

轨道空间外热流计算的一种新方法

赵立新

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

摘要 根据概率论的基本原理,用随机模拟法分别对轨道空间地球反照和红外辐射的角系数进行了计算,有效地简化了计算过程。此方法尤其适用于空间飞行器外露部件的精确热计算。

关键词: 地球反照; 地球红外辐射; 热流计算; 角系数; 随机模拟

1 引言

长期以来,轨道空间地球反照和红外辐射的角系数的计算,都是通过复杂的多重积分来进行的,尽管使用了计算机数值处理,仍然是一项非常浩繁的工作,尤其是地球反照的外热流计算,使用了24个多重积分算式,而且积分域的确定也十分复杂^[1],在实际工作中难于应用。

为此,很多文献提出了一些新算法,如矢量法、图解法等,但他们的方法在计算思路上没有本质的变化,而且又引入了矢量矩阵运算和大量作图的问题,并没有使上述问题得到有效的简化。

本文应用概率论的基本原理,用随机模拟法,直接从地球反照和红外辐射的定义出发,利用几个球面三角关系式和一小段程序,就可以求出空间任意位置关系的典型表面的地球反照和红外辐射的角系数。

2 随机模拟法简介与应用

2.1 随机模拟法简介

随机模拟法是通过随机变量的统计试验来求解数学物理或工程技术问题的一种数值方法,用于数值计算已有上百年的历史,但只是在高速计算机出现后,才广泛地应用于各种复杂计算。

对于地球反照和红外辐射角系数的计算,随机模拟法的基本思路是:首先,在空间飞行器可以看到的地球表面上任取一面积元,该面积元的位置与一定的概率分布函数有关,也就是与一定的随机数有关,其面积等于空间飞行器可以看到的地球球冠面积除以所取的总的面积元数。其次,利用球面三角关系求出地球反照和红外辐射角系数定义式中的几个角度量,进而求

* 国家自然科学基金资助项目(59486003)

收稿日期:1995年9月28日

出该面积元对空间飞行器表面上的任一微元面积的地球反照和红外辐射角系数。随机选取大量的面积元,分别进行上述计算并累加,就相当于在空间飞行器可以看到的地球球冠面积上进行了面积分,从而得到地球反照和红外辐射的角系数的数值结果,其计算精度随所取面积元数的增加而提高^[2]。

随机数用专用的程序产生,称为伪随机数。最终的计算结果的精度与各参数,伪随机数程序的正确性,伪随机数的均匀性都有很大关系^[3]。为了提高伪随机数的质量,在伪随机数的程序中一律采用双精度变量,以得到统计特性较好的伪随机数。将随机模拟法用于辐射传热计算有其特殊的优点,除可避免复杂的数学运算外,更重要的是它可以模拟非理想的、非均匀的复杂表面。

2.2 地球面积元的随机选取

把地球面积元 ds 的位置用天顶角 θ 和方位角 φ 来表示,如图 1 所示。由于面积元 ds 是在空间飞行器可以看到的地球球冠面积上任取的,所以取到任一个地球面积元 ds 的概率服从几何概型规律,即:

$$P(A) = \frac{ds \text{ 的面积}}{\text{球冠的面积}} = \frac{\sin\theta d\theta d\varphi}{2\pi H / (R+H)} \quad (1)$$

式中, H —— 空间飞行器距地面的高度;

R —— 地球的平均半径;

这里, $P(A)$ 是 θ, φ 的二维概率密度^[4], θ, φ 的边缘概率密度分别为:

$$f_1(\theta)d\theta = (R+H)/H \cdot \sin\theta d\theta \quad (2)$$

$$f_2(\varphi)d\varphi = 1/(2\pi)d\varphi \quad (3)$$

分别求出分布函数为

$$R_\theta = F_1(\theta) = \int_0^\theta f_1(\theta)d\theta = (R+H)/H \cdot (1 - \cos\theta) \quad (4)$$

$$R_\varphi = F_2(\varphi) = \int_0^\varphi f_2(\varphi)d\varphi = \varphi/(2\pi) \quad (5)$$

