

# 微弯光纤压力传感器应变膜片研究

乐孜纯

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

**摘要** 本文详细叙述了微弯光纤压力传感器应变膜片的设计原理, 并在此基础上进行了膜片设计。给出实测的压力与膜片形变的关系曲线, 与理论推导的结果相符。

**关键词:** 微弯光纤; 应变膜片; 传感器

## 1 引言

微弯光纤传感技术<sup>[3-6]</sup>是光纤传感器中较常用的技术, 它的原理是将传感光纤置于齿状变形器中, 齿状变形器由一块固定齿板和一块带齿的应变膜片组成。当被测物理量, 如压力、热应力、振动、声等作用于应变膜片上时, 应变膜片产生形变, 齿状变形器的一组齿逐渐啮合, 使传感光纤发生周期性弯曲。光纤芯中的光通量也随之发生变化, 这样就可以由测量光纤芯中光通量的变化最终达到测量这些物理量的目的。其中的关键是求出被测物理量与膜片形变的关系式。本文叙述了光纤压力传感器应变膜片设计原理, 这种微弯光纤传感技术不但可以测量压力, 而且还可以测量其它物理量, 如振动、热应力等。

我们研制的光纤压力传感器是利用微弯光纤传感技术测油井内的油压。油压作用于应变膜片上, 引起应变膜片的形变, 从而使传感光纤发生周期性弯曲, 光纤芯中光通量随之变化。由此可见, 应变膜片的形变是联系油压与光纤芯中光通量的中间环节。因此获得压力与膜片形变的关系式是解决问题的关键, 也是应变膜片设计的理论基础。本文将详细叙述从应变膜片力学模型的确定、受力分析到压力与膜片形变关系式推导的整个过程, 并给出据此设计的应变膜片的几组实测结果。

## 2 应力膜片的受力分析

应变膜片的形状如图1所示。由于齿高  $h_c$  相对于应变膜片的厚度  $h$  相当小 (约差四个数量级), 因此将应变膜片近似为简单圆形薄板, 即具有等厚度、载荷径向对称的特点。根据经典的弯曲理论, 其弯曲运动的基本方程为<sup>[1]</sup>:

收稿日期: 1993年3月31日; \*本工作为吉林省基金委支持项目

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr}\right) \left(\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr}\right) &= \frac{W}{D} \\ M_r = M &= -D \left(\frac{d^2v}{dr^2} + \frac{\mu}{r} \frac{dv}{dr}\right) \\ M_\varphi &= -D \left(\mu \frac{d^2v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr}\right) \\ M_{r\varphi} &= 0 \quad V_\varphi = 0 \\ V_r = V &= -D \left(\frac{d^3v}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2v}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{dv}{dr}\right) \end{aligned} \right\}$$

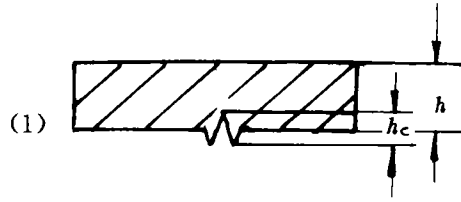


图1 应变膜片形状示意图

其中  $v$  为横向挠度,  $r$  为径向坐标,  $W$  为作用在指定半径上的线性横向力,  $M$  为沿圆弧上的弯矩,  $\mu$  为泊松比,  $M_\varphi$  为  $\varphi$  面上的弯矩,  $M_{r\varphi}$  为沿圆弧上的扭矩,  $V$  为沿圆弧上的有效剪力,  $V_\varphi$  为  $\varphi$  面上的有效剪切力。  $D = Eh^3/12(1 - \mu^2)$ ,  $E$  为弹性模量,  $h$  为圆形板厚度。

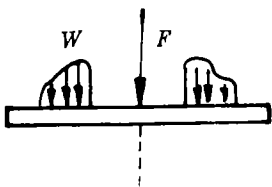
对于在旋转对称载荷作用下而无中心孔的圆板, 对方程 (1) 积分得到挠度、斜率、弯矩和剪力。

$$\left. \begin{aligned} \text{挠度: } v &= v_0 - M_0 \frac{r^2}{2D(1 + \mu)} + F_v \\ \text{斜率: } \theta &= M_0 \frac{r}{D(1 + \mu)} + F_\theta \\ \text{弯矩: } M &= M_0 + F_M \\ \text{剪力: } V &= F_v \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中  $F_v, F_\theta, F_M, F_v$  是载荷函数。

