

线阵 CCD 交汇测量精度分析

黄 玮 孙世维

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

摘要 介绍了利用两台线阵 CCD 对空间点目标进行交汇测量的原理, 推导了空间点坐标的计算公式和相应的精度计算公式, 同时对于几种不同靶面尺寸、不同基线长度的特征点进行了精度计算, 指出了提高测量精度需要考虑的几个问题。

关键词: CCD; 交汇测量; 精度

1 测量方法与原理

交汇测量是现代靶场测量中采用 CCD 进行实时测量的一种方法, 通过在垂直于地平面的平面内放置两台线阵 CCD 传感器构成一个垂直于地平面的四边形的测量平面, 该四边形内任意一点在两个 CCD 上各有一象点与之相对应; 同样, 两 CCD 上象点对应的主光线在物空间交于一点, 该空间点的位置坐标可以通过两台 CCD 上的象高推算出来, 这样穿过靶面的快速移动物体的坐标可以实时输出或存储。其具体算法如下:

如图 1 所示, 建立一个直角坐标系, 第一台 CCD 摄像机放置在该坐标系的坐标原点 O , 第二台 CCD 摄像机放在距坐标原点 O 距离为 d_0 处, 令该点为 P 点, O, P 取为光学系统的轴上点, Q 为两套光学系统的光轴的交点, 其中 OQ 与 QP 分别为两套光学系统的光轴, 其中 OQ 与 X 轴夹角为 α_0 , QP 与 X 轴夹角为 β_0 。测量平面内一点 C , 设其在两台 CCD 上的象点在象

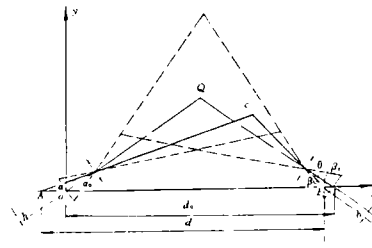


图 1 交汇测量原理图

面上的高度分别为 h_1, h_2 , 设 h_1, h_2 在光轴之上为正, 在光轴下为负, C 点对应的两条主光线交 X 轴于 A, B 两点, 其中 CA 与 X 轴夹角为 α , CB 与 X 轴夹角为 β 。 CA 与光轴 OQ 夹角为 γ , CB 与光轴 QP 夹角为 θ 。设光学系统的焦距分别为 f_1 和 f_2 , 由图 1 可见:

$$\gamma = \arctg\left(\frac{h_1}{f_1}\right) \quad (1)$$

$$\alpha + \gamma = \alpha_0 \quad (2)$$

$$\alpha = \alpha_0 - \gamma \quad (3)$$

$$\frac{f_1}{\sin\alpha} = \frac{AO}{\sin\gamma} \quad (4)$$

$$AO = f_1 \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} \quad (5)$$

$$\theta = \arctg(h_2/f_2) \quad (6)$$

$$\beta = \beta_0 - \theta \quad (7)$$

$$\frac{f_1}{\sin(\pi - \beta)} = \frac{BP}{\sin\theta} \quad (8)$$

$$BP = f_2 \frac{\sin\theta}{\sin\beta} \quad (9)$$

由于 h_1 和 h_2 取值有正负, 所以 γ, θ 的取值也有正负, 而 α, β 恒为正 (若为负则测量点在地平线下), 所以 AO, BP 是带正负号的, 这样处理使以下的计算很方便:

$$d = AB = d_0 + AO + BP = D_0 + f_1' \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} + f_2' \frac{\sin\theta}{\sin\beta} \quad (10)$$

由正弦定理, 在 $\triangle ABC$ 中:

$$\frac{AB}{\sin(\pi - (\alpha + \beta))} = \frac{AC}{\sin\beta} \quad (11)$$

所以:

$$AC = d \cdot \frac{\sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (12)$$

空间点 C 的坐标为:

$$x = d \cdot \frac{\sin\beta \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta)} - AO$$

$$x = d \cdot \frac{\sin\beta \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta)} - f_1 \cdot \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} \quad (13)$$

$$y = d \cdot \frac{\sin\beta \cdot \sin\alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (14)$$

由公式(13)和公式(14)可见, 由于角度量 α_0, β_0 , 视场角量 γ, θ , 基线长 d 、焦距 f' 的误差, 皆可引起空间点 C 的坐标量的测量误差。