式中, R_θ 和 R_φ 是 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机数。由此得到地球面积元的随机位置为:

$$\cos\theta = 1 - H/(H+R) \cdot R_\theta \quad (6)$$

$$\varphi = 2\pi R_\varphi \quad (7)$$

此地球面积元的面积为空间飞行器可以看到的地球球冠面积除以所取的总的面积元数。

$$ds = 2\pi R^2 \cdot H / ((R+H) \cdot N_{\max}) \quad (8)$$

式中 N_{\max} 为随机模拟计算中所取的总面积元数。

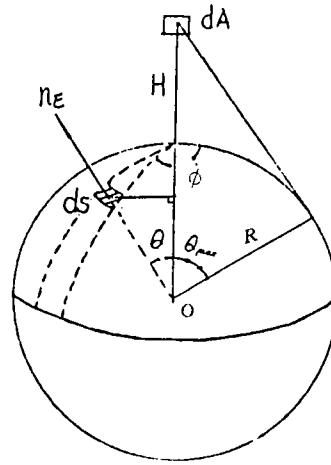


图 1 地球面积元的随机位置

3 地球红外辐射和阳光反照

3.1 地球红外辐射

地球吸收的外部能量主要是太阳辐射。

由于“温室效应”,地球昼夜温差不大。在进行轨道空间热计算时,地球可以看作是 250K 的恒温绝对黑体,它向空间辐射的能量等于它吸收的太阳辐射能量。

假定地球是一个均匀辐射的热平衡体,并且地球表面上任一点的红外辐射强度相同,如图 2 所示,则空间飞行器外表面上任一微元面积 dA 受到整个地球表面(实际上是空间飞行器可以看到的地球球冠表面) A_E 的地球红外辐射外热流 dQ_3 为:

$$dQ_3 = \frac{1-\rho}{4} S_0 dA \iint_{A_E} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi L^2} ds \quad (9)$$

$$\text{令 } \varphi_3 = \frac{dQ_3}{\frac{1-\rho}{4} S_0 \cdot dA} \quad (10)$$

$$\text{则 } \varphi_3 = \iint_{A_E} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi L^2} ds \quad (11)$$

式中 ds ——地球面积元的面积;

A_E ——地球表面积;

S_0 ——太阳常数;

ρ ——地球平均阳光反照系数;

称 φ_3 为地球红外角系数。

这样,求地球红外辐射外热流的主要问题就转化为求地球红外角系数的问题。(11)式中的 α_1, α_2, L 可由下式确定:

$$L = \sqrt{R^2 + (R+H)^2 - 2R(R+H)\cos\theta} \quad (12)$$

$$\cos\alpha_1 = ((R+H)^2 - L^2 - R^2) / (2 \cdot R \cdot L) \quad (13)$$

$$\gamma = \cos^{-1}(L^2 + (R+H)^2 - R^2) / (2 \cdot L \cdot (R+H)) \quad (14)$$

$$\cos\alpha_2 = \cos\gamma \cos\beta + \sin\gamma \sin\beta \cos\phi$$

$$\text{若 } \cos\alpha_2 \leq 0, \text{ 则取 } \cos\alpha_2 = 0 \quad (15)$$

对于任意一个地球面积元,都对应着一组 α_1, α_2, L ,由于地球面积元是在整个球冠面积上随机选取的,大量的取值就可形成一种几何概型的统计效果,每个地球面积元的面积用公式(8)来表示,显然:

$$\varphi_3 = \iint_{A_E} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\pi L^2} ds = \lim_{N_{\max} \rightarrow \infty} \left(\frac{2\pi R^2 \cdot H}{(R+H)N_{\max}} \sum_{i=1}^{N_{\max}} \frac{\cos\alpha_{1i} \cos\alpha_{2i}}{\pi L_i^2} \right) \quad (16)$$

为了达到统计效果, N_{\max} 至少要大于 10,000, 本文计算中,为了减小误差, N_{\max} 取值 10,000,000。

3.2 地球阳光反照

假设地球为一漫反射体,对太阳辐射的反射遵守朗伯定律并且各处均匀,反射光谱与太阳光谱相同,反照率以平均反照率 ρ 表示,且取为一常数。如图 3 所示,地球表面对空间飞行器外表面上任一微元面积 dA 的地球反照辐射外热流 dQ_2 为:

$$dQ_2 = \rho S_0 dA \iint_{A_E} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \cos\eta}{\pi L^2} ds \quad (17)$$

$$\text{令 } \varphi_2 = \frac{dQ_2}{\rho S_0 dA} \quad (18)$$

$$\text{则 } \varphi_2 = \iint_{A_E} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \cos\eta}{\pi L^2} ds \quad (19)$$

