

空气折射率的一种计算方法

万国贤

(长春光学精密机械学院基础科学系, 长春 130022)

韩之杰

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

摘要 本文利用洛伦兹-洛伦斯公式, 计算了波长从近红外 1694.521nm 到紫外 234.617nm 的空气折射率, 其计算精度与公式 (1) 相同, 优于公式 (2)。

关键词: 空气; 折射率; 计算精度

1 引言

光线以某一方向通过大气层时, 其传播方向会发生微小改变, 这种现象称为大气折射。因空气的折射率接近于 1, 通常近似地将空气折射率当作 1。随着天文光学与空间光学的发展, 精确计算空气折射率, 提高测量精度, 越来越显得重要。本世纪以来, 陆续发表了数十种具有不同系数的空气折射率公式, 归纳起来分为两类: sellmeier 型公式和 Cauchy 型公式, 其代表公式分别为:

Sellmeier 型公式

$$N_o(\lambda) = 80.6051 + \frac{24809.9}{132.274 - \lambda_0^{-2}} + \frac{174.557}{39.32957 - \lambda_0^{-2}} \quad (1)$$

Cauchy 型公式

$$N_o(\lambda) = 272.594 + 1.532\lambda^{-2} + 0.015\lambda^{-4} \quad (2)$$

$N_o = n - 1$, 为标准大气条件下 (气压 $p = 1.01325\text{pa}$, 温度 $T = 288.15\text{K}$, 水汽压 $e = 0$ 和 CO_2 含量为 300ppm) 的折射率模数, 以 10^{-6} 为单位。 λ_0 为真空波长, 以 μm 为单位。文献 [1]、[2] 记载, (1) 式在 $0.23 \sim 1.695\mu\text{m}$ 波长范围内, 具有 2.3×10^{-9} 的精度。(2) 式在 $0.339 \sim 1.695\mu\text{m}$ 波长范围, 具有 9×10^{-9} 的精度。

为了进一步拓宽波长范围,提高空气折射率的精确度,现采用洛伦兹—洛伦斯公式计算空气折射率。

2 洛伦兹—洛伦斯公式

光的波动理论用光的电磁波的传播速度的改变来解释光的折射,并直接引出关系式 $\epsilon = n^2$, ϵ 是介电常数。分子光学的任务是确定代表整个媒质性质的宏观常数折射率 n 跟分子极化率的关系:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} N_1 a \quad (3)$$

这一关系式叫作洛伦兹—洛伦斯公式, N_1 是 1 立方厘米中的分子数目, a 代表分子极化率。

$$a = \frac{e^2}{m} \sum_i \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \quad (4)$$

式中的 e 和 m 是电子的电荷与质量, ω_i 是谐振子的本征吸收频率, f 是对应于 ω_i 的振子力。又

$$\omega = \frac{2\pi c}{n\lambda}, \quad \omega_i = \frac{2\pi c}{n\lambda_i} \quad (5)$$

c 是真空中光速, λ 和 λ_i 是分别对应于频率 ω 和 ω_i 的波长。由式 (3)、(4)、(5) 得:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} N_1 \frac{e^2}{m} \cdot \frac{n^2}{(2\pi c)^2} \sum_i \frac{f_i}{\lambda_i^{-2} - \lambda^{-2}} \quad (6)$$

或

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = n^2 \sum_i \frac{F_i}{\lambda_i^{-2} - \lambda^{-2}} \quad (7)$$

式中 $F_i = \frac{N_i e^2 f_i}{3\pi m c^2}$, 是随 f 变化的待定常数。

为了计算空气折射率,取 $F_1 = 38508.7$, $F_2 = 1087.0$, $\lambda_1 = 0.06497206\mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0.1324532\mu\text{m}$, λ_1 与 λ_2 恰好分别在占大气成份 78.084% 的氮气的两个吸收谱线 $0.008 \sim 0.1\mu\text{m}$ 与 $1.0 \sim 0.145\mu\text{m}$ 范围内,于是得到:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = n^2 \times \left(\frac{38508.7}{236.89 - \lambda^{-2}} + \frac{1087.0}{57.0 - \lambda^{-2}} \right) \quad (8)$$

$$N_0 = (n - 1) \times 10^6 \quad (9)$$

3 计算结果分析

表 1 列出了分别用公式 (1)、(2) 和 (8) 计算出的从 $0.234617\mu\text{m} \sim 1.694521\mu\text{m}$ 波长范

