

物面、像面、主面交于一线原理的证明及应用

于 国 或

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130021)

摘要 通常光学成像系统,物面、像面及成像物镜与光轴都是垂直的。在特殊光学系统中,比如宇航模拟中的视景模拟光学系统,物面是倾斜的(即不垂直于光轴),造成像的不清晰。本文为使倾斜物面也能成一清晰的象,而引出了物面、像面、镜组主面交于一线的原理,并从几个方面对这个原理加以证明。在文中应用此原理推导出了单组、双组物镜组校正像面倾斜的关系式,编制了用镜组倾斜校正像面倾斜实时控制程序。

关键词: 主面;物面;像面;倾角

1 前 言

通常光学成像系统,物面、像面及成像物镜与光轴都是垂直的。在特殊光学系统中,比如宇航模拟中的视景模拟光学系统,物面是倾斜的(即不垂直于光轴),造成像的不清晰。本文为使倾斜物面也能成一清晰的象,而引出了物面、像面、镜组主面交于一线的原理,并从几个方面对这个原理加以证明。在文中应用此原理推导出了单组、双组物镜组校正像面倾斜的关系式,编制了用镜组倾斜校正像面倾斜实时控制程序。

2 镜组倾斜的引出

如果透镜直立的话,则像面将是倾斜的(即不垂直于光轴),如图1。

$A'B'$ 为物面 AB 的象, α 、 α' 分别为 AB 、 $A'B'$ 与垂直光轴平面的倾角。 A 点的像在垂直像上将成一弥散盘 $\Delta\delta$ 。不难证明: α 、 α' 有如下关系式:

$$\operatorname{tg}\alpha' = M \times \operatorname{tg}\alpha$$

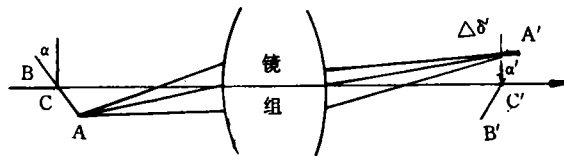


图1 倾斜物面与直立物面成像的示意图

式中 M 为光组垂轴放大率：

由图看出，物面倾角 α 很大时， α' 也很大，则弥散盘 $\Delta\delta$ 也很大，造成象不清晰，解决这种缺陷的方案有两个：

(1) 减小透镜组的相对孔径，使焦深增大 Δx ，则景深增大 Δx^2 。这样，虽然 A, B 两物点所成的象 A', B' 不在过轴上点 C 所做垂直于光轴的平面内，由于透镜相对孔径小，焦深 λ/u^2 很大，就是 $\Delta\delta$ 很小，这样满足了大的景深范围内成像清晰的要求。但是这种方法，使像面照度下降很快，往往满足不了像面的照度要求。

(2) 使镜组倾斜。如果物面不动，改变镜组主面与光轴夹角，则像面与光轴夹角也随之改变。这样，可以找到所需要的满足像面清晰的镜组倾角，即增加了景深，使像面清晰。

3 物面、像面、主面交于一线原理的证明

- (1) 物面倾斜而镜组直立，可证出物面、像面在主面上相交高度相等，故它们交于一线。
- (2) 物面倾斜，镜组也倾斜，同样可证明物、像面在主面上相交高度一致。
- (3) 物面、镜组都垂直于光轴，可证明它们相交于无穷远。

4 单组倾斜物镜倾角的推导

将镜组以后节点为轴心转动，如图 2。

$$\therefore \sin(\alpha' - \beta) = \frac{f' \sin \alpha - \alpha'}{-(t - l_1) \cos \alpha + t \cos(\alpha - \beta)} \quad (1)$$

当 $\alpha' = 0$ 时即得到垂直于光轴的像面

$t = 0$ 时

$$-\sin \beta = \frac{f' \operatorname{tg} \alpha}{l_1} \quad (2)$$

对于 $t \neq 0$ 情况，需具体计算一下误差。当 α 很小时， $\alpha \approx \beta$ ，带有 t 的项可消。 t 与 f, l 相比是小量，可忽略。

当给定 $\alpha', \alpha, f', t, l_1$ 后，由公式 (1) 可以解出 β 角。令 $\alpha' = 0$ 将 α, l_1, f' 代入公式 (2) 即可得到使像面垂直的物镜所需偏转角度。

