

闭式矩形气浮导轨承受复合载荷的研究

陶家生 梁万兆 徐丽萍

TH16

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

摘要 本文对在倾覆力矩及正压力复合载荷作用下的气浮导轨进行了分析和研究, 提出了一套较为理想的计算方法, 并在此基础上进行汽车安全带加速度锁止装置气浮滑台的设计。

关键词: 气浮导轨; 复合载荷

精密机械

1 复合载荷作用下矩形空气导轨的受力分析

现有的矩形空气导轨, 几乎都是按纯正压力下工作的情况进行设计的, 但不论是导轨还是轴系又都是在复合载荷下, 即正压力和倾覆力矩作用下工作的, 目前对复合载荷下的导轨承载能力尚无其它的计算方法。本文旨在通过对在复合载荷作用下的气浮导轨的受力分析, 找到这两者之间的内在联系, 以利后一种导轨的设计。

根据气浮理论和文献^[1]的实验结果, 气浮导轨的气压分布与间隙基本呈线性关系, 因此设其在复合载荷作用下其气压分布如图1。气体产生的浮力用于抵消外载 Q 和 M 。

由于上下止推板倾角相等, 所以有

$$q_1^{\uparrow} - q_2^{\uparrow} = q_1^{\downarrow} - q_2^{\downarrow}$$

将分布压力的作用结果分为两部分:

$$\sum_1^{\uparrow} = \frac{l}{2}(q_1^{\uparrow} - q_2^{\uparrow}) \quad (1)$$

(即图1中虚线形成的三角形部分)

$$\sum_2^{\uparrow} = l q_2^{\uparrow} \quad (\text{即图1中虚线形成的矩形部分})$$

对于下板上板:

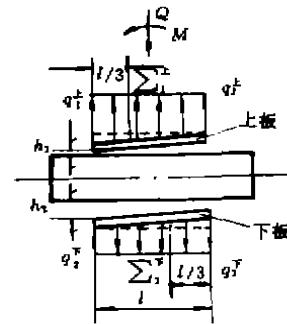


图1

$$\sum_1^{\downarrow} = \frac{l}{2}(q_1^{\downarrow} - q_2^{\downarrow})$$

$$\sum_2^{\downarrow} = l q_2^{\downarrow}$$

于是

$$Q = \sum_2^{\uparrow} - \sum_2^{\downarrow} = l(q_2^{\uparrow} - q_2^{\downarrow}) \quad (2)$$

而上下止推板的分布压力变化部分 $\sum_1^{\uparrow} = \sum_1^{\downarrow}$, 所产生的力矩为:

$$M = (l - 2 \cdot \frac{l}{3}) \cdot \sum_1^{\uparrow} = \frac{l}{3} \sum_1^{\uparrow} = \frac{l}{3} \sum_1^{\downarrow} \quad (3)$$

2 复合载荷下气浮导轨与纯正压力负载下气浮导轨的内在联系

纯正压力下,即通过质心沿垂直止推板方向的负载
在纯正压力下气浮导轨的受力如图 2。

$$Q_{\text{正}} = (q_1^{\pm} - q_2^{\mp})l$$

当外载荷达到 $Q_{\text{正}}$ 时,下板的间隙达到 h_2 。而在复合载荷作用下,下板产生 h_2 时,也会产生分布压力 q_2^{\mp} 。这时, $q_2^{\mp} = q_2^{\mp}$, $q_1^{\pm} = q_1^{\pm}$, 所以,

$$\begin{aligned} Q_{\text{正}} &= (q_1^{\pm} - q_2^{\mp})l \\ &= (q_1^{\pm} - q_2^{\mp})l \end{aligned}$$

$$\text{则} \quad q_1^{\pm} = \frac{Q_{\text{正}}}{l} + q_2^{\mp}$$

由(1)式得:

$$\begin{aligned} \sum_1^{\pm} &= \frac{l}{2}(q_1^{\pm} - q_2^{\mp}) \\ &= \frac{l}{2}\left(\frac{Q_{\text{正}}}{l} + q_2^{\mp} - q_2^{\mp}\right) \\ &= \frac{Q_{\text{正}}}{2} - \frac{l}{2}(q_2^{\mp} - q_2^{\mp}) \end{aligned}$$

将(2)式代入上式得:

$$\sum_1^{\pm} = \frac{1}{2}(Q_{\text{正}} - Q)$$

将上式代入(3)式得:

$$M = \frac{l}{3} \cdot \frac{1}{2}(Q_{\text{正}} - Q) = \frac{l}{6}(Q_{\text{正}} - Q) \quad (4)$$