2 精度分析

由公式(3)和公式(7)可导出^[1]:

$$\sigma(\alpha) = \sqrt{\Delta\alpha_0^2 + \Delta\gamma^2} \quad (15)$$

$$\sigma(\beta) = \sqrt{\Delta\beta_0^2 + \Delta\theta^2} \quad (16)$$

由公式(10)求偏微分可导出基线误差、焦距误差、 $\alpha, \beta, \gamma, \theta$ 的误差引起的 d 的误差量^[1]:

$$\sigma_1(d) = \Delta d_0 \quad (17)$$

$$\sigma_2(d) = \left(\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} + \frac{\sin\theta}{\sin\beta} \right) \Delta f' \quad (18)$$

$$\sigma_3(d) = \frac{f' \cdot \sin\gamma \cdot \Delta\alpha}{\sin\alpha} \quad (20)$$

$$\sigma_4(d) = \frac{f' \cdot \sin\theta \cdot \Delta\beta}{\sin\beta} \quad (21)$$

$$\sigma_5(d) = \frac{f' \cdot \cos\gamma \cdot \Delta\gamma}{\sin\alpha} \quad (22)$$

$$\sigma_6(d) = \frac{f' \cdot \cos\theta \cdot \Delta\theta}{\sin\beta} \quad (23)$$

$$\sigma(d) = \sqrt{\sigma_1^2(d) + \sigma_2^2(d) + \sigma_3^2(d) + \sigma_4^2(d) + \sigma_5^2(d) + \sigma_6^2(d)} \quad (24)$$

由公式(13)可以推出 d 的误差、焦距误差、 α 、 β 、 γ 、 θ 的误差引起的 x 的误差量:

$$\sigma_1(x) = \frac{\sin\beta \cdot \cos\alpha \cdot \Delta d}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (25)$$

$$\sigma_2(x) = \frac{-\sin\gamma \cdot \Delta f'}{2\sin^2\alpha} \quad (26)$$

$$\sigma_3(x) = \frac{-d \cdot \sin\beta \cdot \Delta\alpha}{2\sin^2(\alpha + \beta)} + \frac{f' \cdot \cos\alpha \cdot \cos\gamma \cdot \Delta\alpha}{\sin^2\alpha} \quad (27)$$

$$\sigma_4(x) = \frac{d \cdot \sin 2\alpha \cdot \Delta\beta}{2\sin^2(\alpha + \beta)} \quad (28)$$

$$\sigma_5(x) = \frac{f' \cdot \cos\gamma \cdot \Delta\gamma}{\sin\alpha} \quad (29)$$

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma_1^2(x) + \sigma_2^2(x) + \sigma_3^2(x) + \sigma_4^2(x) + \sigma_5^2(x)} \quad (30)$$

$$\sigma_1(y) = \frac{\sin\alpha \cdot \sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot \Delta d \quad (31)$$

$$\sigma_2(y) = \frac{d \cdot \sin^2\beta}{\sin^2(\alpha + \beta)} \cdot \Delta\alpha \quad (32)$$

$$\sigma_3(y) = \frac{d \cdot \sin^2\alpha}{\sin^2(\alpha + \beta)} \cdot \Delta\beta \quad (33)$$

$$\sigma(y) = \sqrt{\sigma_1^2(y) + \sigma_2^2(y) + \sigma_3^2(y)} \quad (34)$$

由上述公式可编制计算程序计算靶面上任一点的测量精度。

3 结果及讨论

由于靶面上有无数个点,每一点皆计算误差量是不可能的,也不必要。因此,在这里仅选取靶心 O_1 ,以及靶心周围距靶面边缘一半的四点 D_1 、 D_2 、 D_3 、 D_4 ,靶面边缘的四个点 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 作为误差计算的特征点,如图 2 所示:

依照以上特征点的选取方法,对于不同靶面尺寸,不同焦距值计算得四组数据列入表 1—表 4 中,其中 x 、 y 分别为测量点坐标, Δx 、 Δy 为测量点坐标的均方根误差:

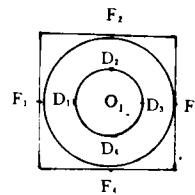


图 2 特征点选取

表 1 8m×8m 靶,基线长 40m

参 量	特征点	$x(\text{mm})$	$y(\text{mm})$	$\Delta x(\text{mm})$	$\Delta y(\text{mm})$
$f' = 56.5\text{mm}$	O_1	20000	5000	6.457	1.617
$d_0 = 40\text{m}$	D_1	18000	5000	6.046	1.638
$\alpha_0 = 14^\circ$	D_2	20000	7000	5.874	2.061
$\beta_0 = 14^\circ$	D_3	22000	5000	6.824	1.638
$\Delta\alpha = 10''$	D_4	20000	3000	8.201	1.245
$\Delta\beta = 10''$	F_1	26000	5000	5.659	1.690
$\Delta\gamma = 10''$	F_2	20000	9000	5.623	2.534
$\Delta\theta = 10''$	F_3	24000	5000	7.185	1.690
$\Delta f' = f' \%$	F_4	20000	1000	19.270	1.014
$\Delta d_0 = 10\text{mm}$					

