

高斯光束的光学变换

刘金环

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

摘要 本文从高斯光束和几何光学概念出发, 分析了光学系统传输高斯光束的参数选择原则, 提出了某些设计要求。并以准直系统为例分析了激光准直系统对高斯光束的变换特性, 还推导了光束扩展比的一般关系式。

关键词: 高斯光束; 束腰; 发散角; 聚焦; 准直

1 前言

激光是一种光线束, 它的幅射照度(或光强)的分布是呈高斯型的, 因此称之高斯光束。

利用激光作幅射光源解决不同问题时, 一般情况下都要使用光学系统对激光束(即高斯光束)进行变换, 光学系统对高斯光束变换与常规(几何)光束变换是不同的。如果在光学上仍然用处理常规光束的方法, 去处理高斯光束显然是不妥的, 并可能导致某些错误的结果。

在激光系统中光学系统的作用不仅取决于其光学特性, 而且还取决于激光束参数和光学系统在激光系统中的位置。

2 激光束的参数, 利用光学系统对其变换时的基本关系及设计原则

在实际应用中, 使我们最感兴趣的是激光出射光束的束腰位置和腰斑大小之间的关系。这个问题实质是: 已知入射光束的腰斑半径 ω_0 , 束腰到透镜的距离 z , 求变换的腰斑半径 ω' 。及束腰到透镜的距离 z' 。

如图 1 所示: 高斯光束的透镜变换公式为:

经透镜 f' 变换后的新的束腰位置:

$$z' = f' - \frac{(z + f')f'^2}{(z + f')^2 + (\pi\omega_0^2/\lambda)^2} \quad (1)$$

新的束腰半径:

$$\frac{1}{\omega_0'^2} = \frac{1}{\omega_0^2} \left[\left(1 + \frac{z}{f'}\right)^2 + \frac{1}{f'^2} \left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}\right)^2 \right] \quad (2)$$

式中

z —激光器的束腰到透镜的距离

z' —变换后的束腰到透镜的距离

f' —变换透镜的焦距

λ —激光的波长

符号规则:式中 z 和 z' 为正号表示束腰在透镜的右方,负号表示在透镜的左方,焦距 f' 为正表示正透镜, f' 为负表负透镜。

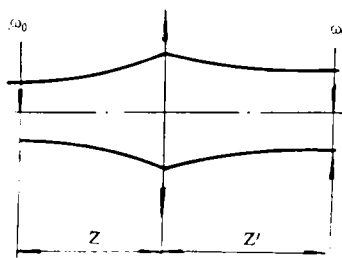


图 1 高斯光束的透镜变换

由于透镜的变换作用只改变位相而不改变光强的分布,因此高斯光束经透镜变换后仍保持高斯光束的形式。

高斯光束的特性主要由腰斑的大小和束腰的位置决定。

1 分析这组变换式,即可得出经透镜变换后的高斯光束行为:

1) 腰斑:由(2)式可转换成¹

$$\omega_0' = \frac{\omega_0}{\left[\left(1 + z/f'\right)^2 + (z_{01}/f')^2 \right]^{1/2}} \quad (3)$$

式中 $z_{01} = \pi\omega_0^2/\lambda$ —为入射光束的瑞利长度,当焦距给定后,经透镜变换后的腰斑半径 ω_0' 是入射光束束腰位置 z 的函数。图 2 给出了 ω_0'/ω_0 与 z/f' 的关系曲线。

表 1

z_{01}/f'	0.4						
z/f'	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0	0.5
ω_0'/ω_0	0.64	0.93	1.56	2.5	1.56	0.93	0.64
z_{01}/f'	0.5						
z/f'	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0	0.5
ω_0'/ω_0	0.63	0.89	1.41	2.0	1.41	0.89	0.63
z_{01}/f'	1						
z/f'	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0	0.5
ω_0'/ω_0	0.56	0.71	0.89	1.0	0.89	0.71	0.56
z_{01}/f'	5						
z/f'	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0	0.5
ω_0'/ω_0	0.192	0.196	0.199	0.20	0.199	0.196	0.192

$z/f' = 0$ 表示入射高斯光束束腰在透镜上

$z/f' > 0$ 表示入射高斯光束束腰在透镜右边

$z/f' < 0$ 表示入射高斯光束束腰在透镜左边

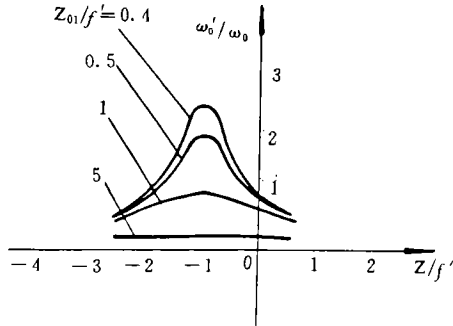


图 2 ω'_0/ω_0 与 z/f' 的关系

$z/f' = -1$ 为曲线的对称轴且在这一点曲线达到极大值

$$\omega'_{0max} = f\lambda/\pi\omega_0 \quad (4)$$

当 $z = -f'$ 时(1)式变成了 $z' = f'$ 。由此得知: 入射高斯光束的束腰在透镜的前焦面上, 则经透镜变换后的束腰在透镜的后焦面上, 并且其腰斑达到极大值。这与物在透镜的前焦面上, 而像在像方无穷远的几何光学的成像结果完全不同。