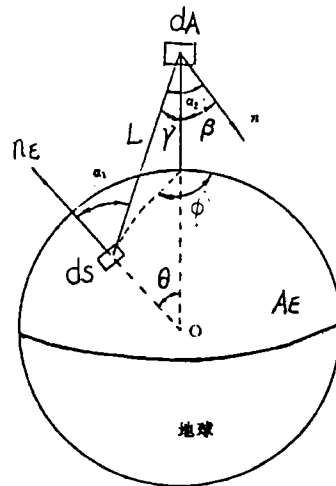


图 2 地球红外辐射位置关系

称 φ_0 为地球反照角系数。

这样,求地球反照外热流的主要问题就转化为求地球反照角系数的问题。(19)式中的 $\alpha_1, \alpha_2, \eta, L$ 可由下式确定:

$$L = \sqrt{R^2 + (R+H)^2 - 2R(R+H)\cos\theta} \quad (20)$$

$$\cos\alpha_1 = ((R+H)^2 - L^2 - R^2) / (2 \cdot R \cdot L) \quad (21)$$

$$\gamma = \cos^{-1}(L^2 + (R+H)^2 - R^2) / (2 \cdot L \cdot (R+H)) \quad (22)$$

$$\cos\alpha_2 = \cos\gamma\cos\beta + \sin\gamma\sin\beta\cos(\varphi - \varphi_0) \quad (23)$$

若 $\cos\alpha_2 \leq 0$, 则取 $\cos\alpha_2 = 0$

$$\cos\eta = \cos\theta\cos\eta_0 + \sin\theta\sin\eta_0\cos(\varphi - \varphi_0) \quad (24)$$

若 $\cos\eta \leq 0$, 则取 $\cos\eta = 0$

同公式(16),对于地球反照角系数的积分式有:

$$\varphi_0 = \iint_{A_E} \frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \cos\eta}{\pi L^2} dS = \lim_{N \rightarrow N_{max}} \left(\frac{2\pi R^2 \cdot H}{(R+H)N_{max}} \sum_{i=1}^{N_{max}} \frac{\cos\alpha_{1i} \cos\alpha_{2i} \cos\eta_i}{\pi L_i^2} \right) \quad (25)$$