### 1 应变膜片受力分析

我们研制的光纤压力传感器是测油井内的油压, 范围为  $0 \sim 30\text{MPa}$  (即  $0 \sim 300$  大气压)。分析得出作用于应变膜片的载荷有两种 (如图 2):



(1) 油井内油对膜片的压力, 也就是我们需要测量的量。将其设定为任意载荷  $W$ 。本项研究中要测量的只是油压的大小, 不考虑油压的分布, 且在膜片表面这一小范围内 (膜片半径  $a = 12.5\text{mm}$ ) 油压的大小没有很大变化, 因此载荷  $W$  与径向座标  $r$  变量无函数关系, 可视为常量。

(2) 光纤发生弯曲后产生的内应力, 它是一种要使光纤恢复原状的反弹力。我们设该力为  $F$ , 光纤弯曲得越厉害,  $F$  值越大。  $F = -[(v - v_0)K + Q]$  其中  $v_0$  为任意载荷  $W = 0$  时的挠度。  $Q$  是为使传感光纤达到芯光发生变化的临界值加于应变膜片上的预应力。  $K$  是光纤的弹性常数,  $K$  和  $Q$  是需由实验测得的值。

应变膜片采用螺钉固定, 因此将其支撑方式设定为周边固定式。

有了上面的分析及力学模型的确定, 就可以对应变膜片的挠度进行计算了。

## 2 公式推导

(1) 首先计算在油压  $W$  作用下应变膜片的挠度。(如图 3)

由公式 (2) 可知挠度为:

$$v = v_0 - M_0 \frac{r^2}{2D(1+\mu)} + F_v$$

其中积分常数  $v_0$ 、 $M_0$  分别为<sup>[1]</sup>:

$$v_0 = -\frac{a}{2} F_\theta|_{r=a} - F_v|_{r=a} \quad (3)$$

$$M_0 = -\frac{D(1+\mu)}{a} F_\theta|_{r=a} \quad (4)$$

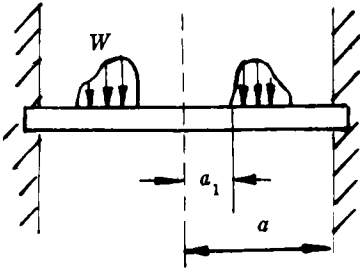


图 3 油压作用下膜片挠度计算简图

而载荷函数  $F_v(r)$  和  $F_\theta(r)$  分别为<sup>[1]</sup>:

$$F_v(r) = \int_{a_1}^r \frac{1}{r} \int r \left[ \frac{1}{r} \int \frac{W_r}{D} dr \right] dr \quad (5)$$

$$F_\theta(r) = -\frac{1}{r} \int_{a_1}^r r \left[ \frac{1}{r} \int \frac{W_r}{D} dr \right] dr \quad (6)$$

由于油压作用于整个膜片表面, 因而设  $a_1 = 0$ , 计算  $F_v(r)$  和  $F_\theta(r)$  两个积分:

由公式 (5) 可知:

$$F_v(r) = \int_0^r \frac{1}{r} \int r \left[ \frac{1}{r} \int \frac{W_r}{D} dr \right] dr = \frac{W r^4}{64D} \quad (7)$$

由公式 (6) 可知:

$$F_\theta(r) = -\frac{1}{r} \int_0^r r \left[ \frac{1}{r} \int \frac{W_r}{D} dr \right] dr = -\frac{w r^3}{16D} \quad (8)$$

下面计算  $v_0$  和  $M_0$ :

由公式 (3) 可知:

$$v_0 = -\frac{a}{2} F_\theta|_{r=a} - F_v|_{r=a} = \frac{W a^4}{64D} \quad (9)$$

由公式 (4) 可知:

$$M_0 = -\frac{D(1+\mu)}{a} F_\theta|_{r=a} = \frac{W a^2(1+\mu)}{16} \quad (10)$$

