

冰 洲 石 加 工 中 毛 坯 与 棱 镜 尺 寸 参 数 的 选 择

裴 庆 魁 高 宏 刚

摘要 通过对冰洲石棱镜制作中毛坯棱边的去除量的研究, 给出毛坯棱长与棱镜边长间的定量关系。由毛坯棱长能决定可制成的棱镜边长, 由棱镜边长也可决定所需毛坯的尺寸; 然后将各公式编入计算机程序中, 给出了程序运行的框图; 最后结合实例列出一些参考数据。

一、引 言

当冰洲石偏光棱镜的设计方案已经确定, 如何选择冰洲石毛坯的尺寸; 抑或对于一块给定的冰洲石, 如何才能预知可加工出的棱镜大小, 使这种昂贵的材料得以最充分的利用, 一直是加工者关心的问题。

所谓尺寸的选择, 是指根据零件的设计尺寸, 考虑到加工余量, 以确定冰洲石毛坯的棱长; 同时也指根据现有晶体毛坯的大小, 来估计可加工出的棱镜尺寸。对于单件加工, 选用一块冰洲石, 一般取各棱边长相等的晶体毛坯最好。此时晶体的光轴方向就是两钝三面角顶点的连线方向。加工时以两钝三面角构成的正三棱锥的底面为两个基面, 此二基面均垂直于光轴。沿光轴方向投影可以发现两基面三角形有重叠区域 (如图 1); 其可用部分正是此重叠区域。显然, 晶体各边长相同时, 其重叠部分为最大, 是一正六棱柱体; 而重量相同边长不等的冰洲石, 其重叠部分相对较小。因此最好选用边长相等或相近的晶体毛坯。

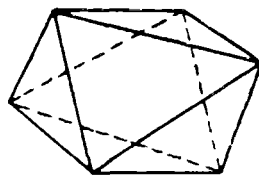


图 1 冰洲石重叠域图

下面将讨论衡量参数选择方案优劣的标准, 并以 GLAN 型棱镜为例, 具体讨论确定冰洲石毛坯棱长和棱镜尺寸的方法, 旨在给出一种思路。

二、衡量最优化方案的标准

每一种选料方案都应有一个标准来衡量其效益; 在这里我们以冰洲石晶体的利用率 (Q) 作为衡量标准。

$$Q = V_1/V$$

式中 V_1 —实际所需的长方体晶块体积

V —冰洲石毛坯体积

设所需长方体晶块的长宽高分别为 a, b, c ；冰洲石毛坯的边长分别为 L_1, L_2, L_3 。

显然 $V_1 = abc$

下面计算边长为 L_1, L_2, L_3 的方解石块的体积如图 2：

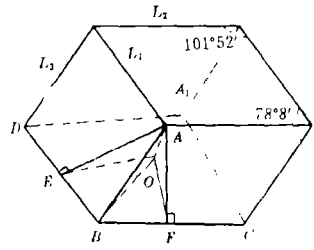


图 2 冰洲石体积图解

底面积为 $S = L_1 * L_2 * \sin(78^\circ 8')$ 过 A 作 AO 垂直于面 DBC ，垂足为 O ；过 O 向 BD 、 BC 边分别引垂线，垂足为 E 、 F 。

$\because \angle DBA = \angle CBA = 78^\circ 8'$

显然， $\triangle BAE \cong \triangle BAF$

则有 $BE = BF$

于是 $\triangle BFO \cong \triangle BEO$

$\therefore \angle DBO = \angle CBO = 101^\circ 52' / 2$

又 $BO = [AB * \cos(CBA)] / \cos(CBO)$

$\therefore AO = (AB^2 - BO^2)^{1/2}$

A 为钝三面角顶点

$\therefore AO = L_3 * [1 - \cos^2(78^\circ 8') / \cos^2(101^\circ 52' / 2)]^{1/2}$
 $= 0.945L_3$

$\therefore V = 0.945L_1 * L_2 * L_3 * \sin(78^\circ 8')$
 $= 0.925L_1 * L_2 * L_3$