镜组倾斜后带来的问题

镜组倾斜后，不仅像面倾角跟着改变，而且产生像面的移动。其移动量大小可由下面公式计算

$$\Delta x = l' \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg}(\beta + \gamma)$$

$$\Delta Y = \Delta x \cdot \operatorname{ctg} \beta$$

使用单组倾斜时，像面位移无法消除。

景深增大倾斜物面 AB 经直透镜 HH' 成一个倾斜角 $A'B'$ 。透镜倾斜后，可使像面垂直

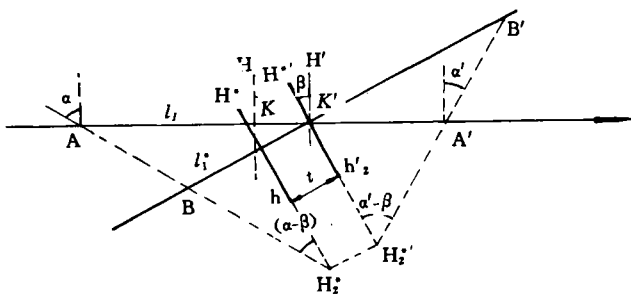


图 2 倾斜物面与倾斜物镜成像的示意图

于光轴，如图 3。

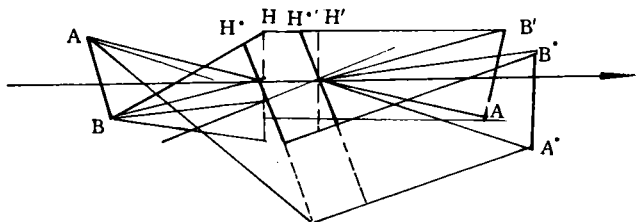
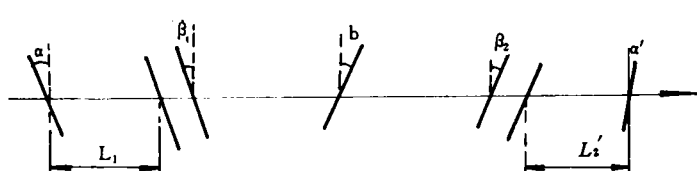


图 3 用倾斜镜组校正像面倾斜的示意图

A^*B^* 为镜组倾斜后像面，它垂直于光轴，这样，相当于增大系统的景深。

5 双组倾斜物镜倾角的推导

倾转角 β_1, β_2 和 α', f_1, f'_2 关系的推导如图 4。



$$\sin \beta_1 = -\frac{f_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha'}{2l_1} \quad (3)$$

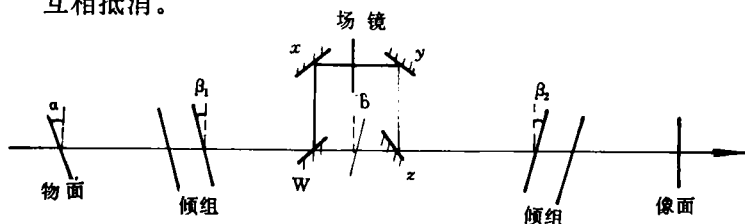
图 4 用双对称倾斜镜组校正倾斜镜面的示意图

存在问题：

(1) 和单组倾校比较，在同样的物面倾角 α 情况下， l_1, f 也相同，从公式 (3) 可看出，双组倾校比单组倾校 $\sin \beta$ 小一倍，是因为两个镜组平场

负担了转角。

(2) 镜组倾斜所引起的像面位移，本身可以消除。对于垂轴位移 Δy ，由于两倾斜组斜角符号相反，大小相等，当两组主面间隔相等时，刚好 Δy 值也是大小相等，符号相反，所以可互相抵消。



用公式表示：

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= t_1 \sin \beta_1 & \Delta y_2 &= t_2 \sin \beta_2 \\ \text{当 } \beta_2 &= -\beta_1 & t_1 &= t_2 \\ \text{有：} & & \Delta y + \Delta y_2 &= 0 \end{aligned}$$

图 5 双组倾斜时补偿像面位移的示意图

对于像的轴向位移，用调焦的办法来消除。

(a) 用两个倾斜组作沿轴相向（或相背）移动一定距离来消除。

(b) 在光路中加四块反射镜（或棱镜）如图 5 所示， W, X, Y, Z 是四块反射镜， W 平行于 X, Y 平行于 Z 。 X 和 Y 一起作垂直于光轴的运动，使场镜总的像面重合，保持物和像面位置