将公式 (7)、(9)、(10) 代入公式 (2) 中得出:

$$v = v_0 - M_0 \frac{r^2}{2D(1+\mu)} + F_v = \frac{W a^4}{64D} - \frac{W a^2 r^2}{32D} + \frac{W r^4}{64D} \quad (11)$$

由公式 (11) 可见, 挠度为径向坐标  $r$  变量的函数。式中  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ ,  $W$  为油压,

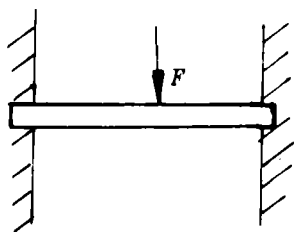
$a$  为膜片半径,  $h$  为膜片厚度,  $E$  为弹性模量,  $\mu$  为泊松比。

由于齿在膜片的中心, 因此  $r \rightarrow 0$  时的挠度值对我们有意义。

$$\text{当 } r \rightarrow 0 \text{ 时, 挠度 } v = \frac{Wa^4}{64D} \quad (12)$$

(2) 计算力  $F$  作用下膜片的挠度

如图 4 所示。由公式 (2) 可知挠度为:



$$v = v_0 - M_0 \frac{r^2}{2D(1+\mu)} + F_v$$

其中积分常数  $v_0$ 、 $M_0$  见公式 (3) 和 (4), 集中载荷情况下, 载荷函数  $F_v(r)$  和  $F_\theta(r)h$  分别为<sup>[1]</sup>:

$$F_v(r) = \frac{F}{8\pi D} r^2 (\ln r - 1) \quad (13)$$

$$F_\theta(r) = -\frac{F}{4\pi D} r (\ln r - \frac{1}{2}) \quad (14)$$

图 4 集中力  $F$  作用下膜片挠度计算简图

由公式 (3) 可知:

$$v_0 = -\frac{a}{2} F_\theta|_{r=a} - F_v|_{r=a} = \frac{Fa^2}{16\pi D} \quad (15)$$

由公式 (4) 可知:

$$M_0 = -\frac{D(1+\mu)}{a} F_\theta|_{r=a} = \frac{F(1+\mu)}{4} (\ln a - \frac{1}{2}) \quad (16)$$

将公式 (13)、(15)、(16) 代入公式 (2) 中得出:

$$v = v_0 - M_0 \frac{r^2}{2D(1+\mu)} + F_v = \frac{Fa^2}{16\pi D} - \frac{Fr^2}{16\pi D} + \frac{Fr^2 \ln \frac{r}{a}}{8\pi D} \quad (17)$$

下面计算当  $r \rightarrow 0$  时的挠度:

$$v = \frac{Fa^2}{16\pi D} - \lim_{r \rightarrow 0} \frac{Fr^2}{16\pi D} + \lim_{r \rightarrow 0} \frac{Fr^2 \ln \frac{r}{a}}{8\pi D} = \frac{Fa^2}{16\pi D} \quad (18)$$

公式 (12) 和 (18) 分别为两种不同载荷作用下的挠度, 将两项相加就得到了两种载荷共同作用下应变膜片的形变:

$$v = \frac{Wa^4}{64D} + \frac{Fa^2}{16\pi D} \quad (19)$$

将  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  代入公式 (19) 得:

$$v = \frac{1-\mu^2}{Eh^3} \left( \frac{Wa^2}{16} + \frac{F}{4\pi} \right) 3a^2 \quad (20)$$

公式 (20) 即是压力与膜片形变的关系式, 也就是我们设计应变膜片所依赖的理论基础。

其中  $F = -[(v - v_0)K + Q]$  ( $v_0$  为  $W = 0$  时的挠度)。分析公式 (20) 得出, 油压与应变膜片的形变呈线性关系。 $Q$  和  $K$  值对油压与应变膜片的形变关系曲线的斜率和截距产生影响。也就是说  $Q$  值和  $K$  值 (即力  $F$ ) 不改变油压与膜片形变的线性关系, 但提高测量油井压力 ( $W$ ) 的精确性, 这两个值都是由多次实验中得出的实测值。