当 $z = \infty$ 时(1)式也变成 $z' = f'$, 这就是说当入射高斯光束束腰在无限远时, 经透镜变换后的腰斑位置也在透镜的后焦面上, 这一点和几何光学成像结果相同。由(1)式可转换成:

$$1 - \frac{z'}{f'} = \frac{1 + z/f'}{(1 + z/f')^2 + (\pi\omega_0^2/f'\lambda)^2} \quad (5)$$

当 $\omega_0 \rightarrow 0$ 或 $(1 + z/f') \gg \pi\omega_0^2/f'\lambda$

(5) 式就变成了

$$1 - \frac{z'}{f'} = \frac{1}{1 + z/f'} \quad (6)$$

将几何光学的高斯公式 $\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}$ 稍作变化则有

$$1 - \frac{f'}{l'} = \frac{1}{1 + l/f'} \quad (7)$$

比较(6)和(7)两式可知: 若 z 和 z' 分别与 l 和 l' 相对应, 当满足 $\omega_0 \rightarrow 0$ 或 $(1 + z/f') \gg \pi\omega_0^2/f'\lambda$ 时, 就可以近似的用几何光学处理旁轴光的方法来处理旁高斯光束。

2)、束腰位置: (5) 式中的 z'/f' 与 z/f' 的关系由图 3 给出:

表 2

z_{01}/f'	0.4								
z/f'	-3.0	-1.5	-1.4	-1.3	-1.0	-0.7	-0.6	-0.5	1.0
z'/f'	1.48	2.22	2.25	2.20	1.0	-0.20	-0.25	-0.2	0.52
z_{01}/f'	0.5								
z/f'	-3.0	-1.6	-1.5	-1.4	-1.0	-0.6	-0.5	-0.4	1.0
z'/f'	1.47	1.98	2.0	1.98	1.0	-0.02	0	0.02	0.53
z_{01}/f'	1								
z/f'	-3.0	-2.2	-2.0	-1.8	-1.0	-0.2	0	0.2	1.0
z'/f'	1.40	1.49	1.50	1.49	1.0	0.51	0.50	0.51	0.60
z_{01}/f'	5								
z/f'	-7.0	-6.0	-5.0	-3.0	-1.0	1.0	3.0	4.0	5.0
z'/f'	1.099	1.1	1.098	1.07	1.0	0.93	0.902	0.9	0.902

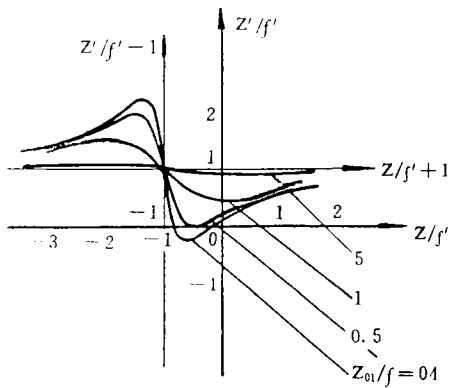


图3 z'/f' 与 z/f' 的关系

这组曲线是中心对称的, 对称中心的坐标为 $(z/f' = -1, z'/f' = 1)$, 曲线有两个极值, 横坐标为

$$z/f' = -1 \pm \pi\omega_0^2/f'\lambda = -1 \pm z_{01}/f' \quad (8)$$

相应的极值是

$$z'/f' = 1 \pm f'\lambda/2\pi\omega_0^2 = 1 \pm f'/2z_{01} \quad (9)$$

经透镜变换后的束腰位置不是随意的, 它被限制在上面给出的两个极值之内。

2 高斯光束的聚焦

为了得到高能量的激光强度, 必须把高斯光束的辐射通量会聚到一个很小的圆斑内, 显然通过光学系统聚焦后的高斯光束的束腰就是

这样的圆斑。

由公式(2)可知: 出射束腰半径 ω'_0 是 ω_0, z, f' 的函数。当给定高斯光束的结构以后, 对聚焦高斯光束的光学系统设计参数的选择, 必须遵守下列原则。

由(3)式可知:

- 1) 聚焦系统应该选用短焦距的。
- 2) 入射束腰平面到物镜的距离要足够大即 $z \gg f'$, 如果 z 超过 f' 的几倍, 则效果更好。但 z 值也不能随意大, 否则会增大物镜的口径。
- 3) 由于被聚焦后的束腰半径 ω'_0 尺寸很小(几微米量级)故应考虑到由于衍射和像差使 ω'_0 的增大

$$\omega'_{0\text{增大}} = \omega'_0 + 1.22 (z'/\omega_{\text{透镜}}) + T'_A$$

$\omega_{\text{透镜}}$ —物镜处的光束半径

T'_A —被变换平面上的横向像差

- 4) 焦深就是纵向聚焦范围, 用束腰长度表示

$$2z_{02} = 2\pi\omega_0^2/\lambda \quad (10)$$

上式表明: 焦深与焦斑半径的平方成正比, 所以焦斑越小, 焦深越短。

3 高斯光束的准直:

尽管高斯光束的特点是方向性好, 但为了其能量能远距离传递, 必须减小高斯光束的发散角。

高斯光束的远场发散角为:

$$\theta = \lambda/\pi\omega_0 \quad (11)$$

θ 与 ω_0 成反比, 故改善发散角的条件就是要有尽可能大的新的束腰半径 ω'_0 。

1) 单透镜准直:

当入射高斯光束的束腰与光学系统的前焦点重合时, 即 $z = -f'$ 经透镜变换以后所输出的束腰最大值由(4)式给出, 即

$$\omega'_{0\text{max}} = \lambda f'/\pi\omega_0 \quad (12)$$

当 ω_0 给定后, 为了有大的 ω'_0 值, 必须要有大的 f' 值, 因此, 用单透镜准直就必然用长焦距透镜, 同时还要满足入射束腰位于系统的前焦点处, 这必须导致准直系统尺寸太大。另外, 单透镜的变换能力有限, 一般不适用于准直区域很大的变换。

2) 双透镜准直:

减小高斯光束发散角最合理系统是双透镜组合系统。系统的第一块透镜可以是正, 也可以是负, 第一块透镜是负透镜时, 可以使系统更紧凑, 第二块是正透镜。

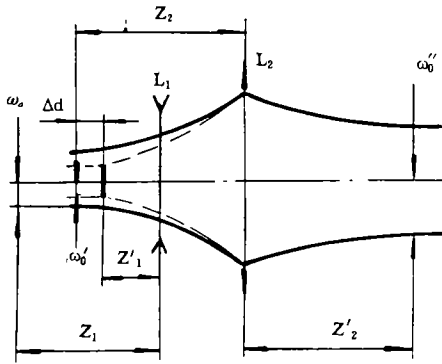


图 4 双透镜准直系统

两透镜的准直系统, 实际上就是一个望远系统, 而望远系统对高斯光束的变换有两种工作状态。即重焦状态和离焦状态。 Δd 为离焦量, 它反映了望远系统的失调成度。 $\Delta d=0$ 为重焦望远系统, 经重焦望远系统准直后的高斯光束的腰斑半径为:

$$\omega''_0 = M\omega_0 \quad (13)$$

准直长度:

$$2z_{02} = 2M^2z_{01} \quad (14)$$

而经离焦望远系统准直后的高斯光束的腰斑半径为:

$$\omega''_0 = 1/\sqrt{2} \cdot M\omega_0 \quad (15)$$

M 为望远系统的放大率 $M = f'_2 / f'_1$ 上式对应于入射光束的束腰在第二块透镜的前焦点上。相应的离焦量为:

$$\Delta d = f'^2_1 \lambda / \pi \omega^2_0 \quad (16)$$

上两式表明: 经准直望远系统变换后的高斯光束的腰斑大小, 只与入射光束的腰斑大小及准直望远系统的倍率有关, 而与入射光束腰斑位置无关。

3 准直望远系统分析:

3.1 分析图 4 所示的两双透镜准直系统

(1) 为了减小高斯光束的发散角, 必须要求输出束腰的腰斑要大, 满足输出腰斑大的条件是增大激光准直系统的倍率。

(2) 透镜 L_2 对高斯光束的变换, 根据公式 (2) 有:

$$\omega''_0 = \frac{\omega'^2_0}{(1 + z_2/f'_2)^2 + (\pi\omega'^2_0/f'_2\lambda)^2} \quad (17)$$

f'_2 越长 ω''_0 越大, 所以透镜 L_2 要选用长焦距透镜, 并要求 $z_2 = -f'_2$

(3) ω'_0 的位置 z'_1 由公式 (1) 确定, L_1 为负透镜, 因此有:

$$z'_1 = -f'_1 - \frac{(z_1 - f'_1)f'^2_1}{(z_1 - f'_1)^2 + (\pi\omega^2_0/\lambda)^2} \quad (18)$$