而此处的 $Q_{\text{正}}$ 即是承受纯正压力时的承载能力,尚待求之。

3 闭式矩形空气导轨承载能力的计算

先进行开式静压气浮导轨承载能力的计算。

如图 3,为简化计算作如下假设:

- (1)在间隙 h 方向上气体压力梯度为零,且粘度不变;
- (2)气体在间隙内作平行于 x 轴的一维层流运动,沿 y 向压力梯度为零;
- (3)在间隙内气体膨胀是等温的;
- (4)动静导轨间移动速度很小,气体在导轨表面移动速度为零;
- (5)气体的重量和惯性不计,从端面的泻漏不计。

在此情况下,压力沿 x 轴方向分布用诺维——斯托克斯(Navier—Stokes)方程来描述:

$$\frac{d^2u}{dz^2} = \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx} \quad (5)$$

u ——气体速度, p ——气体压力, η ——气体粘度。

当 $z=0$ 时 $u=0$,对(5)式积分可得:

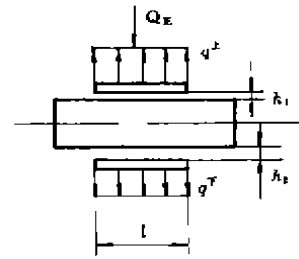


图 2

$$u = \frac{1}{2\eta} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot z(z-h)$$

则, 导轨气隙内, 空气的体积流量为,

$$Q = 2L_c \cdot \int_0^h u dz = \frac{1}{2\eta} \cdot \frac{dp}{dx} \int_0^h z(z-h) dz = - \frac{L_c h^3}{6\eta} \cdot \frac{dp}{dx}$$

因此, 导轨气隙中空气压力沿导轨宽度的变化为:

$$dp = - \frac{12Q_1}{L_c h^3} \eta dx \tag{6}$$

$Q_1 = \frac{1}{2}Q$, 因在 x 方向气流对称。

按等温膨胀有 $Q = Q_0 \cdot \frac{p_0}{p}$,

Q_0 ——环境压力下的气流体积,

Q ——压力为 p 时的气流体积。

将此 $Q = Q_0 \cdot \frac{p_0}{p}$ 代入(6)式, 并按 $x=0, p=p_H; x=B, p=p_0$ 可得:

$$p_H^2 - p^2 = \frac{24Q_0 \eta}{L_c h^3} p_0 \eta x \tag{7}$$

$$p_H^2 - p_0^2 = \frac{24Q_0 \eta}{L_c h^3} p_0 \eta B \tag{8}$$

(7)、(8)可得沿导轨宽度空气压力分布为:

$$p_H^2 - p^2 = (p_H^2 - p_0^2) \frac{x}{B}, \quad \text{即} \quad p = [p_H^2 - (p_H^2 - p_0^2) \frac{x}{B}]^{1/2} \tag{9}$$

设小孔个数为 N , 则动导轨长度为:

$$L = NL_c + 2C,$$

将(9)式积分再减去一个大气压的外载得开式导轨承载能力为:

$$\begin{aligned} W &= 2NL_c \int_0^B p dx - 2BLp_0 \\ &= 2B \left[\frac{2(p_H^4 - p_0^4)}{3(p_H^2 - p_0^2)} NL_c - Lp_0 \right] \end{aligned} \tag{10}$$

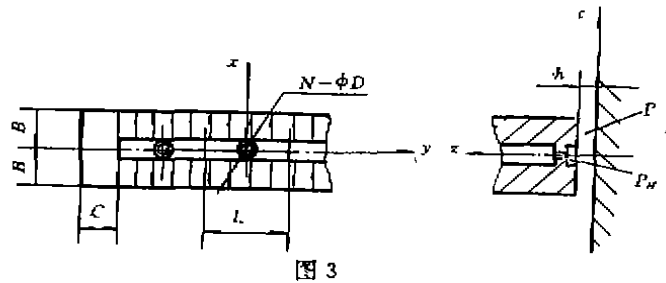
当假定导轨的 L, B, N, C 时, W 取决于 p_H , 而 p_H 将随 D, h 的变化而变化。为求此变化关系作如下计算:

由空气动力学可得通过小孔的气流重量流量为:

$$\begin{aligned} G &= C_D \gamma_H V F \\ &= C_D \gamma_0 \left(\frac{p_H}{p_0} \right)^{1/K} \cdot F \sqrt{2g \frac{K}{K-1} \cdot \frac{p_0}{\gamma_0} \left[1 - \left(\frac{p_H}{p_0} \right)^{(K-1)/K} \right]} \\ &= C_{DF} \sqrt{2g \frac{K}{K-1} p_0 \gamma_0 \left[\left(\frac{p_H}{p_0} \right)^{2/K} - \left(\frac{p_H}{p_0} \right)^{(K-1)/K} \right]} \end{aligned} \tag{11}$$

C_D ——节流孔阻流系数;

F ——节流孔面积;



K ——空气比热比($K=1.4$);

γ_0 ——供气温度下的空气重度;

p_0 ——供气压力;

p_H ——节流孔出口处压力;

g ——重力加速度。

式(11)仅在 $p_H/p_0 > 0.528$ 时才正确,当 $p_H/p_0 < 0.528$ 时通过小孔的气流速度为音速不变,此时气体流量将等于 $p_H/p_0 = 0.528$ 时的流量

为解决问题方便按文献^[4]的推荐,用下面的近似计算:

$$G = 0.76F \sqrt{\frac{(p_0 - p_H)p_H}{T_0}}, \quad T_0 \text{ 为送入气体的绝对温度。}$$

由(8)式并考虑气体对称流动,可得:

$$G = (p_H^2 - p_0^2) \frac{L_c h^3 \gamma_0}{12B p_0 \eta}$$

$$\text{于是: } 0.76F \sqrt{\frac{(p_0 - p_H)p_H}{T_0}} = (p_H^2 - p_0^2) \frac{L_c h^3 \gamma_0}{12B p_0 \eta}$$

$$\text{取 } \bar{p}_0 = p_0/p_0, \bar{p}_H = p_H/p_0$$

$$\text{由上式可得: } \bar{p}_H(\bar{p}_0 - \bar{p}_H) = K_1(\bar{p}_H^2 - 1)^2 \quad (12)$$

$$\text{其中 } K_1 = T_0 \left(\frac{L_c h^3 \gamma_0}{7.16D^2 B \eta} \right)^2 \quad (13)$$

式(12)、(13)反映了 p_H 与 p_0 在条件 B, L_c, D, h 下的关系。

闭式矩形导轨的承载能力将等于当上板有最小允许间隙时的承载能力和下板有最大间隙时的承载能力之差,即:

$$Q_{\text{正}} = Q_{\text{上}} |_{h_1} - Q_{\text{下}} |_{h_2}$$

而由实际意义知,导轨的双向间隙越大,当上板出现 h_1 时,下板的 h_2 将越大,承载能力 $Q_{\text{正}}$ 越大,但双向间隙 H 不可能取很大,导轨又要有一定的刚度,则必须求取一个适当的 H 。

为此将式(10)对 h 求偏导数得:

$$K = \frac{\partial V}{\partial h} = - \frac{4BNL_c}{3} \left(\frac{\bar{p}_H^3 - 3\bar{p}_H^2 + 2\bar{p}_H}{\bar{p}_H^2 - 2\bar{p}_H + 1} \right) \frac{\partial \bar{p}_H}{\partial h}$$

再将(12)、(13)式对 h 取偏导数代入上式得:

$$K = 8BNL_c \frac{K_1(\bar{p}_H^3 - 3\bar{p}_H^2 + 2\bar{p}_H)}{h[\bar{p}_H^2 + K_1(3\bar{p}_H^2 - 2\bar{p}_H - 1)]} \quad (14)$$

为获得较好的刚度对(14)求 D, h 的偏导数,组成方程组并利用(12)、(13)与 D, h 的关系最后求得:

$$K_{1\text{正}} = \frac{\bar{p}_H^3}{3\bar{p}_H^2 - 2\bar{p}_H - 1} \quad (15)$$

此 $K_{1\text{正}}$ 也同样满足(13)式。将其代入(12)式以求取 p_0 与 p_H 的关系,经运算可得:

$$\bar{p}_0 = \frac{4\bar{p}_H^3}{3\bar{p}_H^2 + 1} \quad (16)$$

若将 $K_{1\text{正}}$ 代入(13)式可得:

$$h_{1\text{正}} = \left[\frac{K_{1\text{正}}}{T_0} \left(\frac{7.16D^2 B \eta}{L_c \gamma_0} \right)^2 \right]^{1/6}$$