### 3 应变膜片的设计

#### 1 极限载荷计算

考虑到膜片的可靠性工作, 我们对膜片的极限载荷进行简单的计算。

对处于单向拉伸 (或压缩) 的物体, 当应力达到屈服极限时, 材料开始进入塑性状态, 对处于复杂应力状态的物体, 由弹性状态过渡到塑性状态的临界条件称屈服条件。屈服应力数据点介于屈雷斯加 (Tresca) 屈服条件和密赛斯 (Mises) 屈服条件之间, 而更接近于 Mises 屈服条件。

查《机械设计手册》第四篇第九章表 4.9-8<sup>[2]</sup> 得到周边固定等厚度圆形薄板的无量纲化极限载荷为:

$$\bar{P} = \begin{cases} 11.3\pi & \text{Tresca 屈服条件} \\ 12\pi & \text{最大弯矩屈服条件} \\ 12.5\pi & \text{Mises 屈服条件} \end{cases}$$

其中  $\bar{P} = \frac{P_u}{M_p}$ 。 $P_u$ —极限载荷 (集中力或分布载荷的合力)。 $M_p = \frac{\sigma_s t^2}{4}$  (板横截面上单位宽度作用的塑性弯矩), 我们选用的合金钢材料  $\sigma_s = 800\text{MPa}$ 。 $t$ —板厚。

采用 Mises 屈服条件下的  $\bar{P}$  值计算:

$$\bar{P} = \frac{P_u}{M_p} = \frac{P_u}{\frac{6\sigma_s t^2}{4}} = 12.5\pi$$

$$P_u = 12.5\pi \times \frac{6\sigma_s t^2}{4}$$

简单计算力  $P_u$  在应变膜片上产生的压强  $W$ ,  $W = \frac{P_u}{\pi a^2}$ 。其中  $a$  为膜片半径。由整体机械结构尺寸确定  $a = 12.5\text{mm}$ 。

$$W = \frac{P_u}{\pi a^2} = \frac{12.5\pi \times \frac{6\sigma_s t^2}{4}}{\pi \times 12.5^2 \text{mm}^2} = \frac{200\text{MPa}t^2}{12.5\text{mm}^2}$$

我们要求  $W > 30\text{MPa}$  所以

$$\frac{200\text{MPa}t^2}{12.5\text{mm}^2} > 30\text{MPa}$$

$$t > 1.369\text{mm}$$

由此可见, 对于半径  $a = 12.5\text{mm}$  的膜片, 只要厚度  $h > 1.369\text{mm}$  就可以保证加压到

30MPa (即 300 大气压) 膜片不会产生塑性形变。

## 2 膜片设计

相对于油压  $W$ ,  $F$  值很小, 它只对测量精度产生影响, 可做为油压测量中的修正项考虑。决定  $F$  力的  $Q$  和  $K$  值需在应变膜片初步设计制作之后测量。因此在进行应变膜片初步设计时, 只考虑公式 (20) 括号中的第一项。我们设计并制作了  $h$  为 1.9mm、2.1mm、2.3mm、2.5mm、2.7mm、2.9mm 多组膜片, 并进行了压力和形变的简单测量。

## 4 实测结果和讨论

下面列出 1.9mm、2.3mm、2.9mm 三组应变膜片的实际测量结果:

$h = 1.9\text{mm}$

$W = 10\text{MPa}$	$v = 30\mu$
$W = 15\text{MPa}$	$v = 44.5\mu$
$W = 20\text{MPa}$	$v = 57.5\mu$
$W = 25\text{MPa}$	$v = 74\mu$
$W = 30\text{MPa}$	$v = 81.5\mu$

$h = 2.3\text{mm}$

$W = 10\text{MPa}$	$v = 11\mu$
$W = 15\text{MPa}$	$v = 18\mu$
$W = 20\text{MPa}$	$v = 24.5\mu$
$W = 25\text{MPa}$	$v = 33.5\mu$
$W = 30\text{MPa}$	$v = 41.7\mu$

$h = 2.9\text{mm}$

$W = 10\text{MPa}$	$v = 9\mu$
$W = 15\text{MPa}$	$v = 13\mu$
$W = 20\text{MPa}$	$v = 17.5\mu$
$W = 25\text{MPa}$	$v = 24.5\mu$
$W = 30\text{MPa}$	$v = 28\mu$