及倍率都不变。

镜组倾斜后，其倍率之所以保持不变，是因为当镜组倾斜后，如果二倾斜组是一样的倾角相等，符号相反。 $r_1 \cdot r_2$ 虽然改变了，但仍保持 $r_1 = 1/r^2$ 总倍率 $r_1 \cdot r_2 = 1$ 保持不变。

消除像面轴向位移，倾斜镜组需要轴向位移量，或者用调焦的办法。所需调焦量的计算，在用不同场情况是不一样的，要具体计算分析。

(3) 对单组或双组倾校，二主面中间有一点，当镜组绕它旋转时，像面没有垂直位移。这个校转点的位置和倍率 M 有关。当物方为无穷远时，则转点移动后节点。

6 一方为无穷远，单组倾转角的推导

一方为无穷远，单组倾转角公式为

$$\sin\beta = \frac{xfctg\alpha'_1 - \sqrt{(fctg\alpha'_1)^2 - 4tf}}{2t} \quad (4)$$

$\alpha'_1 < 0$ 时 $\sin\beta$ 为负值

$\alpha'_1 > 0$ 时 $\sin\beta$ 取正值

$t = 0$ 时 $t \cdot \sin^2\beta = 0$

$$\therefore \sin\beta = tg\alpha'_1 \quad (5)$$

α'_1 —镜组直立时像面倾角，其值可由物面倾角 α_1 和垂直轴放大倍率

$$tg\alpha'_1 = m \cdot tg\alpha \quad m = f_2/f_1$$

镜组倾斜后，像面没有垂轴位移，其沿轴位移 Δx 为：

$$\begin{aligned} \Delta x &= DD' = D'K' - DK' \\ &= \frac{K'D^*}{\cos\beta} - f = f\left(\frac{1}{\cos\beta} - 1\right) \end{aligned}$$

7 双方无穷远，双组倾校倾转角的推导

双穷无穷远，双组倾校，倾转角公式为：

$$\therefore \sin\beta = \frac{2f \cdot ctg\alpha_3 - \sqrt{(2fctg\alpha_3)^2 - 8tf}}{4t} \quad (6)$$

当 $t = 0$ 时，(5) 式变为

$$2f \cdot \sin\beta \cdot ctg\alpha_3 - f = 0$$

消去 f 解出：

$$\sin\beta = \frac{1}{2}tg\alpha_3 \quad (7)$$

下面如何确定 α_3 和物面倾角关系：

设物面倾角为 α ，则：

$$\begin{aligned} tg\alpha_1 m_1 \times tg\alpha & \quad m = l'_1/l_1 \\ tg\alpha_3 = m \times tg\alpha_1 & \quad m_2 = \frac{f_{\text{像1}}}{f_{\text{物1}}} \end{aligned}$$

$$\therefore \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{f_{\text{倾}1}}{f_{\text{调}1}} \cdot \frac{l'}{l_1} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (8)$$

由(7)式看出, 当 α, m_1 一定时, $f_{\text{倾}1}/f_{\text{调}1}$ 越小, α_3 就越小, 采用两组对称的倾斜和调焦组, 组合倍率可保持不变, 即

$$\frac{f_{\text{倾}1}}{f_{\text{调}1}} \cdot \frac{f_{\text{调}2}}{f_{\text{倾}2}} = 1$$

存在问题:

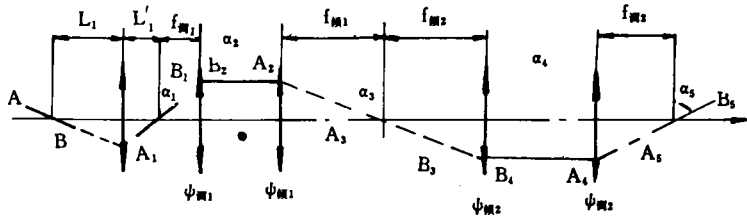


图 6 通过镜组焦点的倾斜物面成像的示意图

由于镜组倾斜, 像面产生沿轴位移 (不产生垂轴位移), 其位移量大小和 t 无关。单组倾斜时, 像面的沿轴位移量

$$\Delta x = f \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right)$$

因两单组结构相同, 故 Δx 一致。

解决方法:

(1) 如果倾斜组 1、2 后主面距为 d , 则当镜组倾斜时, 二倾斜组应各自离开 Δx , 即此时二镜主面间隔为

$$\begin{aligned} d^* &= d + 2\Delta x \\ &= d + 2f \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right) \end{aligned}$$

(2) 利用棱镜或反射镜将中间光路延长。

8 实际可行方案

由前面公式得知, 镜组倾角和物面倾角有关, 那么物面倾角和那些因素有关呢?

