

可测量大陡峭度物体的 傅立叶变换轮廓法(MFTP)*

江毅 黄尚廉

(重庆大学光电精密仪器系, 国家教委光电技术及系统开放实验室, 重庆 630044)

江德卿

(宜宾师专物理系, 宜宾 644007)

摘要:本文在简要地分析了傅立叶变换轮廓法(FTP)和改进型傅立叶变换轮廓法(IFTP)测量三维物体形状轮廓的可测陡峭度限制后,提出了一种可测量大陡峭度物体的傅立叶变换轮廓法(MFTP),给出了详细的测量方法和理论分析。利用FTP自身的特点,消除了IFTP引入的人为误差,提高了FTP的能测陡峭度。

关键词:傅立叶变换轮廓法(FTP),陡峭度,三维形状

1 引言

非接触测量三维物体表面轮廓在工业和现实生活中有着广阔的应用前景,引起了人们极大的重视,提出了各种各样的测量方法。将光栅投影到被测物体表面是获取三维轮廓信息的一种简单而有效的手段。周期性的光栅投影到物体表面上,投影光栅象的位相就受到物体表面轮廓的调制,成为变形光栅象。摄像机拍摄到的变形光栅象是一幅二维图象,但携带有三维信息。解调出变形光栅象的位相就能提取出被测物体的高度轮廓信息。按解调方法的不同,提出了各种测量原理。较为优秀的是Takeda等提出的傅立叶变换轮廓法(FTP)^[1]。这种直接测量条纹相位的方法克服了莫尔等高线法所面临的困难,适用于三维轮廓的自动测量。

FTP要求在每一扫描行对光栅信号傅立叶变换后,其一级谱应与零级谱及高次谐波完全分开。这就限制了被测物体的陡峭度。Jian Li等人又提出了改进型傅立叶变换轮廓法(IFTP)^[2],这种方法允许一级谱向两边进一步拓延,即其有更宽的相位调制范围。因此能够测量更为陡峭的物体。但是IFTP有其自身不足,引入了人为误差。我们在分析了IFTP后,提出了修正IFTP的方法^[3],利用FTP的特点,消除了测量中的人为误差,同时使FTP能够测量大陡峭度的物体。本文在此基础上,进一步提出了修正的傅立叶变换轮廓法(MFTP)。

*国家自然科学基金资助项目

收稿日期:1994年7月12日

2 FTP 与测量陡峭度的限制

图 1 是我们的三维测量原理示意图。投影机光轴与摄像机光轴构成一交叉光轴结构。摄像机光轴 $Ec'-Ec$ 垂直于参考平面 R ，交于点 o 。投影机倾斜，其光轴 $E'p-Ep$ 过点 o 。投影镜头的出射光瞳和摄像镜头的入射光瞳相距 d 且皆与参考平面 R 相距 l 。光栅 G 垂直于图中两光轴所构成的平面。

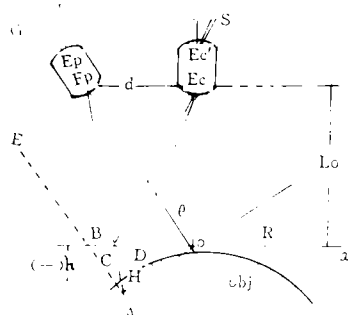


图 1 交叉光轴结构

FTP 需拍摄两幅参考面上的光栅象，原始光栅象 $g_0(x, y)$ 和放置被测物后的变形光栅象 $g_1(x, y)$ 。设投影为矩形光栅，则参考面上光栅函数可分别写为：

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{i[2\pi n f_0 + n\varphi_0(x, y)]\} \quad (1)$$

$$g_1(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{i[2\pi n f_0 + n\varphi_0(x, y)]\} \quad (2)$$

其中， f_0 是参考面上光栅的空间频率， $r(x, y)$ 是被测物体表面的非均匀反射率， $\varphi_0(x, y)$ 是原始光栅象初始变形引起的初相， $\Delta\varphi(x, y) = \varphi_1(x, y) - \varphi_0(x, y)$ 是物体表面轮廓引起的相移。

$g_0(x, y)$ 和 $g_1(x, y)$ 对应的频谱为：

$$G_0(f, y) = DFT[g_0(x, y)] \quad (3)$$

$$G_1(f, y) = DFT[g_1(x, y)] \quad (4)$$

$G_0(f, y)$ 和 $G_1(f, y)$ 分别如图 2(a) 和 (b) 所示。由于 FTP 须滤出基频成分，即图 2 中的阴影部分，因此要求基频成分与零级谱以及高次谐波完全分开，即原始光栅相位不能被调制过度，这就限制了 FTP 的能测陡峭度。FTP 的能测陡峭度为^[13]：

$$\left| \frac{\sigma h(x, y)}{\sigma x} \right|_{\max} < \frac{1}{3} \frac{l_0}{d} \quad (5)$$