一般情况下 $(z_1 - f'_1) \gg (\pi\omega^2_0/\lambda)$ 因此上式中的第二项可略去不计, 则有

$$z'_1 \approx -f'_1 \quad (19)$$

我们知道,一般望远系统,透镜 L_1 的后焦点与透镜 L_2 的前焦点是重合的,而激光准直系统由于 $z'_1 \approx -f'_1$, 因此中间束腰 ω'_0 并不严格在透镜 L_1 的后焦点上,而 ω'_0 则与透镜 L_2 的前焦点重合。由于激光准直系统两组透镜的像面不像常规望远镜那样严格重合,因此它只能是基本上为望远系统。

3.2 准直望远系统的光束扩展比

公式 (17) 反映了经过透镜 L_2 变换前、后的 ω'_0 与 ω''_0 的关系。若满足条件 $z_2 = -f'_2$ 时

$$\omega''_0 = (f'_2 \lambda / \pi \omega'_0)^2 \quad (20)$$

经负透镜 L_1 变换前、后的 ω_0 与 ω'_0 的关系由公式 (2) 得:

$$\omega'_0{}^2 = \frac{\omega_0^2}{(1 - z_1/f'_1)^2 + (\pi \omega_0^2 / f'_1 \lambda)^2} \quad (21)$$

并已知透镜 L_1 起聚焦高斯光束的作用。因此必须满足 $z_1 \gg |f'_1|$ 的条件,所以 (21) 中分母第一项中的 1 可略去不计。

$$\omega'_0{}^2 = \frac{(f'_1 \lambda \omega_0)^2}{(z_1 \lambda)^2 + (\pi \omega_0^2)^2} \quad (22)$$

将 (22) 代入 (20) 得:

$$\begin{aligned} \omega''_0 &= \left(\frac{f'_2}{f'_1}\right)^2 \frac{(z_1 \lambda)^2 + (\pi \omega_0^2)^2}{(\pi \omega_0^2)^2} \\ \omega''_0 &= \frac{f'_2}{f'_1} \cdot \frac{\sqrt{(z_1 \lambda)^2 + (\pi \omega_0^2)^2}}{\pi \omega_0} \end{aligned} \quad (23)$$

因此输出高斯光束的远场发散角为:

$$\begin{aligned} \theta''_0 &= \lambda / \pi \omega''_0 \\ &= \left(\frac{f'_1}{f'_2}\right) \frac{\omega_0 \lambda}{\sqrt{(z_1 \lambda)^2 + (\pi \omega_0^2)^2}} \end{aligned} \quad (24)$$

而输入光束的远场发散角由 (11) 式有

$$\theta_0 = \lambda / \pi \omega_0$$

因此高斯光束经激光准直系统后的光束扩展比为:

$$\begin{aligned} M &= \theta_0 / \theta''_0 \\ &= \frac{f'_2}{f'_1} \cdot \frac{\sqrt{(z_1 \lambda)^2 + (\pi \omega_0^2)^2}}{\pi \omega_0^2} \end{aligned} \quad (25)$$

1) 当 $z=0$ 时,即入射高斯光束束腰与透镜 L_1 重合, (25) 中 $\sqrt{(z_1 \lambda)^2 + (\pi \omega_0^2)^2} / \pi \omega_0^2 = 1$ 时

$$M = f'_2 / f'_1$$

这时激光准直系统的光束扩展比就是普通望远镜的放大率。

2) 当 $z_1 \neq 0$

$$\sqrt{(z_1 \lambda)^2 + (\pi \omega_0^2)^2} / \pi \omega_0^2 > 1$$

$$M > f'_2/f'_1$$

因此,激光准直系统在 z_1 不为 0 的一般情况下,能比常规望远系统更好的改善光束的发散度。

由此可知,激光准直系统的作用与用来改善平行光束参数的望远镜是一样的。区别仅在于两组元的焦面不能精确重合。

参 考 文 献

- [1] J. D. Zook and T. C. Lee, Geometrical interpretation of gaussian beam optics. *Applied Optics*, 1972, 11 (10): 2140—2145
- [2] D. A. Halmes, J. E. rorka and P. V. Avizonis, Parametric study of apertured focused gaussian Beams. *Applied Optics*, 1972, 11 (3): 565—574
- [3] 王其详, 工程光学原理. 江苏科学技术出版社, 1983
- [4] 魏光辉, 朱宝亮, 激光束光学. 北京工业学院出版社, 1988

Optical Transform of Gaussian Beam

Liu Jinhuan

(*Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,*
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

Abstract

According to the concept of Gaussian optics and geometric optics, this paper analyses the transmission principle of Gaussian beam and puts forward some design demands, analyses its alteration characteristic for Gaussian beam by an example for collimated system, finally, infers the general relation formula of spreading ratio.

Key words: Gaussian beam, Beam waist, angle of divergent, Focus, Collimation