所以冰洲石块料的利用率为：

$$Q = (1.081abc) / (L_1 * L_2 * L_3) \quad (1)$$

当晶体毛坯各边长相等均为 L 时，利用率为

$$Q = (1.081abc) / L^3 \quad (1')$$

三、由晶体毛坯决定的棱镜尺寸的计算

冰洲石是很昂贵的材料，常常需要针对一块给定的晶体，估计可做出的偏光棱镜的尺寸。为此，我们在以下的讨论中将研究当一块冰洲石毛坯的边长给定时，如何预测研磨切割后获得的长方体块的大小。

在图 4 所示的冰洲石中，各边长为 $AB_1 = L_1, AC_1 = L_2, AD_1 = L_3$ ；且其最短边边长为 L ，其中 $L_1 = L_3 = L < L_2$ 。令要被磨去的由钝三面角构成的正三棱锥棱长为 n 。

从毛坯中取出的长方体晶块的边长为 a, b, c

(如图 3)，光轴垂直于长宽面 (即 $a * b$ 面)。图中尺寸已包括棱镜加工中的各种裕量。一般地，由于冰洲石较软 (硬度为 3)，加工中问题较多，对每一方向精磨裕量 0.5mm，粗磨裕量 4mm，合计裕量 4.5mm。

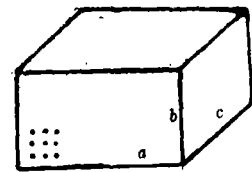


图 3 从毛坯中取出的长方体晶块图中以点表示光轴方向；光轴垂直于 $a * b$ 面

1. 磨出两个基面后，两基平面间的厚度 EF

如图 4 (d)， $EF = AA' - AO - A'O_3 = AA' - 2AO + A_1O_2$ 下面求 AA' 和 AO ：

如图 4 (b) $AE = n \sin(Q)$

$$= 0.63n$$

$$EC = BC \sin 60^\circ$$

$$= 2n \cos(Q) \sin 60^\circ$$

$$OC = (2/3)EC$$

$$OE = (1/3)EC$$

$$AC = n$$

$$Q = 39.06^\circ$$

$$\therefore \sin(OAC) = OC/AC$$

$$= 0.897$$

$$\sin(EAO) = OE/AE$$

$$= 0.712$$

(2)

在 $\triangle EAC$ 中, 由余弦定理得

$$\cos(P) = \cos(EAC)$$

$$= (AE^2 + AC^2 - EC^2) / (2 * AE * AC)$$

$$= [\sin^2(Q) + 1 - 4\cos^2(Q) \sin^2 60^\circ] / [2\sin(Q)]$$

$$= -0.3267$$

$$\therefore P = 109.07^\circ$$

$$\therefore \angle EE_1A' = 180^\circ - P$$

$$= 70.93^\circ$$

由式 (2) 得 $\angle EAO = 45.4^\circ$

$$\therefore \angle E_1A'A = 180^\circ - 45.40^\circ - 70.93^\circ$$

$$= 63.67^\circ$$

$$AO = AE \cos(EAO)$$

$$= 0.442n$$

(2')

由图 4 (a) 知 $AE_1 = [L_1^2 + L_3^2 - 2 * L_1 * L_3 * \cos 78^\circ 8']^{1/2}$

$$= [2L^2 - 2L^2 \cos(78^\circ 8')]^{1/2}$$

$$= 1.26L$$

由图 4 (d), 在 $\triangle E_1A'A$ 中应用正弦定理得

$$AA' = [AE_1 \sin(\angle EE_1A')] / \sin(\angle E_1A'A)$$

$$= 1.33L$$

(3)

$$\therefore A_1O_2 = A_1A' \sin(S)$$

$$= (E_1A_1 - E_1A') \sin(ACE)$$

$$= (L_2 - L) (AO/AC)$$

$$= 0.442(L_2 - L)$$

(4)

由式 (2)-(4) 得

$$EF = 1.33L - 0.884n + 0.442(L_2 - L)$$

(5)

2. 可利用的主截面部分为 $EF GF_1$ 矩形; FG 的求法如下:

(1) 如图 4 (d), 由式 (2) 知

$$\sin(\angle FE_2E_3) = \sin(OAC)$$

$$= 0.897$$

$$\sin(E_1EF) = \sin(EAO)$$

$$= 0.712$$

(2) 如图 4 (d), 据正弦定理, $\triangle EE_1E_2$ 中

$$E_1E_2 = EE_1 \sin(E_1EF) / \sin(FE_2E_3)$$

$$= 0.794EE_1$$

$$\text{又 } E_1E_3 = L_2 - n$$

$$\therefore E_3E_2 = E_1E_2 - E_1E_3$$

$$= 0.794EE_1 - (L_2 - n)$$

$$E_3F = F_3E_2 \sin(FE_2E_3)$$

$$= 0.897E_3E_2$$

$$= 0.712 * EE_1 - 0.897 * (L_2 - n)$$

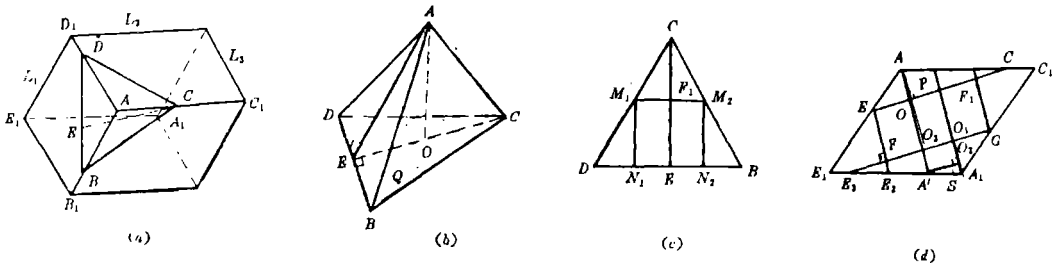


图 4 (a) 毛坯图, $A-BCD$ 为正三棱锥; (b) 应磨去的正三棱锥, AO 为光轴; (c) 正三棱锥之底面; (d) 毛坯主截面, AA', A_1O_1 为光轴

(3) 如图 4 (a)

$$AE_1 = [L_3^2 + L_1^2 - 2L_1L_3 \cos(78^\circ 8')]^{1/2}$$

$$EE_1 = AE_1 - AE = AE_1 - 0.63n$$

(4) $\therefore FG = E_3G - E_3F$

$$= EC - E_3F$$

$$= 0.897(n + L_2) - 0.712(L_1^2 + L_3^2 - 0.411L_1 * L_3)^{1/2}$$

$$= 0.897(L_2 - L + n) \quad (6)$$

3. 主截面上矩形确定后, 相应地在基面三角形上也截出一个矩形如图 4 (c)。

$$\therefore EF_1 = FG$$

\therefore 在正 $\triangle BCD$ 中

$$M_1M_2 = CM_2$$

$$= -FG / \sin 60^\circ + BC$$

$$= 2n \cos(Q) - FG / \sin 60^\circ$$

$$= 0.157n - 1.036(L_2 - L)$$

$$M_1N_1 = FG$$

4. 主截面上的矩形 $EFGF_1$ 的面积 S 为最大的条件

$$S = EF * FG$$

$$= [1.33L - 0.884n + 0.442(L_2 - L)] * 0.897(L_2 - L + n)$$

$$\begin{aligned} \text{令 } x &= 0.897(L_2 - L) \\ y &= 0.888L + 0.442L_2 \end{aligned} \quad (7)$$

构造函数 $F(n) = (y - 0.884n)(0.897n + x)$

$$\therefore F'(n) = [-1.586n + (0.897y - 0.884x)]$$

令 $F'(n) = 0$, 便可得矩形 $EFGF_1$ 面积为最大的条件

$$n = 0.566y - 0.557x \quad (8)$$

其中 x, y 的值由式 (7) 决定

5. 小结

综上所述, 对于边长如图 4(a) 所示的冰洲石毛坯, 可获得的长方体晶块 (参见图 3) 的尺寸如下:

$$a = M_1N_1; \quad b = M_1M_3; \quad c = EF$$

$$\text{即 } a = 0.897n + x;$$

$$b = 0.517n - 1.155x;$$

$$c = -0.884n + y \quad (9)$$

长方体块平行于光轴面 (即 $a * c$ 面) 面积最大的条件为:

$$n = 0.566y - 0.557x \quad (10)$$

其中: n — 需磨去的正三棱锥之棱长

$$x = 0.897(L_2 - L)$$

$$y = 0.888L + 0.442L_2$$

L_1, L_2, L_3 — 晶体毛坯的边长 [见图 4(a)]

$$\text{其中 } L_1 = L_3 = L < L_2 \quad (11)$$

注意: n 取某些值时, 可能会出现 a, b 的负值。稍加分析可知, $a < 0$ 即 $FG < 0$, 说明两基面无重合部分; $b < 0$ 即 $BC < FG/\sin(60^\circ)$, 说明两基面重叠区域太小, 不足以使用。故应摒弃取负值的情况。

这样, 当给定一块冰洲石毛坯后, 便可以借助于公式 (9), 由所磨去的棱长 n 预知可得长方体晶块的尺寸 a, b, c ; 还可以由式 (10) 知当晶块主截面最大时, 所要磨去的棱长 n 。

四、冰洲石毛坯尺寸的确定

1. 当已知冰洲石长方体晶块的边长时, 如何来确定毛坯的尺寸, 是冰洲石选料问题的另一方面。为简化讨论, 设毛坯各棱长相等, 为 L , 显然可利用上一节的公式, 只需令 $L_1 = L_2 = L_3 = L$ 即可。

由式 (9) 得

$$c = 1.33L - 0.884n \quad (12')$$

$$a = 0.897n \quad (13')$$

$$b = 0.517n \quad (14')$$

$$\text{整理得: } n = a/0.897 \quad (12)$$

$$n = b/0.517 \quad (13)$$

$$L = (0.884n + c)/1.33 \quad (14)$$

冰洲石毛坯棱长 L 由 n 和 c 共同确定; n 的确定则需考虑: 若由式 (12) 的 a 确定 n , 则由式 (14') 决定的 b 应大于等于已知的 b ; 若由式 (13) 的 b 确定 n , 则由式 (13') 决定的 a 应大于等于已知的 a ; 否则, 由这样确定的毛坯, 研磨得到的长方体晶块不能满足 a 或 b 的尺寸要求。

由式 (13') 和 (14') 知研磨后基面上 a , b 的取值满足以下关系:

$$a/b = 1.735$$

故为保证 a 或 b 的尺寸, 对 n 的取值作如下要求:

$$a/b \geq 1.735 \text{ 时} \quad n = a/0.897$$

$$a/b < 1.735 \text{ 时} \quad n = b/0.517$$

例如, 已知长方体晶块 $a = 20$, $b = 10$, $a/b > 1.735$, 由式 (12) 知需磨去的 $n = 22.3$; 由式 (14') 知基面上可获得的 b 为 $b_0 = 11.5 > b$, 满足要求。如果 $a = 10$, $b = 20$, $a/b < 1.735$, 则 $n = 19.3$, 由式 (13') 知基面上可获得的 a 为 $a_0 = 17 > a$, 也满足要求。

2. 小结

由长方体晶块尺寸决定毛坯尺寸的公式如下:

$$n = \begin{cases} a/0.897 & a/b \geq 1.735 \text{ 时} \\ b/0.517 & a/b < 1.735 \text{ 时} \end{cases}$$

$$L = (0.884n + c)/1.33 \tag{15}$$

其中: n —— 需磨去的正三棱锥之棱长

a, b, c —— 长方体晶块尺寸 (如图 3)

