

# 探测平面互强度的性质

魏燎原 吴显祥

(长春大学电子工程学院, 长春 130022)

**摘要** 本文研究探测平面的互强度与散射表面性质的关系, 最后就其结果进行了讨论。

**关键词:** 散射面, 互强度, 探测平面

## 1 引言

粗糙表面是指物质的表面与光的波长相比显得很粗糙。当我们用单色光照明粗糙表面时, 经反射后, 在适当的距离的某一点可形成干涉效果。这是因为观察点的光是来自粗糙表面的不同微观区域的相干组元叠加的结果。

伴随相干理论的发展, 近年来对激光斑纹的统计规律的研究也日趋深入。我们这里仅讨论斑纹(探测)平面内互强度与粗糙表面散射特性之间的关系, 即粗糙散射面的性质对探测平面互强度的影响<sup>[1]</sup>。

## 2 影响探测平面互强度的因素

现在我们用图1的装置来研究探测平面内互强度  $J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)$  与粗糙散射面特性的关系。在图1中粗糙表面近似地位于透镜前焦平面上, 探测平面位于透镜的后焦平面上。散射表面的平面用坐标  $(\xi, \eta)$  表示。假设光波是完全偏振的, 从粗糙表面散射的光波具有复振幅  $\alpha(\xi, \eta)$ , 探测平面的光波的振幅为  $A(x, y)$ 。探测平面的互强度为  $J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)$  波定义为

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle A(x_1, y_1) A^*(x_2, y_2) \rangle \quad (1)$$

式(1)中的符号  $\langle \rangle$  表示对系综求平均。

我们应用惠更新——菲涅耳原理并注意到菲涅耳近似<sup>[2]</sup> 有

$$A(x, y) = \frac{1}{\lambda f} e^{i\frac{\pi}{\lambda f}(x^2 + y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \alpha(\xi, \eta) e^{i\frac{\pi}{\lambda f}(\xi^2 - \eta^2)} e^{i\frac{2\pi}{\lambda f}(x\xi - y\eta)} d\xi d\eta \quad (2)$$

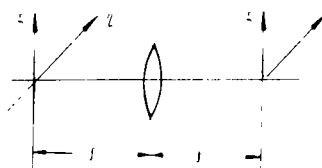


图1 在强度与粗糙散射面特性关系参考图

$$A(x_1, y_1) = \frac{1}{\lambda f} e^{-\frac{\pi i}{\lambda f}(x_1^2 + y_1^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \alpha(\xi_1, \eta_1) e^{-\frac{\pi i}{\lambda f}(\xi_1^2 + \eta_1^2)} e^{\frac{2\pi i}{\lambda f}(x_1 \xi_1 + y_1 \eta_1)} d\xi_1 d\eta_1 \quad (3)$$

$$A^*(x_2, y_2) = \frac{1}{\lambda f} e^{\frac{\pi i}{\lambda f}(x_2^2 + y_2^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} \alpha^*(\xi_2, \eta_2) e^{+\frac{\pi i}{\lambda f}(\xi_2^2 + \eta_2^2)} e^{-\frac{2\pi i}{\lambda f}(x_2 \xi_2 + y_2 \eta_2)} d\xi_2 d\eta_2 \quad (4)$$

式中  $\lambda$  为光波的波长,  $f$  为透镜的焦距。将式(3)、(4)代入到式(1)中有

$$\begin{aligned} J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) &= \langle A(x_1, y_1) A^*(x_2, y_2) \rangle \\ &= \frac{1}{\lambda^2 f^2} e^{-\frac{\pi i}{\lambda f}(x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2)} \iiint_{-\infty}^{\infty} J_a(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) e^{-\frac{\pi i}{\lambda f}(\xi_1^2 - \xi_2^2 + \eta_1^2 - \eta_2^2)} \\ &\quad \times e^{\frac{2\pi i}{\lambda f}(x_1 \xi_1 - x_2 \xi_2 + y_1 \eta_1 - y_2 \eta_2)} d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $J_a(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) = \langle \alpha(\xi_1, \eta_1) \alpha^*(\xi_2, \eta_2) \rangle$

式(5)给出了探测平面即  $(x, y)$  平面内互强度  $I_A(x_1, y_1; x_2, y_2)$  与  $(\xi, \eta)$  平面(即散射表面)的互强度  $J_a(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2)$  之间的关系。

如果考虑图 1 所示具体情况, 式(5)中的二次位相因子可略去<sup>[3]</sup>, 于是式(5)可写成

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \frac{1}{\lambda^2 f^2} \iiint_{-\infty}^{\infty} J_a(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) e^{\frac{2\pi i}{\lambda f}(x_1 \xi_1 + y_1 \eta_1 - x_2 \xi_2 - y_2 \eta_2)} d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 \quad (6)$$

为讨论问题方便令

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_1 - x_2 & \Delta y &= y_1 - y_2 \\ \Delta \xi &= \xi_1 - \xi_2 & \Delta \eta &= \eta_1 - \eta_2 \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)可得

$$\begin{aligned} x_1 &= \Delta x + x_2 & y_1 &= \Delta y + y_2 \\ \xi_2 &= \xi_1 - \Delta \xi & \eta_2 &= \eta_1 - \Delta \eta \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)代入到式(6)

$$x_1 \xi_1 + y_1 \eta_1 - x_2 \xi_2 - y_2 \eta_2 = \Delta x \xi_1 + x_2 \xi_1 + \Delta y \eta_1 + y_2 \eta_1 - x_2 \xi_1 + x_2 \Delta \xi - y_2 \eta_1 + y_2 \Delta \eta$$