改进型 FTP(即 IFTP)通过消除低频成分及高次谐波，允许一级谱进一步向两边延拓，而又不谱混迭，以之来提高 FTP 的能测陡峭度。

IFTP 得到的光栅谱函数为^[21]：

$$g(x, y) = 2b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \quad (6)$$

其谱函数就只有图 2(b) 中的阴影部分，它的能测陡峭度为^[21]：

$$\left| \frac{\sigma h(x, y)}{\sigma x} \right|_{\max} < \frac{l_0}{d} \quad (7)$$

IFTP 采用了 2 个技术，以允许一级谱可以进一步拓延：一是用正弦投影光栅场代替矩形投影光栅场，以消除光栅信号中的高次谐波。另一个是用 180° 移相光栅的方法，以消除低频直

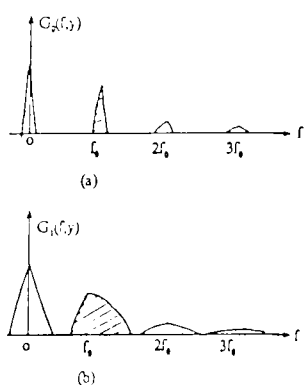


图 2 光栅函数谱

流成分的影响。然而,在消除信号的低频成分时,要求将光栅沿力方向准确移相 180° 。若用干涉的方法(如错位偏振干涉计^[4])产生正弦投影光栅场,能够比较准确地实现移相,但测量范围小。而用矩形光栅离焦的方法来获得正弦分布的投影光栅场,虽然测量范围大,但不能较满意地实现移相。实际上,无论是干涉法还是矩形光栅离焦法,总有一个移相误差 β 存在,且每次测量中 β 是随机的。移相误差 β 引起轮廓测量误差为 Δh ^[3]:

$$\Delta h = \frac{-l_0\beta}{4\pi f_0 d} = K\beta \quad (8)$$

其中,

$$K = \frac{-l_0\beta}{4\pi f_0 d} = \text{常数}$$

可见,IFTP 引进了人为误差,误差的大小直接与光栅移相 180° 时的移相误差 β 相关。这个误差是人为的,且每次测量中是随机的,应设法消除。

3 MFTP 的原理与方法

采用拍摄 4 幅光栅象的方法既提高了 FTP 的能测陡峭度,又可以消除光栅移相 180° 引进的误差。拍摄顺序为:

(1)调整光栅,使之离焦,并调整投影机镜头,在基面 R 上得到准正弦光栅,摄像机 CCD 面阵上得到正弦光栅象。

(2)拍摄基准平面,得原始光栅象 $g_1(x, y)$:

$$g_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \quad (9)$$

(3)将被测物置于基面上,拍摄变形光栅象 $g_2(x, y)$:

$$g_2(x, y) = c(x, y) + d(x, y)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \quad (10)$$

(4)将光栅移相 180° ,拍摄变形光栅象 $g_4(x, y)$:

$$g_4(x, y) = c(x, y) - d(x, y)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \beta] \quad (11)$$

(5)取下被测物体,拍摄移相 180° 后的原始光栅象 $g_3(x, y)$:

$$g_3(x, y) = a(x, y) - b(x, y)\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \beta] \quad (12)$$

其中, $a(x, y)$ 是非均匀光场引起低频分量, $c(x, y)$ 是非均匀光场和被测物体表面的非均匀反射引起的低频分量, $b(x, y)$ 是基面上光栅的对比度, $d(x, y)$ 是放置被测物体后光栅的对比度。 $\varphi_0(x, y)$ 是未放置被测物体时光栅的初始相位, $\varphi(x, y)$ 是放置被测物体后光栅的相位, β 是由于光栅移相 180° 时引入的移相误差。

(9) - (12) 式:

$$\begin{aligned} g_{13}(x, y) &= g_1(x, y) - g_3(x, y) \\ &\approx 2b(x, y)\cos[2\pi f_0 x + \varphi_0(x, y) + \frac{\beta}{2}] \end{aligned} \quad (13)$$

(10) - (11) 式

$$\begin{aligned} g_{24}(x, y) &= g_2(x, y) - g_4(x, y) \\ &\approx 2d(x, y)\cos[2\pi f_0 x + \varphi_1(x, y) + \frac{\beta}{2}] \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $\cos \frac{\beta}{2} \approx 1$, 且在幅值上, 不影响到相位, 所以忽略。

