}} = [a] \ddot{P} \quad (3)$$

其中: $[v]$ ——速度矩阵

$[a]$ ——加速度矩阵

\dot{P} ——驱动器速度矢量

\ddot{P} ——驱动器加速度矢量

因此已知驱动器的位移, 速度和加速度就可以求出足端的位移, 速度和加速度。

2. 运动特性

平面 $0_1x_1z_1$ 是缩放机构运动的主平面, 当 θ 角一定时, 由(2)式可看出 M_x, M_y 只与 P_x 有关(K 是常数), 而 M_z 只与 P_z 有关, 即 z 向与 x_0y 平面的运动是解耦的, 在主平面内, y 向没有运动故 M_x 与 M_y 相互独立, 互不干涉, 所以缩放机构在运动主平面内运动具有解耦性。轨迹规划也是在主平面内进行的。当足端轨迹是直线时, 只需驱动一个驱动器即可。

3. 运动求反

在实际控制过程中, 往往是需要依据设定的足端的位移, 速度和加速度求出控制系统中驱动器的位移, 速度和加速度。

由式(2)可求出 \vec{P}

$$\vec{P} = [P_x, \theta, P_z]^T = [\pm \sqrt{M_x^2 + M_y^2}, [\text{sign}(M_y) - \text{sign}(M_x M_y)] \frac{\pi}{2} + \text{arc tg} \frac{M_y}{M_x}, M_z/(1-K)]^T \quad (5)$$

由式(3)和式(4)可得:

$$\dot{\vec{P}} = [v]^{-1} \dot{\vec{M}} \quad (6)$$

$$\ddot{\vec{P}} = [a]^{-1} \ddot{\vec{M}} \quad (7)$$

式中: $\text{sign}(x)$ 是 x 的符号函数

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$[v]^{-1}$ ——速度矩阵的逆阵

$[a]^{-1}$ ——加速度矩阵的逆阵

因此可看出控制算法的给出, 主要是决取于 $\vec{M}, \dot{\vec{M}}$ 和 $\ddot{\vec{M}}$ 的规划。

三、步行机对足端轨迹的要求

步行机在运动过程中，每条腿依次经过抬腿，前伸，支撑着地带动机体前进等周期性过程，轨迹轮廓如图 2 所示，步行机对足端轨迹的要求有以下几点。



图 2

1. 为了提高机体的稳定性和避免不必要的能量损失，步行机应该恒速，并且保持机体重心高度不变，则足端相对于机体处于支撑相时的轨迹应为平行于运动方向的直线。

2. 为了减少和消除抬腿及落腿时产生的冲击及滑步，足端在抬腿和落腿时刻应满足速度和加速度要求，并且加速度和速度在整个过程中应处处连续。

针对以上两点，我们把主平面内的轨迹分解为 x 向和 z 向对间的函数，分析其位移，速度及加速度的变化规律，为轨迹的规划打下基础。

设步行机构腿的运动周期为 T 有荷因数为 β ，则支撑相时间为 $T_1 = \beta T$

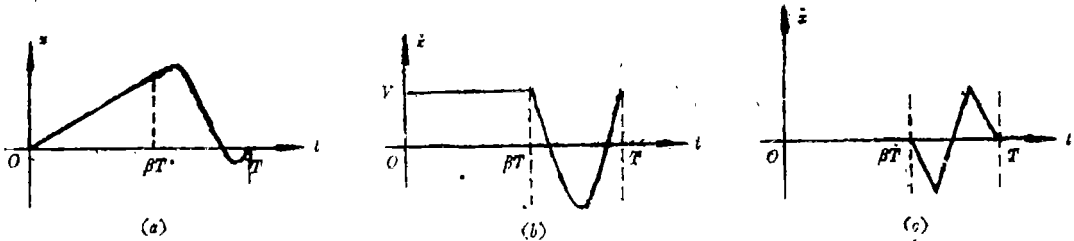


图 3

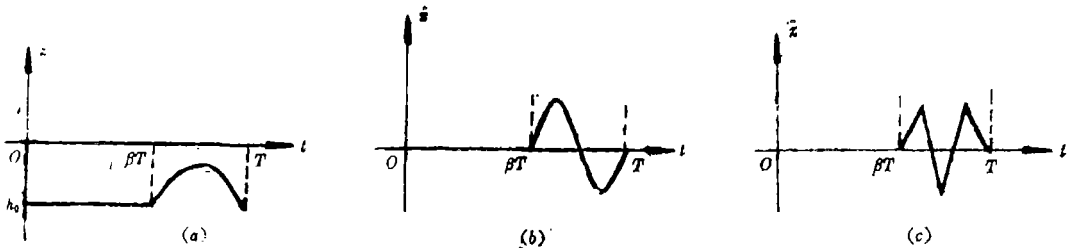


图 4

(1) 图 3 是 x 向的位移，速度及加速度随时间 t 变化的曲线，

(i) 当 t 由 $0 \rightarrow \beta T$ 时，足端处于支撑相。

轨迹是一条直线，速度为恒定值，加速度为零。

当 $t = \beta T$ 时足端开始抬起，此时足端应继续向前有一段小位移，以便使速度由恒定值 v 减小到零，然后再反方向运动，如果没有这一段位移直接反向运动，速度由 v 突变到零，势必会引起步行机构动量变化，产生冲击现象。