由文献^[2]可知当闭式导轨的双向间隙 $H=2h_{\text{佳}}$ 时,其刚度最佳。

求得 H 之后,设上板最小间隙 h_1 时,上板气流出孔压力 p_H 为 p_1 ,将 h_1 时下板的 $h_2=H-h_1$ 时的气流出孔压力 p_H 定为 p_2 。则将 h_1 和 h_2 代入(12)、(13)求得 p_1 、 p_2 。再代入(10),可得闭式导轨承受纯正向载荷为:

$$Q_{\text{正}} = 2B \left[\frac{2(p_1^3 - p_0^3)}{3(p_1^2 - p_0^2)} - \frac{2(p_2^3 - p_0^3)}{3(p_2^2 - p_0^2)} \right] NL_c \quad (17)$$

于是: $M = \frac{l}{6} (Q_{\text{正}} - Q)$ (此处 $Q_{\text{正}}$ 即为 $Q_{\text{正}}$ 的反作用力)

$$= \frac{2}{l} BNL_c l \left(\frac{p_1^3 - p_0^3}{p_1^2 - p_0^2} - \frac{p_2^3 - p_0^3}{p_2^2 - p_0^2} \right) - \frac{l}{6} \cdot Q \quad (18)$$

至此我们求得了闭式矩形导轨承担复合外载的能力。

我们将由(4)求得的 $Q_{\text{正}}$ 定义为当量承载:

$$Q_{\text{当}} = \frac{6M}{l} + Q \quad (19)$$

4 汽车安全带加速度锁止气浮滑台的设计

设计要求承担扭矩 $6.6 \text{ kgf} \cdot \text{m}$, 外载 15 kgf 。取安全系数 1.4 , 则设计指标为扭矩 $9.24 \text{ kgf} \cdot \text{m}$, 外载 21 kgf 。

参照文献^[1]取双排孔, 导轨宽 9 cm 、 $B=4.5 \text{ cm}$ 、长 20 cm 、孔径 $D=0.015 \text{ cm}$ 、 $N=12$ 、 $L=3.2 \text{ cm}$ 、 $\gamma_a=1.293 \times 10^{-6} \text{ kgf/cm}^3$ 、 $\eta=1.77 \times 10^{-10} \text{ kgf} \cdot \text{s/cm}$ 、 $T_0=293 \text{ K}$

设计步骤

(1)按给定压力 p_0 由 $\bar{p}_0 = \frac{4\bar{p}_H^3}{3\bar{p}_H^2 + 1}$, 用无穷逼近法求出 \bar{p}_H 。

(2)计算 $K_1 = \frac{\bar{p}_H^3}{3\bar{p}_H^2 - 2\bar{p}_H - 1}$

(3)计算双向间隙。

$$H = 2h_{\text{佳}} = 2 \left[\frac{K_1}{T_0} \left(\frac{7.16D^2\eta B}{L_c\gamma_a} \right)^2 \right]^{1/6} > 2h_1$$

(本例 $H=0.034 \text{ mm}$, 取 $h_1=0.005 \text{ mm}$)

(4)将上板允许的最小间隙 h_1 代入(13), 求得:

$$K_1 = T_0 \left(\frac{L_c h^3 \gamma_a}{7.16D^2 B \eta} \right)^2$$

(5)将上板的最小间隙时的 K_1 代入式:

$$\bar{p}_1(\bar{p}_0 - \bar{p}_1) = K_1(\bar{p}_H^2 - 1)^2$$

用无穷逼近法求得 p_1 。

(6)重复 4)、5)求得下板取得 $h_2=H-h_1$ 时的 p_2 。

(7)将 p_1 、 p_2 代入(17)求得 $Q_{\text{正}}$ 。

(8)将 $M=9.24$ 、 $Q=15$ 代入(19)求得 $Q_{\text{当}}$ 。

若 $Q_{\text{当}} \leq Q_{\text{容}}$ 则设计结束, 否则, 更改有关参数重复上述步骤直至满意为止。计算机框图及程序(略)

5 计算及实测结果

表 1

扭 矩 压力 (MPa)	理论值(N·m)	实验值(N·m)	误差(%)
0.2	41.72	60.5	35
0.3	98.29	97.0	1.3
0.35	124.56	130.5	4.76
0.4	150.32	141.0	6.18

实际滑台按 0.3MPa 的参数设计。从实验结果可以看出,0.3MPa 气压时误差最小。这是因为双向间隙是按 0.3MPa 气压下设计的,因而气压越接近 0.3MPa,则误差越小。