(1) 宇航模拟机的视景模拟

在训练宇航员时, 一般在地面上的宇航模拟机中进行, 这种模拟机中的主要部分就是视景模拟。如图 7 所示

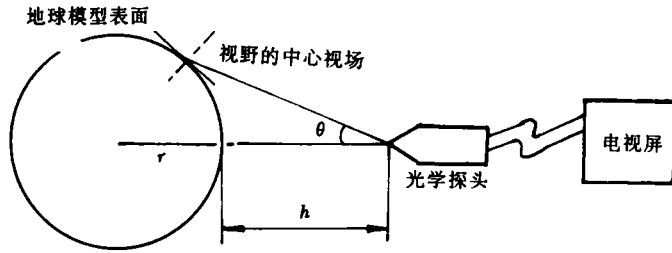
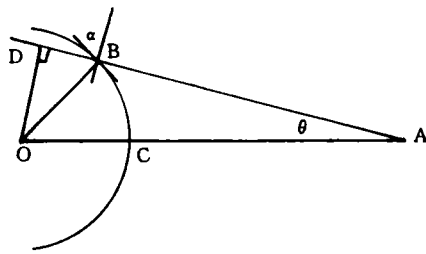


图 7 视景模拟的示意图

θ 为俯仰角, r 为地球模型半径, h 为模拟的飞行高度。由图看出, 模拟俯仰角, 俯仰角为 0° 时, 为垂直地面观察。当俯仰角大于 0° 时, 看到的地球模型表面是倾斜的, 随 α 角的增加, 观察面的倾角增大。

并产生一倾斜的像面, 造成成像面的不清晰, 为使成像清晰, 需将倾斜的物面校正成一垂直的像面。这就需要应用物面、像面、主面交于一线的原理, 推导出用镜组倾斜校正物面倾斜的公式, 编制成控制程序, 就可实时保证像面的垂直, 也就实现了成像的清晰。

(2) 物面倾角的公式如图



$$OD = (r + h) \cdot \sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{OD}{r}$$

$$\text{则有 } \alpha = \arcsin \left[\frac{r + h}{r} \sin\theta \right]$$

式中 α 为物面和垂直光轴的物面夹角。 θ 为光轴和垂直地面的光轴之夹角。 r 为地球模型半径 h 为模拟的飞行高度。

图 8 取景器视轴与地球表面的角度关系

(3) 具有实时校正像面倾斜功能的视景模拟光路图

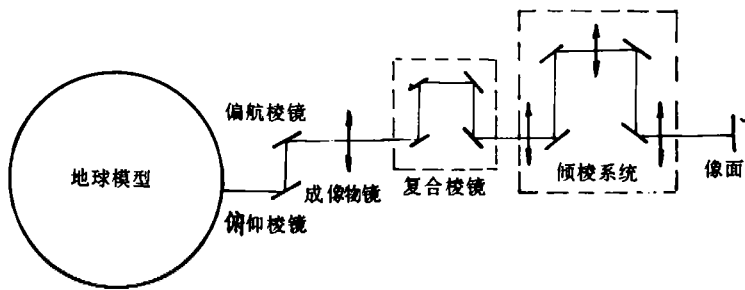


图 9 视景模拟的光路图

Demonstration and Applications of the Axiom on Object Plane, Image Plane and Principal Plane Meet in One Line

Yu Guoyu

*(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130021)*

Abstract

In the ordinary optical imaging system, the object plane, the image plane and the imaging plane are vertical to the optical axis. In special optical system, such as the optical vision imitating system in aeromautic imitating system, the object plane is declined (not vertical to the optical axis), thus blur the image. In order to imagine clearly, this article illustrate the axiom of object plane, image plane and principal planemeet in one line, and demonstrate this axiom from several angle. According to this axiom, deduced the expression of the declined angle of single group and two groups objectives which with correct the declined image, and compile the real-time control program.

Key workds: Principal plane, Object plane, Image plane, Declined angle