在抬腿的瞬间，为了防止冲击， x 向的加速度应为零，为了防止滑步速度应该保持恒定值 v 。

(ii) 当 t 由 $\beta T \rightarrow T$ 时足端处于游足相:

足端处于游足相速度减为零转入反向运动, 并开始加速, 以减少腿向前摆动的时间, 加到一定程度后开始减速, 直至速度减到零, 然后反向运动, 因加速度方向不变, 则此时为加速过程, 同抬腿开始时一样, 足端在落地前也有一小段负位移, 使速度由零增加到 v , 当速度达到 v 时, 恰好腿落地, 为了避免冲击, 此时加速度为零。

(2) 图 4 是 z 向的位移, 速度和加速度曲线;

(i) 当 t 由 $0 \rightarrow \beta T$ 时, 腿处于支撑相 z , 保持某一恒定值 h_0 不变。 h_0 和具体的机构参数设置及坐标系选取有关。速度和加速度全为零。在抬腿的瞬间为了消除惯量冲击, 速度和加速度仍需保持为零。

(ii) 当 t 由 $\beta T \rightarrow T$ 时, 足端逐渐抬起, 首先是加速, 当达到一定速度后开始减速, 到抬腿最大高度时速度为零, 然后反向加速, 加到一定程度后开始减速, 当 $t = T$ 即落腿的瞬间, 为了消除冲击, 速度和加速度全为零。

3. 为了使整机运动协调, 提高运动效率, 游足相时间应小于支撑相时间即 β 大于 $\frac{1}{2}$ 。

4. 为了适应不同路面及跨越障碍的要求, 足端抬起的高度及持续时间应可调。

四、缩放式腿足端轨迹规划

由于缩放机构在其运动主平面内运动具有解耦性, 运动求反也比较简便, 为了充分满足步行机对轨迹的要求, 把足端轨迹分解成 x 向和 z 向, 分别规划。

由步行机对轨迹的要求可知, 当足端处于支撑相时, 足端相对于机体的轨迹为一曲线, 此时 z 值固定不变 x 是时间 t 的一次函数。剩下所要规划的是游足相这一段, 抬腿点和落腿点为两边界点。此段轨迹应光滑连续, 且一阶、二阶导数也应连续, 在轨迹的边界点, 还应满足前面分析过的速度与加速度要求, 因而我们采用三次样条分段插值法, 对 x 和 z 两个方向分别插值, 由 x 和 z 经过耦合便可得到所需的轨迹。但三次样条插值所能满足的边界条件只有两个, 要同时满足两个边界点的速度与加速度四个边界条件就会出现超确定的情况, 没有确切解。为了解决这个问题, 可以把游足相中足端轨迹分为三段, 如图 5 所示。 a 为落腿点, d 为抬腿点

对于 ab 段以 a 点的速度和加速度为边界条件进行插值。

对于 cd 段以 d 点的速度和加速度为边界条件进行插值。

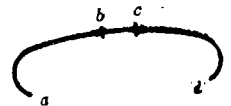


图 5

对于 bc 段, 从前两段的插值函数中可求出 b 和 c 点的速度和加速度, 再根据这两点的位置就可构造出一个五次函数, 把

ab 段和 cd 段光滑地连接起来。为了不影响整体插值效果, 可使 bc 段时间尽量短。这样得到的轨迹既光滑连续, 又使抬落腿点同时满足速度和加速度要求, 消除了冲击和滑步现象。

1. x 向轨迹规划

ab 段细分为 n 段, cd 段分为 k 段。

(1) ab 段轨迹规划

已知: $T_1 = t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_n = T_2$

$$x(t_i) = x_i \quad i = 1, 2 \dots n$$

假设在区间 $[T_1, T_2]$ 上三次样条函数 $x(t)$ 存在, 并且 m_i 来表示 $x(t)$ 在 t_i 处微商值即速度

值, 由于曲线通过点 (t_i, x_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) 并且在每一个小区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 上满足条件:

$$x(t_i) = x_i \quad x(t_{i+1}) = x_{i+1} \quad (8)$$

$$x'(t_i) = m_i \quad x'(t_{i+1}) = m_{i+1}$$

所以可利用 Hermite 插值公式写出小区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 上的三次样条函数 $x(t)$ 的计算公式:

$$\begin{aligned} x(t) = & \left(1 + 2 \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i}\right) \left(\frac{t - t_{i+1}}{t_i - t_{i+1}}\right)^2 x_i + \left(1 + 2 \frac{t - t_{i+1}}{t_i - t_{i+1}}\right) \left(\frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i}\right)^2 x_{i+1} \\ & + (t - t_i) \left(\frac{t - t_{i+1}}{t_i - t_{i+1}}\right)^2 m_i + (t - t_{i+1}) \left(\frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i}\right)^2 m_{i+1} \end{aligned} \quad (9)$$

