

精密机械定位误差的曲线拟合

何锡梁

(上海化工高等专科学校, 上海 200233)

摘要 误差补偿技术能有效地提高精密机械的定位精度。本文以典型的感应同步器数显系统为例,通过对误差曲线的实验和函数分析,并用时间序列 AR(n)模型拟合相应的误差曲线。实验证明该方法在微机误差补偿中,占用较少存储空间,并能较好地处理弱周期性和随机性误差分量。故可用于象座标镗床之类数据庞大的三维精度补偿的场合。

关键词: 误差补偿; 误差曲线; 时间序列

1 引言

数控机床和三座标测量机等精密机械用误差补偿技术来提高定位精度已日益普遍,在精密机械中,常用高精度检测元件有光栅、容栅、磁栅、感应同步器等,其中感应同步器数显装置已相当广泛地用于机床和仪器的位移量检测,其精度和抗干扰能力是令人满意的。在实用微机辅助误差补偿中,必须建立精确反映位移和误差值对应关系的误差曲线,以一定形式存入微机 ROM 中,再由伺服机构读取误差信息,进行定点误差修正。常用方法有列表法和函数法,其中列表法误差修正量预先确定,补偿操作时微机不需要实时运算,只要搜索补偿点,就能获得误差修正量,虽然修正量表建立比较容易,但占用较大内存,尤其对于三维庞大数据库体系,加上要满足实时响应速度的要求,所以必须考虑函数法。建立一个能有效拟合误差曲线的数学模型存入微机,补偿操作时,以位移为自变量算出误差修正量。本文就函数法对感应同步器数显装置误差曲线的拟合作一探讨。

2 误差曲线的函数分析

带有感应同步器数显装置的机床,它位移方向上的定位误差,是感应同步器零位误差、细分误差及阿贝误差等误差的综合反应,也是因为器件制造精度不足,安装条件下非有效电磁耦合产生非有效电势,以及不符合阿贝原则等因素所造成的。对此详述请参见文献^[1]。由此产生的综合误差,可采用已研制的微机控制误差检测系统进行精确测定。用所获数据可近似地拟合一个函数,必要时可分段表示。相对位移量 x 的误差函数是累误差、周期误差和随机误差的迭加,表达式为:

$$f(x) = a + bx + \sum_{i=1}^n c_i \sin(\omega_i x + \varphi_i) + R(x)$$

其中 $a + bx$ 为线性部分, 是感应同步器制造标定时的累积误差。 $\sum c_i \sin(\omega_i x + \varphi_i)$ 是电路不良及制造环节中周期性因素引起的, 其包含各种谐波成分, 用三角级数进行描述, 也可变换成对应的多项式, 待定系数由实测数据用正交多项式拟合方法求得。 $R(x)$ 反映随机误差, 是函数的不确定成分, 一般可经多次平均而减小其影响。或采用概率统计分析方法去逼近其最大可能数值。

但上述函数在实用中仍有许多难处, 如高次多项式解的多值问题, 在线控制无法用多次平均消除随机分量的影响, 误差的性质分类必须搞清误差来源的因果关系, 诸如此类的问题影响了该模型的应用推广, 而采用下述时序分析法将为此开辟了一条有效的途径。

3 时序建模和预报

八十年代初, 美国威斯康星大学把时间序列建模预报控制技术引入机械加工领域, 并在机床上作了原理性试验。有关文献证明现代时序建模理论, 不仅能用于补偿 FFT 分析法所能补偿的周期性较强误差, 也能用于补偿周期性较弱的误差, 并能有效地处理随机误差的影响。而感应同步器数显装置的综合误差正是这种性质的误差, 因此选用时序分析法建立所需数学模型将更为合理。