上式稍加整理可得

$$x_1 \xi_1 + y_1 \eta_1 - x_2 \xi_2 - y_2 \eta_2 = \Delta x \xi_1 + \Delta y \eta_1 + x_2 \Delta \xi + y_2 \Delta \eta \quad (9)$$

将式(9)代入到式(6)并略去  $(d\xi_1)^2, (d\eta)^2$  高阶无穷小量有

$$\begin{aligned} J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) &= \frac{1}{\lambda^2 f^2} \iiint_{-\infty}^{\infty} J_a(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) e^{\frac{2\pi i}{\lambda f} \\ &\quad (\Delta x \xi_1 + \Delta y \eta_1 + x_2 \Delta \xi + y_2 \Delta \eta)} d\xi_1 d\eta_1 d\Delta \xi d\Delta \eta \end{aligned} \quad (10)$$

现假定  $(\xi, \eta)$  平面内的互强度  $J_a(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2)$  有如下形式<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} J_a(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) &= KP(\xi_1, \eta_1)P^*(\xi_2, \eta_2)\mu_a(\Delta \xi, \Delta \eta) \\ &\approx K|P(\xi_1, \eta_1)|^2 \mu_a(\Delta \xi, \Delta \eta) \end{aligned} \quad (12)$$

将式(12)代入式(10)得

$$\begin{aligned}
 J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) &= \frac{K}{\lambda^2 f^2} \iint_{-\infty}^{\infty} |P(\xi_1, \eta_1)|^2 e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(\Delta x \xi_1 - \Delta y \eta_1)} d\xi_1 d\eta_1 \\
 &\times \iint_{-\infty}^{\infty} \mu_a(\Delta\xi, \Delta\eta) e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(x_2 \Delta\xi - y_2 \Delta\eta)} d\Delta\xi d\Delta\eta
 \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)已经确定了粗糙散射面的特性与探测平面互强度的定量关系。

### 3 结果分析

我们知道一般接收器只能对光强有反应,对位相无反应,而式(13)中  $J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)$  给出的正是光强。故式(5)中积分号内的二次位相因子可以忽略。

我们假设用均匀平面波照明粗糙表面,探测平面位于透镜后焦平面上,即图 1 所示的  $xy$  平面,于是式(5)中被积函数的二次位相因子被消去是很自然的。

积分号外的二次位相因子代表球面波的二次曲面近似,当粗糙表面恰好置于透镜的前焦面时,位相弯曲就被消除了。虽然我们用均匀平面波照明这种特例,但它可以说明二次位相因子被忽略的物理实质。

其次由式(12)可见,  $P(\xi, \eta)$  与  $\mu_a(\Delta\xi, \Delta\eta)$  是互相独立的,因此探测平面内互强度  $J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)$  可由式(13)两个独立积分之积表示。这两个积分分别写成

$$\iint_{-\infty}^{\infty} |P(\xi_1, \eta_1)|^2 e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(\Delta x \xi_1 - \Delta y \eta_1)} d\xi_1 d\eta_1 \quad (14)$$

$$\text{和} \quad \iint_{-\infty}^{\infty} \mu_a(\Delta\xi, \Delta\eta) e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(x_2 \Delta\xi - y_2 \Delta\eta)} d\Delta\xi d\Delta\eta \quad (15)$$

式(14)代表入射到粗糙表面上光波场振幅模量的平方  $|P(\xi_1, \eta_1)|^2$  的傅立叶变换。式(15)给出的复相干因子  $\mu_a(\Delta\xi, \Delta\eta)$  的傅立叶变。根据透镜的傅立叶变换性质可知,透镜后焦面上这两个傅立叶谱恰好代表探测面互强度  $J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)$ 。

最后我们可以把式(14)看作斑纹的平均大小,而式(15)看作探测平面的平均强度分布。而探测器只能接收平均光强。故式(15)比式(14)对探测平面的互强度  $J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)$  的贡献大。

通过上述分析我们可以得到如下结论,探测平面互强度  $J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)$  是由散射表面的性质来决定,如式(13)所表达的。

### 参 考 文 献

- [1] J. W. Goodman, Proc. IEEE, 1965, 53:1680
- [2] J. W. Goodman, 傅立叶光学导论. 北京:科学出版社,1976,66
- [3] J. W. Goodman, 傅立叶光学导论. 北京:科学出版社,1976,104
- [4] J. C. Dainty, 激光斑纹及有关现象. 北京:科学出版社,1981,9

## Properties of Probe plane Mutual Intensity

Wei Liaoyuan, Wu Xianxiang

*(The Electronic Engineering Institute, Changchun  
University, Changchun 130022)*

### Abstract

This paper researched the relation between probe plane mutual intensity and scattering surface. Finally, the results are well discussed.

**Key words:** Scattering surface, Mutual intensity, Probe plane