$g_{13}(x, y)$ 和 $g_{24}(x, y)$ 的频谱只有图 2 中的阴影部分, 高次谐波和低频直流部分被消去了。因此, 允许基谱向两边进一步拓延, 因而能够测量更为陡峭的物体。

下面我们来讨论对 $g_{13}(x, y)$ 和 $g_{24}(x, y)$ 解相的方法。把(13)式写为:

$$g_{13}(x, y) = t(x, y)\exp(2\pi i f_0 x) + t^*(x, y)\exp(-2\pi i f_0 x) \quad (15)$$

其中

$$t(x, y) = b(x, y)\exp\{i[\varphi_0(x, y) + \frac{\beta}{2}]\} \quad (16)$$

同样可以把(14)式写为

$$g_{24}(x, y) = q(x, y)\exp(2\pi i f_0 x) + q^*(x, y)\exp(-2\pi i f_0 x) \quad (17)$$

其中

$$q(x, y) = d(x, y)\exp\{i[\varphi_0(x, y) + \frac{\beta}{2}]\} \quad (18)$$

设: $DET[g_{13}(x, y)] = G_{13}(f, y)$

$$DET[g_{24}(x, y)] = G_{24}(f, y)$$

$$DET[t(x, y)] = T(f, y)$$

$$DET[q(x, y)] = Q(f, y)$$

对(15)式两端求傅立叶变换, 有:

$$G_{13}(f, y) = T(f - f_0, y) + T^*(f + f_0, y) \quad (19)$$

对(17)式两端求傅立叶变换, 有:

$$G_{24}(f, y) = Q(f - f_0, y) + Q^*(f + f_0, y) \quad (20)$$

$G_{13}(f, y)$ 和 $G_{24}(f, y)$ 的频谱分别如图 3 (a)和(b)所示。对该图中的谱线, 我们仅需要一半, 如 $Q(f - f_0, y)$ 和 $T(f - f_0, y)$ 。用一宽带滤波器分出滤出 $Q(f - f_0, y)$ 和 $T(f - f_0, y)$, 再求傅立叶反变换, 则得

$$\hat{g}_{13} = t(x, y)\exp(2\pi i f_0 x) \quad (21)$$

$$\hat{g}_{24} = q(x, y)\exp(2\pi i f_0 x) \quad (22)$$

再求共轭运算:

$$\hat{g}_{13}^* \hat{g}_{24} = b(x, y)d(x, y)\exp\{i[\varphi_1(x, y) - \varphi_0(x, y)]\} \quad (23)$$

再取对数运算:

$$\ln[\hat{g}_{13}^* \hat{g}_{24}] = \ln[b(x, y)d(x, y)] + i\Delta\varphi(x, y) \quad (24)$$

其中, $\Delta\varphi(x, y) = \Delta\varphi_1(x, y) - \Delta\varphi_0(x, y)$

则物体表面轮廓距参考平面 R 的高度轮廓 $h(x, y)$ 为^[1]:

$$h(x, y) = \frac{l_0 \Delta\varphi(x, y)}{\Delta\varphi(x, y) - 2\pi f_0 d} \quad (25)$$

对于图 3 所示的频谱, 由于不存在零级谱及高次谐波, 所以一级谱分量可以延拓得很宽, 低频时几乎为 0, 高频部分可以大于 $2f_0$, 因此限制其能测陡峭度的因素不再是文献 1 中的上限频率 $(f_1)_{\max}$, 而是下限频率 $(f_1)_{\min}$, 即 $(f_1)_{\min} > 0$

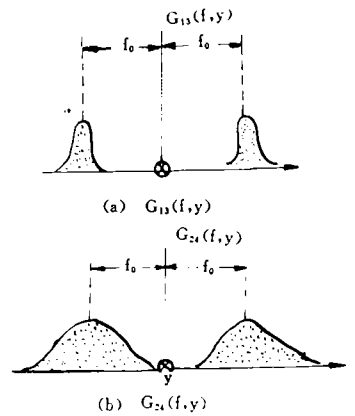


图 3 正弦光栅谱

$$\text{也即: } f_0 - \frac{1}{2\pi} \left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\max} > 0$$

$$\therefore \left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\max} < 2\pi f_0$$

由于在讨论最大能测陡峭度时, $\varphi(x, y) \gg \varphi_0(x, y)$, 所以由(25)式有

$$\varphi(x, y) \approx \Delta\varphi(x, y) \approx -\frac{2\pi f_0 d h(x, y)}{l_0} \quad (27)$$

将(27)式代入(26)式有:

$$\left| \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} \right|_{\max} < \frac{l_0}{d}$$