在机床部件移动方向的被检范围内, 对各定位点的综合误差进行等间距采样, 采样间隔应满足采样定理。所得有序数据组成一个时间序列 $[x_t]$, 工程意义上近似地认为是一个平稳、正态的随机序列, 经零均值化后, 可建立一个描述数据动态信息的差分方程模型, 即自回归滑动平均 ARMA(n, m) 模型, 表示为:

$$x_t - \sum_{i=1}^n \varphi_i x_{t-i} = a_t - \sum_{j=1}^m \theta_j a_{t-j}$$

φ_i 自回归参数; n 自回归阶数; θ_j 滑动平均参数; m 滑动平均阶数; a_t 残差, 服从 $N(0, \sigma_a^2)$ 分布

从数理统计来看, 该参数模型既反映随机数据的内部规律, 也体现了采样所得相关有序随机变量 x_t 与无关有序随机变量 a_t 之间的转化关系, 这说明模型保留了研究对象的统计特性, 便于进行统计分析。从信号处理角度来看, 该模型是一个滤波器, $\hat{x}_t = \sum_{i=1}^n \varphi_i x_{t-i} - \sum_{j=1}^m \theta_j a_{t-j}$, \hat{x}_t 是 x_t 的滤波值, a_t 是滤波误差。从控制理论来看, 该参数模型是离散形式的动力学方程, x_t 相当于白噪声输入下的系统输出。这对于输出输入因果关系不完全明确的系统, 如误差来源较复杂的情况, 可建立假设在白噪声驱动下的系统参数模型。该模型包含的信息是传统方法难以比拟的。

为了便于实用及在线分析, 本文采用简化的自回归 AR(n) 参数模型, 它是 ARMA(n, m) 模型的特例, 参数为线性估计, 建模较容易, 其表达式为:

$$x_t - \sum_{i=1}^n \varphi_i x_{t-i} = a_t$$

该参数模型所相应的 t 时刻向前一步的预报值为:

$$\hat{x}_t(1) = \varphi_1 x_t + \varphi_2 x_{t-1} + \cdots + \varphi_n x_{t+1-n}$$

预报模型的实质是利用动态模型的外延特性,用 t 以前时刻的测量值来外推 t 以后时刻的估计值。比较上两式可知, a_t 即反映 t 时刻的预报误差。 a_t 是服从 $N(0, \sigma_a^2)$ 分布的白噪声, σ_a^2 反映残差的离散程度,当 σ_a^2 较大时,或偏离白噪声假设太大时,应考虑预报模型的修正问题,加入修正系数 ξ ,

$$\hat{x}_t(1) = \varphi_1 x_t + \varphi_2 x_{t-1} + \dots + \varphi_n x_{t+1-n} + \xi[x_t - \hat{x}_{t-1}(1)]$$

这里修正系数 ξ 是时间的函数,会使预报运算复杂化,由于本文研究的误差值在微米数量级上,则误差值的误差是一种高阶微量,同时感应同步器的长距离定位有平均效应,对预报值的误差有一定的弱化作用。

总的来说,用时序预报模型去拟合误差曲线在理论上是可行的。它可不必考虑误差的起因,同时它又不丧失用于统计分析的固有特性。用该模型拟合误差曲线在微机误差补偿中,不仅能补偿对象的系统误差,也能补偿相关性的随机误差,至于无关的随机误差则反映为预报的误差。

4 误差曲线的拟合和比较实验

本实验用上述理论,以实测所得 100 点误差值,建立相应的时序 AR(n)模型。实验装置联接如图 1。

时序模型的可用性取决于 AR(n)模型参数的估计和阶数的确定。参数估计方法很多,本文采用建模数据量少,计算量较小、精度较高的 Marple 算法,即无约束最小二乘递归算法。我们编制了应用软件,按精度要求,先输入最高阶阶、递推误差因子、信号总能量等,程序自动定阶,并打印输出参数 φ 清单。按实测误差值建立的 AR(10)模型:

$$x_t = -1.220655x_{t-1} + 0.07720132x_{t-2} + 0.07009031x_{t-3} + 0.2912537x_{t-4} - 0.295642x_{t-5} - 0.03732066x_{t-6} - 0.2795831x_{t-7} + 0.5179757x_{t-8} + 0.04079414x_{t-9} - 0.14964270x_{t-10} + a_t$$

用上述 AR(10)模型再进行预报值与实测值的比较分析。给出前 10 点误差实测值,用 AR(10)对应的预报模型估计以后 90 点误差值,并构成一条误差拟合曲线,与实测所得原始误差曲线进行描点图比较如图 2 所示。

图线分析可知,对一组原始误差为 $10.2\mu\text{m}$ 的数据,用预报模型建立的误差拟合曲线的最大拟合误差为 $1.7\mu\text{m}$,有一定的实用意义。