表 2 8m×8m 靶,基线长 60m

参 量	特征点	$x(\text{mm})$	$y(\text{mm})$	$\Delta x(\text{mm})$	$\Delta y(\text{mm})$
$f' = 88.0\text{mm}$	O_1	30000	5000	10.105	1.713
$d_0 = 60\text{m}$	D_1	28000	5000	9.980	1.728
$\alpha_0 = 9.5^\circ$	D_2	30000	7000	8.191	1.926
$\beta_0 = 9.5^\circ$	D_3	32000	5000	10.614	1.682
$\Delta\alpha = 10''$	D_4	30000	3000	15.146	1.554
$\Delta\beta = 10''$	F_1	26000	5000	9.794	1.777
$\Delta\gamma = 10''$	F_2	30000	9000	7.235	2.181
$\Delta\theta = 10''$	F_3	34000	5000	10.352	1.777
$\Delta f' = f' \%$	F_4	30000	1000	40.874	1.482
$\Delta d_0 = 10\text{mm}$					

表 3 12m×16m 靶,基线长 40m

参 量	特征点	$x(\text{mm})$	$y(\text{mm})$	$\Delta x(\text{mm})$	$\Delta y(\text{mm})$
$f' = 31.7\text{mm}$	O_1	20000	9000	5.629	2.531
$d_0 = 40\text{m}$	D_1	17000	9000	4.956	2.561
$\alpha_0 = 24.2^\circ$	D_2	20000	13000	5.429	3.531
$\beta_0 = 24.2^\circ$	D_3	23000	9000	6.287	2.561
$\Delta\alpha = 10''$	D_4	20000	5000	6.467	1.621
$\Delta\beta = 10''$	F_1	14000	9000	4.265	2.640
$\Delta\gamma = 10''$	F_2	20000	17000	5.371	4.566
$\Delta\theta = 10''$	F_3	26000	9000	6.937	2.640
$\Delta f' = f' \%$	F_4	20000	1000	19.749	1.015
$\Delta d_0 = 10\text{mm}$					

表 4 12m×10m 靶,基线长 60m

参 量	特征点	x(mm)	y(mm)	Δx (mm)	Δy (mm)
$f' = 45.4\text{mm}$	O_1	30000	9000	7.198	2.206
$d_0 = 60\text{m}$	D_1	27000	9000	6.904	2.212
$\alpha_0 = 17^\circ$	D_2	20000	13000	4.975	3.033
$\beta_0 = 17^\circ$	D_3	23000	9000	6.381	2.341
$\Delta\alpha = 10''$	D_4	20000	5000	9.008	2.095
$\Delta\beta = 10''$	F_1	14000	9000	4.826	2.942
$\Delta\gamma = 10''$	F_2	30000	17000	6.036	3.423
$\Delta\theta = 10''$	F_3	36000	9000	7.887	2.300
$\Delta f' = f' \%$	F_4	30000	1000	42.629	1.483
$\Delta d_0 = 10\text{mm}$					

结果与讨论

(1) 测量点越低, 测量误差越大。这是因为在上述公式中有许多项皆包含 $\sin^2(\alpha+\beta)$ 、 $\sin(\alpha+\beta)$ 、 $\sin\alpha$ 为分母, 当测量点越低时, α 、 β 的值越小, 因此分母越小则测量误差值越大。

(2) 在高度相同的情况下, 基线长度越长, 测量误差越大, 由上述公式可见, 测量误差的某些项与 d 成反比, 而基线长度 d_0 越大 d 值也越大, 而 d 值往往有几十米, 因此基线长度对测量误差影响很大; 同时, 如果基线长度较大, 对于相同高度的空间点其对应的 α 、 β 的值较小, 也将带来较大的测量误差。

(3) 测角误差对测量误差的影响较大。计算表明, 测角误差增加一倍时, 测量误差是原来的 1.5~2 倍。

(4) 基线误差对测量误差的影响较大。因为基线误差的绝对值较大, 而测量误差中的一些项与之成正比, 所以基线误差对测量误差有较大的影响。计算表明, 基线误差增加 10 倍时测量误差将增加 3~5 倍。

(5) 焦距误差对测量误差的影响较小。因为焦距误差的绝对值很小, 所以焦距误差对测量误差的影响几乎可以忽略。

结论:

由上述分析可见, 要提高交汇测量的测量精度, 在布站时应选取较大的 α 、 β , 尽量提高基线长度的测量精度, 并通过电子学细分的方法提高测角精度。

参 考 文 献

[1] 费业泰, 误差理论与数据处理. 北京: 机械工业出版社, 1987. 6

Precision Analysis of Crossing Measurement

Huang Wie, Sun Shiwie

*(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130021)*

Abstract

This paper introduces the principle of measuring the coordinate of a space point from the way of crossing measurement by using two line array CCD, deduces the formula of the coordinate of the space point, and analyzes the measuring precision of the special point in objective space, and points out the questions needing to consider in improving the measuring precision.

Key words: CCD, Crossing measurement, Precision