L —— 冰洲石毛坯的棱长

这样, 我们就可以确定制造棱镜所需的冰洲石毛坯的大小了。

五、冰洲石下料方案的程序框图

1. 编程思想

我们希望已知毛坯大小时, 可计算能得到的棱镜之尺寸; 在已知棱镜大小时, 可计算所需的毛坯尺寸; 并可计算研磨去除的毛坯棱长及冰洲石的利用率。

已知毛坯大小时, 使用公式 (9)~(11); 已知棱镜大小时, 使用公式 (15); 利用率的计算使用公式 (1) 或 (1')。

框图 5 中所使用的符号与前面相对应。

六、计算实例

下面给出实际运算结果, 进一步说明本文所导出的公式。

1. 表 1、表 2 及图 6 给出了棱长分别为 25, 30, 25 和 30, 30, 30 两种毛坯的尺寸及可获得的长方体晶块的边长 a, b, c (参考图 3), 相应的需磨去的正三棱锥体的棱长 n 、利用率 Q , 还有 $n-Q$ 曲线。

比较两曲线可知, 等边毛坯的利用率确比非等边毛坯高。

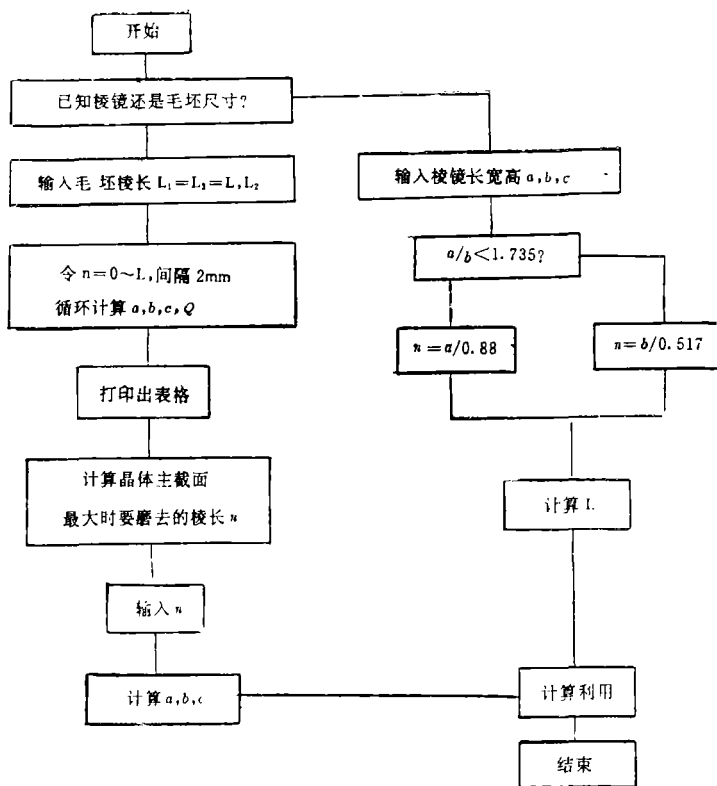


图 5 程序框图

表 1

$L_1 = 25$		$L_2 = 30$		$L_3 = 25$	
a	b	c	n	Q	
19.7	3.6	20.4	17.0	.08	
20.6	4.1	19.5	18.0	.10	
21.5	4.6	18.7	19.0	.11	
22.4	5.2	17.8	20.0	.12	
23.3	5.7	16.9	21.0	.13	
24.2	6.2	16.0	22.0	.14	
25.1	6.7	15.1	23.0	.15	
26.0	7.2	14.2	24.0	.15	
26.9	7.7	13.4	25.0	.16	
27.8	8.3	12.5	26.0	.17	
28.7	8.8	11.6	27.0	.17	
29.6	9.3	10.7	28.0	.17	
30.5	9.8	9.8	29.0	.17	
31.4	10.3	8.9	30.0	.17	
32.3	10.8	8.1	31.0	.16	
33.2	11.4	7.2	32.0	.16	
34.1	11.9	6.3	33.0	.15	
35.0	12.4	5.4	34.0	.14	