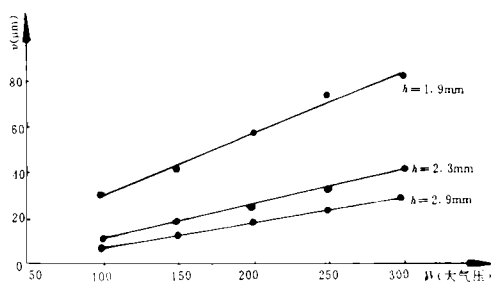


图5 载荷  $W$  与应变膜片挠度  $v$  的关系曲线

由上面的测量结果, 画出载荷  $W$  与应变膜片挠度  $v$  的曲线:

从上面的曲线 (如图5) 可以看出在 0 ~ 30MPa 的压力范围内, 压力与膜片形变是呈线性关系的, 压力增大, 膜片形变量也增大。实测结果体现出来的线性关系与理论推导相符。对于微弯光纤传感技术, 其传感光纤微弯的空间频率 (即应变膜片的相邻齿间距) 由光纤的参数决定, 齿的高

度则由应变膜片的形变量(即挠度)来决定。对于  $h = 1.9\text{mm}$  的膜片, 受压后其形变量较大, 使得传感光纤弯曲量较大。在本项研究中, 考虑到传感光纤的微弯条件, 最终应变膜片厚度值应选在  $h = 2.3\text{mm} \sim 2.9\text{mm}$  较为适宜。

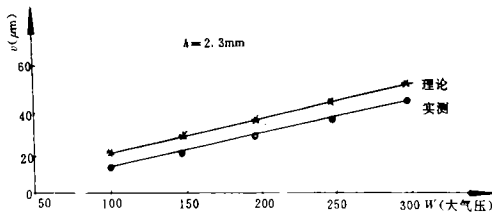


图 6  $h = 2.3\text{mm}$  时的理论曲线与实测曲线

下面对膜片厚度  $h = 2.3\text{mm}$  时的理论曲线和实测曲线进行比较(如图 6)。从图 6 中可以看出, 理论曲线和实测曲线是两条基本平行的曲线, 其差异体现了测量装置的系统误差。因为在整个测量过程中其值基本相同, 可以加入一补偿项对测量值进行修正。

综上所述, 可以得出如下结论: 在未达到屈服条件的情况下, 压力与膜片形变是呈线性关系的, 与设计原理相符; 在本项研究所要求的压力范围内, 综合考虑膜片材料和传感光纤的使用条件, 应变膜片的厚度值选在  $h = 2.3\text{mm} \sim 2.9\text{mm}$  较为适宜。

本文叙述的设计原理虽然是针对光纤压力传感器而言, 但对以微弯光纤传感技术测量其它物理量, 如热应力、振动、声等均有一定的借鉴价值。

本文工作得到董玉芝、苏岫峰、刘伯翔等老师的帮助, 在此表示感谢。

#### 参 考 文 献

- [1] W. D. 皮克, 张品玉, 静力学和动力学的现代公式. 农业机械出版社, 1984
- [2] 徐灏等, 机械设计手册. 机械出版社, 1991
- [3] Charless M. Davis, Fiber optic sensors: an overview. *Optical Engineering*, 1985, 24 (2): 347-351
- [4] R. P. De Paula, E. L. Moore, Fiber optic sensor overview. *SPIE*, 1985, 566: 2-15
- [5] J. W. Berthold, W. L. Ghering, Design and characterization of a high temperature fiber-optic pressure transducer. *Journal of Lightwave Techanology*, 1987, LT-5 (7): 870-876
- [6] G. B. Hoeker, Fiber-optic sensing of pressure and temperature. *Appl. Opt.*, 1979, 18: 1445-1448

## Design of Strain Diaphragm Using in the Microbend Fiber-Optic Pressure Sensor

Le Zichun

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

#### Abstract

This paper introduces the designing principle of strain diaphragm using in the microbend fiber-optic pressure sensor and a few diaphragms designed by author, and show that the relation curve between pressure and strain of diaphragm. The relation curve is coincide with derived theoretic result.

**Key words:** Microbend fiber, Strain diaphragm, Sensor