由于(13)、(14)式中 g_{13} 和 g_{24} 的位相里都包含有 180° 相移时引入的误差相位 β 的一半, 因此在进行共轭运算时((23)式), $\beta/2$ 被当作初始相位被消掉了。这样就利用 FTP 自身的特点有效地抵消掉了人为引入的误差。可见即使移相 180° 有误差, MFTP 也不会将此误差带到最后的结果中引起测量误差。

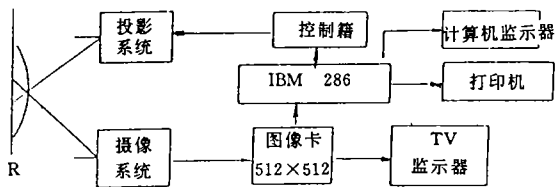


图 4 测量系统框图

4 实 验

图 4 是我们的测量系统框图, $l_0 = 2400\text{mm}$, $d = 500\text{mm}$, 摄像机视场范围达 $2200 \times 2000\text{mm}^2$ 。参考平面 R 为一标准平台, 光栅为 10 线/mm, 参产上栅距为 27.3mm。将一块 $768.5 \times 400\text{mm}^2$ 的平板倾斜一定角度放置, 如图 5(a) 所示。用 MFTP 测量出三维重建图如图 5(b) 所示, 图 5(c) 是旋转 180° 后的三维重建图。用 IFTP 重建的三维图与图 5 一样, 但数值稍有差异。

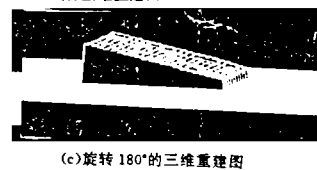
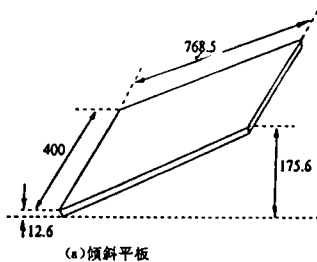


图 5 倾斜平板与三维重建图

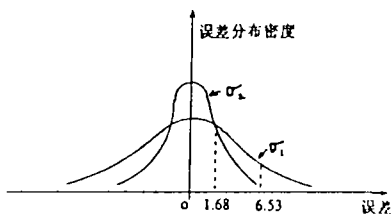


图 6 两种方法精度比较

我们用重复性精度来验证了本文所提出的 MFTP。测量 8 次, 每次测量分别用 IFTP 和 MFTP 计算, 然后分别得出 8 次测量的高度轮廓值。用 IFTP 所求得 8 个高度轮廓的均方误差值为 $\sigma_1(x, y)$, 用 MFTP 求得的 8 个高度轮廓的均方误差值为 $\sigma_2(x, y)$ 。每幅图象中所有象无均方误差的平均值为 $\bar{\sigma}_1 = 6.53\text{mm}$, $\bar{\sigma}_2 = 1.68\text{mm}$ 。误差分布密度如图 6 所示。可见, MFTP 的重复性和测量精度都有明显提高。

5 结 论

本文提出了一种可测量大陡峭度物体的傅立叶变换轮廓法(MFTP),该方法在保证测量精度和重复性精度的前提下,提高FTP的测量陡峭度。

参 考 文 献

- [1] M. Takeda and K. Mutoh, Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24):3977
- [2] J. Li, X. Y. Su, L. R. Guo, Improved Fourier transform profilometry for the automatic measurement of three-dimension object shapes. *Optic Engineering*, 1990, **29**(12):1439
- [3] 黄尚廉, 江毅, 提高付立叶变换轮廓法能测三维物体陡峭度的方法. *仪器仪表学报*, 已接收
- [4] V. Srinivasan, H. C. Liu, M. Halioua, Automated phase-measuring profilometry of 3-D diffuse object. *Appl. Opt.*, 1984, **23**:3105
- [5] 陈译先, 苏显渝, 采用准正弦投影光场的三维面形测量系统. *仪器仪表学报*, 1989, **10**(4):409

Modified Fourier Transform Profilometry for the Measurement of 3-D Steep Shapes

Jiang Yi, Huang Shanglian

(*Department of optoelectronic precision instruments, Chongqing University, Chongqing 630044*)

Jiang Deqing

(*Yibin teacher's college, Yibin 644007*)

Abstract

Having described the measurable slope of Fourier transform profilometry(FTP) and improved FTP(IFTP), a modified FTP(MFTP) for the measurement of 3-D steep shapes is proposed in this paper. The detail measuring method and theory analysis are also given. The artificial error introduced in IFTP was eliminated by utilizing the merits of FTP.

Key words: Fourier transform profilometry (FTP), Measurable slope, 3-D profile