圈内选取的 50 个采样点的空气折射率模数 N_0 , 及 E. R. Peck 在文献 [1] 献给出的经过多次测试得出的空气折射率模数参考值 N_e , 并相应地计算出各自的偏差量 ΔN 。从 $0.234617\mu\text{m}$ ~ $1.694521\mu\text{m}$ 波长范围内, 公式 (1) 的平均偏差 (相对于测试参考值) 为 2.72×10^{-9} , 均方根差为 4.17×10^{-9} 。若删除 $0.690966, 0.623610, 0.612519, 0.607439$ 和 0.496152 这 5 个波长, 公式 (1) 的平均偏差为 1.77×10^{-9} , 均方根差为 2.32×10^{-9} ; 公式 (8) 的平均偏差为 1.47×10^{-9} , 均为根差为 2.21×10^{-9} 。从 $0.339168\mu\text{m}$ ~ $1.694521\mu\text{m}$ 波长范围内, 公式 (2) 的平均偏差为 7.34×10^{-9} 均方根差为 8.67×10^{-9} 。因此公式 (8) 的计算精度与公式 (1) 相同, 优于公式 (2)。

表1 空气折射率模数 N_0 表 (以 10^{-6} 为单位)表1 空气折射率模数 N_0 表 (以 10^{-6} 为单位)

| 序号 | 波 长 | 测试值 N_e | 公 式 (8) | | 公 式 (1) | | 公 式 (2) | |
|----|----------|-----------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|
| | | | N_0 | ΔN | N_0 | ΔN | N_0 | ΔN |
| 1 | 1.894521 | 273.140 | 273.14084 | .00084 | 273.14286 | .00286 | 273.12936 | -.01064 |
| 2 | 1.530015 | 273.281 | 273.26262 | -.00138 | 273.26130 | .00030 | 273.25118 | -.01282 |
| 3 | 1.475850 | 273.313 | 273.31214 | -.00086 | 273.31376 | .00076 | 273.30071 | -.01229 |
| 4 | 1.372233 | 273.424 | 273.42319 | -.00086 | 273.42469 | .00069 | 273.41182 | -.01218 |
| 5 | 1.350788 | 273.453 | 273.44850 | -.00350 | 273.45097 | -.00203 | 273.43813 | -.01487 |
| 6 | 1.129050 | 273.815 | 273.81809 | .00109 | 273.81720 | .00220 | 273.80503 | -.00987 |
| 7 | 1.014259 | 274.108 | 274.10813 | .00013 | 274.10896 | .00086 | 274.09740 | -.01080 |
| 8 | 0.986043 | 274.283 | 274.28332 | .00032 | 274.28402 | .00102 | 274.25281 | -.01019 |
| 9 | 0.922743 | 274.427 | 274.42437 | -.00283 | 274.42494 | -.00206 | 274.41412 | -.01288 |
| 10 | 0.912547 | 274.465 | 274.46553 | .00053 | 274.46806 | .00106 | 274.45531 | -.00966 |
| 11 | 0.724716 | 275.574 | 275.57310 | -.00080 | 275.57284 | -.00106 | 275.56529 | -.00871 |
| 12 | 0.890988 | 275.864 | 275.87565 | .01185 | 275.87538 | .01138 | 275.86883 | .00483 |
| 13 | 0.871829 | 276.064 | 276.06835 | .00435 | 276.06798 | .00398 | 276.06186 | -.00214 |
| 14 | 0.844025 | 276.382 | 276.38042 | -.00158 | 276.37996 | -.00204 | 276.37182 | -.00718 |
| 15 | 0.823810 | 276.648 | 276.63748 | -.01056 | 276.63892 | -.01106 | 276.63280 | -.01540 |
| 16 | 0.612519 | 276.778 | 276.78833 | .01033 | 276.78777 | .00877 | 276.78394 | -.00594 |
| 17 | 0.807439 | 276.872 | 276.86033 | -.01167 | 276.85973 | -.01227 | 276.85613 | -.01587 |
| 18 | 0.579226 | 277.298 | 277.29612 | -.00158 | 277.29572 | -.00228 | 277.29351 | -.00116 |
| 19 | 0.577120 | 277.330 | 277.33161 | .00161 | 277.33096 | .00096 | 277.32688 | -.00111 |
| 20 | 0.567747 | 277.497 | 277.49342 | -.00358 | 277.49272 | -.00428 | 277.49116 | -.00584 |
| 21 | 0.548227 | 277.899 | 277.89819 | -.00081 | 277.89747 | -.00153 | 277.89713 | -.00183 |
| 22 | 0.501707 | 278.915 | 278.91510 | .00010 | 278.91418 | -.00052 | 278.91712 | .00212 |
| 23 | 0.496152 | 279.050 | 279.06254 | .01254 | 279.06182 | .01182 | 279.08495 | .01495 |
| 24 | 0.492330 | 279.167 | 279.16703 | .00003 | 279.16644 | -.00056 | 279.16973 | .00273 |
| 25 | 0.491745 | 279.187 | 279.18326 | -.00374 | 279.18268 | -.00434 | 279.18600 | -.00100 |
| 26 | 0.471446 | 279.786 | 279.78620 | .00020 | 279.78570 | -.00030 | 279.79043 | .00143 |
| 27 | 0.467946 | 279.898 | 279.89862 | .00062 | 279.89815 | .00015 | 279.90311 | .00511 |
| 28 | 0.447273 | 280.621 | 280.62086 | -.00014 | 280.62060 | -.00040 | 280.62677 | .00577 |
| 29 | 0.435956 | 281.064 | 281.06345 | -.00055 | 281.06329 | -.00071 | 281.06997 | .00597 |
| 30 | 0.410933 | 282.181 | 282.18510 | .00110 | 282.18535 | .00135 | 282.19231 | .00831 |
| 31 | 0.404771 | 282.495 | 282.49832 | .00132 | 282.49665 | .00185 | 282.50341 | .00841 |
| 32 | 0.398509 | 282.828 | 282.82868 | .00068 | 282.82918 | .00116 | 282.83554 | .00754 |
| 33 | 0.388975 | 283.368 | 283.36878 | .00078 | 283.36931 | .00131 | 283.37471 | .00671 |
| 34 | 0.380273 | 283.905 | 283.90070 | -.00430 | 283.90150 | -.00350 | 283.90550 | .00050 |
| 35 | 0.365567 | 284.896 | 284.89502 | -.00086 | 284.89616 | .00016 | 284.89615 | .00015 |
| 36 | 0.365119 | 284.929 | 284.92887 | -.00013 | 284.93004 | .00104 | 284.92987 | .00087 |
| 37 | 0.356224 | 285.595 | 285.60115 | .00615 | 285.60248 | .00748 | 285.59845 | .00345 |
| 38 | 0.354443 | 285.711 | 285.71251 | .00116 | 285.71390 | .00110 | 285.73895 | .00505 |
| 39 | 0.339168 | 287.059 | 287.05937 | .00037 | 287.06100 | .00200 | 287.04522 | -.01378 |
| 40 | 0.292630 | 292.643 | 292.64408 | .00108 | 292.64480 | .00190 | 292.53002 | -.11298 |
| 41 | 0.289447 | 293.144 | 293.14533 | .00133 | 293.14591 | .00191 | 293.01713 | -.12687 |
| 42 | 0.285779 | 293.718 | 293.71785 | -.00015 | 293.71813 | .00013 | 293.60140 | -.14860 |
| 43 | 0.276059 | 295.467 | 295.46665 | -.00015 | 295.46602 | -.00086 | 295.27948 | -.20751 |
| 44 | 0.275360 | 295.621 | 295.62056 | -.00044 | 295.61964 | -.00136 | 295.40800 | -.21300 |
| 45 | 0.267575 | 297.198 | 297.19779 | -.00021 | 297.19574 | -.00226 | 297.91798 | -.28004 |
| 46 | 0.257711 | 299.455 | 299.45787 | .00287 | 299.45418 | -.00082 | 299.06172 | -.39328 |
| 47 | 0.246482 | 302.457 | 302.46477 | .00777 | 302.45875 | .00275 | 301.87466 | -.58232 |
| 48 | 0.244785 | 302.973 | 302.97246 | -.00054 | 302.96739 | -.00561 | 302.34494 | -.62806 |
| 49 | 0.237911 | 305.144 | 305.14606 | .00206 | 305.14190 | -.00210 | 304.34237 | -.80183 |
| 50 | 0.234617 | 306.283 | 306.28271 | -.00029 | 306.27990 | -.00310 | 305.37626 | -.90871 |