令 $h_i = t_{i+1} - t_i$

因为样条函数 $x(t)$ 二阶导数连续, 利用此性质可得以下的递推公式:

$$(1 - \alpha_i) m_{i-1} + 2m_i + \alpha_i m_{i+1} = \beta_i \quad (10)$$

式中: $\alpha_i = \frac{h_{i-1}}{h_{i-1} + h_i}$

$$\beta_i = 3 \left[\frac{1 - \alpha_i}{h_{i-1}} (x_i - x_{i-1}) + \frac{\alpha_i}{h_i} (x_{i+1} - x_i) \right] \quad i = 2, 3, \dots, n - 1 \quad (11)$$

这是一个关于 n 个未知量 m_1, m_2, \dots, m_n 的 $n - 2$ 个线性方程组, 再根据所满足的两个边界条件, 就可解出 m_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 把 m_i 代入公式 (9) 便可得到逐段的三次样条函数。

(2) cd 段轨迹规划

插值方法与 ab 段相同, 只是各点函数值 x_i 及所分的段数和边界条件有所不同, 在上述公式中变换一下即可在此不一一赘述。

在规划中值得注意的是所分的段数 n 和 k 的多少及各点函数值的取法, 段数多少由轨迹的精度及曲线的光滑程度决定的, 段数越多, 轨迹精度越高, 曲线也就越光滑, 但计算量大, 在控制中数据占用的存贮区就越大, 实际应用时应综合考虑。各点函数值与腿行程及加速与减速的协调性有关, 特别是在抬腿和落腿处函数值的给出应尽量少浪费腿的有效行程, 又保证加速和减速足够平稳。

(3) bc 段的轨迹规划

bc 段的时间和其他两段相比很短。它的作用是把 ab 段和 cd 段光滑地连接起来。曲线方程应同时满足 b 点和 c 点的位置, 速度和加速度六个边界条件, 因此可以构造一个五次函数:

$$x(t) = P_5 t^5 + P_4 t^4 + P_3 t^3 + P_2 t^2 + P_1 t + P_0 \quad (12)$$

把各边界条件代入此式, 联立求解可求出 P_0 至 P_5 , 代入 (12) 便可得到 bc 段的曲线方程 $x(t)$ 。

至此, 便可得到 x 方向完整的足端轨迹了。

2. z 向轨迹规划

z 向的足端轨迹同 x 轴一样, 也分为三段, 两端插值, 中间过渡连接, 算法与 x 向算法一样, 只是把边界条件及各点函数值换成 z 向的即可, 在此不再重复。

z 向每插值段中细分段数的取法和 x 向一样, 也取决于轨迹精度和曲线光滑程度。所分的段数可以与 x 向所分段数不一样, 如为了使控制简单可与 x 向取相同的段数。

z 向各插值点的函数值给出分以下两种情况：一是在平坦的路面上无障碍的情况下，函数值应尽量小，以碰不到地面为最低限，这样可节省由于抬腿过高而浪费的能量。二是在有障碍的情况下，应视障碍的具体情况而定，既保证能越过障碍，又不致浪费过多的能量。

五、实 例

我们在国家自然科学基金课题全方位步行机构腿部优化性能研究（批准号 5880196）中设计制造了圆柱式全方位缩放式步行机构，并依照上述的轨迹规划方法对其轨迹进行了规划，在计算机上模拟得到了满意效果，并在实验中进一步得到了验证。

六、结 束 语

本文从缩放机构入手，分析了它的原理及运动特性，提出了步行机对足端轨迹的要求，找出了一种特别适合缩放式腿机构的轨迹规划方法，此轨迹具有良好的节能性和适应性，为步行机的实用化提供了理论基础。

参 考 文 献

- [1] 徐萃微,《计算方法引论》,高等教育出版社,1980
- [2] 甘建国、王悦凤、于东英,光学机械,1990.6
- [3] 董太金,工学硕士学位论文,长春光机所,1988

A Trajectory Planning of a Pantograph Legged Mechanism of Walking Robot

Zang Huiye, Wang Zhongqiu, Gan Jianguo and Gan Dongying

Abstract

This paper we synthesize the principle and kinematics of a pantograph mechanism for walking robot, presented the requirement of walking robot for the trajectory of the foothold, and discussed it in detail. A method for interpolating in two sides and linking in middle of the trajectory of pantograph legged mechanism is give. This decreases the enrgy of walking robot, and increases the suitability.