限于用户要求,导轨机械刚度较弱,未做正压力为主的实验。因从理论计算得 0.3MPa 压力时 Q_E 315kg,因而实验会给产品带来破坏而未实施。

但就扭矩的实验结果看,本文所述方法对于工程计算来说精度还是足够的,而且计算也简便,很有实用价值。

6 气体压力分布与间隙呈线性关系的讨论

在第一节中,我们假定导轨的压力分布与间隙 h 呈线性关系,以第 4 节的实例进行计算,当 $h_1 = 0.005\text{mm}$,并取使 $p_H/p_0 > 0.528$ 成立的最大间隙 h_2 为间隙变化范围时。用最小二乘法对由式(16)求得的压力分布进行线性拟合,求得二者之间的均方差 σ 与分布压力的平均值 \bar{p} 之比:

表 2

p_0 (MPa)	0.2	0.3	0.4	0.5
σ/\bar{p} (%)	8.6	4.5	3.5	3.0

并利用计算机绘制曲线如图 4 可知,这种线性替代是合理的。

在闭式导轨设计中,当取定双向间隙 H 时, $h_2 = H - h_1$, h_1 越小, h_2 越大,则会出现 $p_2/p_0 < 0.528$,同时 h_1 的选取还会受到机械加工精度的限制。压力越高时 h_1 应越大;当承受倾覆力矩为主时,由于首先是在两端少数一两个孔出

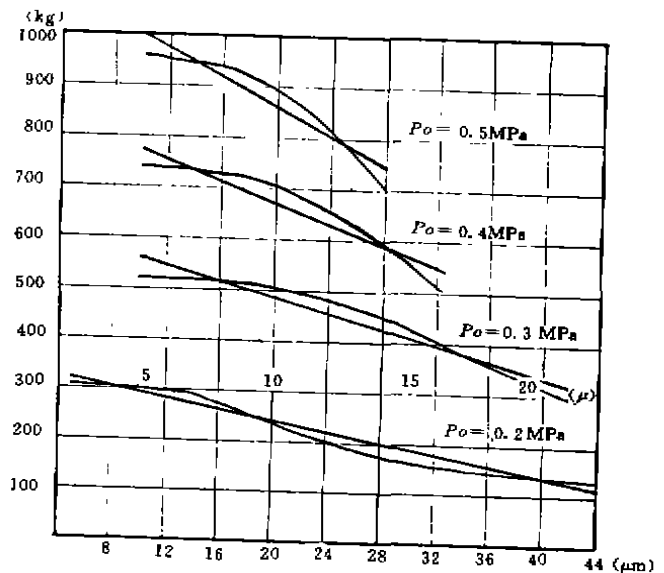


图 4

现 $p_2/p_0 < 0.528$, 因此 h_1 可取小些。因此当压力小于 0.5MPa 时, 可取 $h_1 \geq 0.005\text{mm}$ 。

总之, 又由于 h_1 和 $p_2/p_0 < 0.528$ 即 h_2 的限制, 更使得导轨的工作范围间隙可变范围受到限制, 更使得导轨工作在气体压力分布与间隙呈线性关系的范围内。这也使这种线性替代更为合理。

7 结 束 语

讨论了气浮导轨承受复合载荷的原理, 找到了纯正压力与复合载荷情况下的内在联系, 从而推出 $Q_{\text{等}} = 6M/l + Q$ 的关系。由于气浮导轨是工作在外载、自重、拖动力、配重等诸多因素之下, 因此只承受纯正压力的气浮导轨是没有的, 以往因为缺乏设计手段而按有纯正压力设计而后给以较大的裕度的办法进行设计。而有了此关系式只要将倾覆力矩 M 和纯正压力 Q 代入 $Q_{\text{等}}$ 关系式, 求出 $Q_{\text{等}}$ 后, 按通常的只有纯正压力的方法进行设计即可。

感谢郭德申老师所给予的指教。

参 考 文 献

- [1] 梁万兆, 气浮工件台鉴定会资料, 长春光机所, 1990 年
- [2] 卢佐潮, 矩形空气静压导轨最佳结构参数的探讨, 第二次全国气体润滑学术会议, 1985 年
- [3] 刘敏、刘育华、陈世杰, 《静压气体润滑》, 哈尔滨工业大学出版社, 1990 年
- [4] (苏) B. A. Makrov, 气体静压导轨的计算, 《机床译丛》, 1967 年

Study of Close Rectangular Aerostatic Slideways Applied Complex Load

Tao Jiasheng, Liang Wanzhao and Xu Liping

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics Academy of Sciences, Changchun 130022)

Abstract

In this paper, the loading capacity of aerostatic slideways under the action of pouring moment and vertical pressure is analysed. On this basis the aerostatic slideways for cars safe strip acceleration lock set is designed. A more practical method of calculation is described.

Key words: Aerostatic slideways, Complex load