表 2

$L_1 = 30$		$L_2 = 30$		$L_3 = 30$	
a	b	c	n	Q	
11.7	6.7	28.4	13.0	.09	
12.6	7.2	27.5	14.0	.10	
13.5	7.8	26.6	15.0	.11	
14.4	8.3	25.8	16.0	.12	
15.2	8.8	24.9	17.0	.13	
16.1	9.3	24.0	18.0	.14	
17.0	9.8	23.1	19.0	.15	
17.9	10.3	22.2	20.0	.16	
18.8	10.9	21.3	21.0	.17	
19.7	11.4	20.5	22.0	.18	
20.6	11.9	19.6	23.0	.19	
21.5	12.4	18.7	24.0	.20	
22.4	12.9	17.8	25.0	.21	
23.3	13.4	16.9	26.0	.21	
24.2	14.0	16.0	27.0	.22	
25.1	14.5	15.1	28.0	.22	
26.0	15.0	14.3	29.0	.22	
26.9	14.5	13.4	30.0	.22	
27.8	16.0	12.5	31.0	.22	
28.7	16.5	11.6	32.0	.22	
29.6	17.1	10.7	33.0	.22	
30.5	17.6	9.8	34.0	.21	
31.4	18.1	9.0	35.0	.20	
32.3	18.6	8.1	36.0	.19	
33.2	19.1	7.2	37.0	.18	
34.1	19.6	6.3	38.0	.17	
35.0	20.2	5.4	39.0	.15	

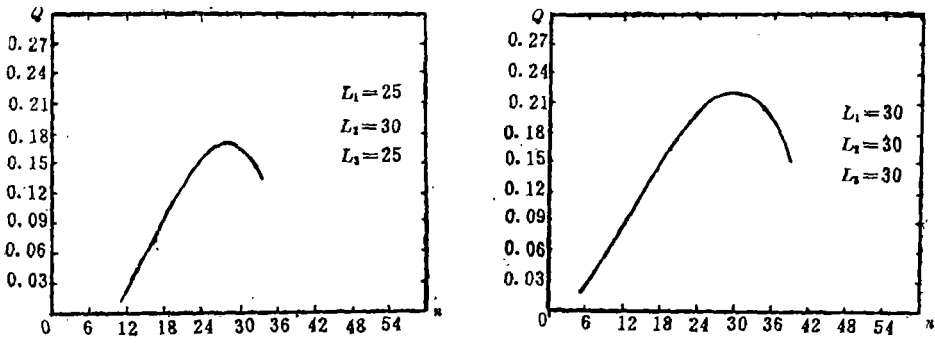


图6 两种毛坯下料比较

2. 下面给出了GLAN型的两种棱镜的常用尺寸, 及所需等边毛坯的棱长 L 、棱长去除量 n 和利用率 Q 。

表3 GLAN-THOMPSON棱镜

单位: mm

口径	长度孔径比	所需毛坯棱长	毛坯去除棱长	利用率
6 × 6	2 : 1	13.4	13.4	19%
	2.5 : 1	15.6	16.7	15%
	3 : 1	17.8	20	12%
8 × 8	2 : 1	17.9	17.8	19%
	2.5 : 1	20.8	22.3	15%
	3 : 1	23.8	26.8	12%
10 × 10	2 : 1	22.3	22.3	19%
	2.5 : 1	26	27.9	15%
	3 : 1	29.7	33.4	12%
12 × 12	2 : 1	26.8	26.8	19%
	2.5 : 1	31.3	33.4	15%
	3 : 1	35.7	40.1	12%
15 × 15	2 : 1	33.5	33.4	19%
	2.5 : 1	40	41.8	15%
	3 : 1	44.6	50.2	12%

表4 GLAN-TAYLOR棱镜

单位: mm

口径	长度孔径比	所需毛坯棱长	毛坯去除棱长	利用率
10 × 10	1 : 0.85	20.4	19.3	11%
12 × 12	1 : 0.85	24.5	23.2	11%
15 × 15	1 : 0.85	30.6	29	11%
20 × 20	1 : 0.85	40.7	38.7	11%

The Lengths Selection for Raw Calcite and Prism in Iceland Spar Processing

Pei Qingkui, Gao Honggang

Abstract

This paper studies the grinding in iceland spar prism making, giving a quantitative relation between the lengths of iceland spar and the available prism. The lengths of prism can be got from that of iceland spar, the lengths of iceland spar is also known from that of prism. A frame graph of computer program for the formulae is presented, and a series of useful data is given in the end of the paper.