上述建模分析是在 386 通用机上进行的,而实验误差补偿是一种专门化功能,则用较经济的 51 系列单片机控制的,同时为了在线建模控制的需要,我们编制了能适应单片机运行的软

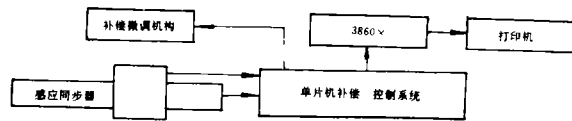


图 1 实验分析装置

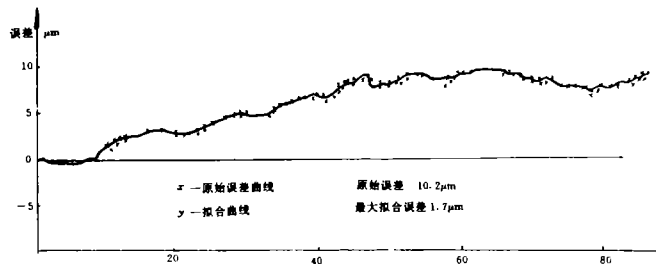


图 2 原始误差曲线与拟合曲线比较

件,软件内容包括建模预报,补偿方向判别,任意点误差修正量计算,修正量计算公式和数据修改,修正量变换为步进电机步距数的运算,键盘、显示和打印等功能。该软件在一维误差补偿实验中运行的结果,与用实测误差直接给出修正量进行误差补偿的结果相比,结论是满意的。本文主要研究曲线拟合,有关补偿问题另有专著。

5 时序建模的几个具体问题

5.1 模型精度问题

一般在拟合精度要求较高的场合,可适当增加采样数据,或增加模型阶数,或作分段处理。但这些改善是有前提的,如序列应满足平稳过程假设,具有各态历经性,均值等特征量不随时间而变;又如残差必须满足白噪声假设,即 $[a_t]$ 的谱分析应为严格的平直谱。在短数据建模时,重复实验证明,模型精度不佳的大多数原因是残差非白化所造成的。对此前面已谈及初步意见,此外还可采用参数分离法得到精度较高的近似模型。

5.2 在线建模问题

本实验数值分析是在移动部件非加载情况下进行的,这对于用作测量的仪器是问题不大的。而对于用以切削加工的机床,其加工过程中系统刚度变化引起的位移变化,局部热膨胀引起的位移变化,以及刀具与工件接触面弹性挤压反映的虚假位移等情况均会引起一定的加工误差。这就希望能进行在线建模,即试切一次进行误差值采集,建立用于实时控制的时序模型。这将关系到在线检测质量和微机运行速度,这将通过优化设计检测系统、采用高级单片机芯片来满足精度和响应速度的要求。

5.3 接缝区问题

按技术规范接长的感应同步器,不论是否清楚接缝区具体情况,一般可由微机控制误差检测系统连续测出各等距点的误差值,建立全长 $AR(n)$ 时序模型,补偿时只要给定前几点修正量,以后各点均由预报模型算出。但由于接缝区电气性能的特殊性,仍要考虑专门的处理方法,如加权分析和圆滑过渡等技术。整理后的接缝区误差曲线仍可采用时序模型的拟合方法。

6 结论

实验证明在微机辅助误差补偿中,用时间序列 $AR(n)$ 模型拟合感应同步器数显装置的误差曲线,这是一个合理的选择。并可推广到一般精密机械的定位误差补偿技术中,但实用工况下的适应性有待进一步研究。

参 考 文 献

- [1]端木时夏,感应同步器及其数显技术. 同济大学出版社,1990
- [2]Dynamic Measurement and Compensation the Error of Leadscrew M. T/D/R/,1986
- [3]L. Marple, A New Autoregressive Spectrum Analysis Algorithm. IEEE, Assp-28, 1980, (4)
- [4]安鸿志,时间序列的分析与预测,科学出版社,1983

Simulating Location Error Curve of Precision Machines

He Xiliang

(*Shanghai Institute of Chemical Technology*)

Abstract

The paper adopts time series AR(n) model to simulate the error curve of inductosyn NC equipment. The method occupies the less memory space in error compensation system and better deals with weak-periodic and random error.

Key words: Compensation, Error curve, Time series.