4 结 束 语

从表1中可以看出,公式(8)是目前已知的计算空气折射率公式中精度较高的一种,其中计算偏差较大的5个波长点,恰好位于 O_2 和 O_3 的弱吸收光谱带附近。因此,若要进一步提高计算精度和拓宽波长范围,要考虑 CO_2 、 H_2O 、 O_2 和 O_3 等气体成分的吸收影响,特别是在红外区的吸收影响。

精确计算空气折射率,对于探测大气污染,进行环境保护及精确测距均有重要意义。

参 考 文 献

- [1] E. R. Peck, K. Reeder, J. Opt. Soc. Am., 1972, 62: 958
- [2] 宋正方, 激光与红外, 1981, 11 (7): 22
- [3] 宋正方, 应用大气光学基础. 气象出版社, 1990
- [4] M. B. 伏尔坚斯坦著, 王鼎昌译, 分子光学. 高等教育出版社, 1958

A Calculating Way for Refractive Index of Air

Wan Guoxian

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Changchun 130022)

Han Zhijie

*(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences,
Changchun 130022)*

Abstract

By means of Lorentz-Lorentz formula, the refractive index of air are calculated for wavelengths from infrared (1694.52nm) to ultraviolet (234.617nm), and the calculated accuracy is excellenter than formula (2), and is equal to formula (1).

Key words: Air, Refractive index, Calculated accuracy