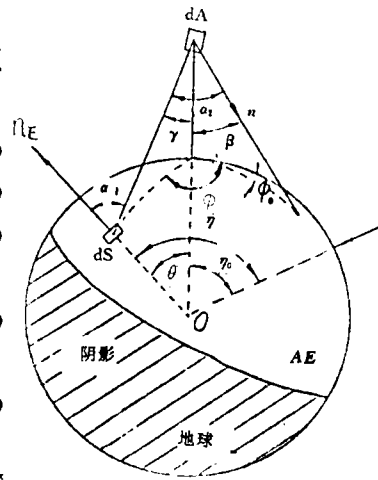


图 3 地球阳光反照位置关系

同样, N_{max} 的取值要足够大, 本文计算中, $N_{max} = 10,000,000$ 。

4 程序流程框图

以地球红外辐射系数的求解为例, 地球阳光反照角系数与此类似, 不再赘述。

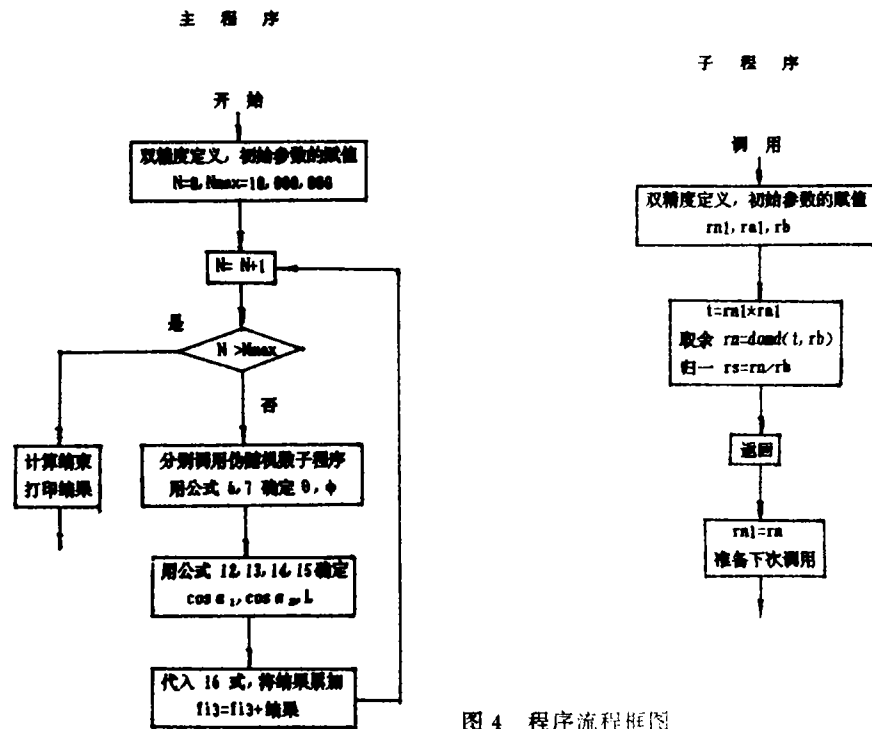


图 4 程序流程框图

5 计算结果与分析

5.1 计算结果

根据上述公式,本文对空间飞行器的若干典型位置的微元面(用黑体平板代表),用随机模拟法计算了地球红外和地球反照角系数,结果如下表所示,其它位置的数据,只要把初始参数输入程序,就可以算出角系数的数据,为节省篇幅,就不一一罗列了。

表 1 典型位置的地球红外角系数和地球反照角系数随平板俯仰角变化($H=300\text{km}, \eta_0=0^\circ$)

随机模拟法计算的数据与《辐射换热角系数手册》中的数据比较

β 单位($^\circ$)	地球红外角系数		地球反照角系数	
	随机模拟法	辐射换热角系数手册	随机模拟法	辐射换热角系数手册
0	0.9118	0.9121	0.9094	0.9169
10	0.8975	0.8982	0.8952	0.9030
20	0.8561	0.8572	0.8539	0.8550
30	0.7961	0.7976	0.7939	0.7955
40	0.7253	0.7272	0.7232	0.7251
50	0.6471	0.6491	0.6450	0.6470
60	0.5639	0.5661	0.5619	0.5641
70	0.4786	0.4808	0.4769	0.4789
80	0.3937	0.3960	0.3919	0.3942
90	0.3125	0.3140	0.3109	0.3124
100	0.2373	0.2376	0.2359	0.2362
110	0.1686	0.1689	0.1675	0.1678
120	0.1100	0.1101	0.1092	0.1093
130	0.0628	0.0629	0.0623	0.0623
140	0.0285	0.0285	0.0282	0.0282
150	0.0077	0.0077	0.0076	0.0076
160	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
170	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
180	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

表 2 典型位置的地球反照角系数随平板水平角变化($H=300\text{km}, \beta=90^\circ, \eta_0=20^\circ$ 和 $\eta_0=50^\circ$ 两种情况)

随机模拟法计算的数据与《辐射换热角系数手册》中的数据比较

α_0	$\eta_0=20^\circ$		$\eta_0=50^\circ$	
	随机模拟法	辐射换热角系数手册	随机模拟法	辐射换热角系数手册
0	0.2997	0.3007	0.2158	0.2168
30	0.2993	0.2998	0.2144	0.2147
60	0.2978	0.2972	0.2093	0.2088
90	0.2950	0.2936	0.2018	0.2008
120	0.2915	0.2900	0.1939	0.1929
150	0.2887	0.2874	0.1879	0.1870
180	0.2874	0.2865	0.1855	0.1849

5.2 分析与结论

由表 1、表 2 可以看出,采用随机模拟法计算得到的数据,与从《辐射换热角系数手册》中查到的基本接近,但两者之间也有差异,原因如下:(1)随机模拟法的计算精度随所取的面积元数的增加而提高,在实际工程应用中,可以通过加大 N_{\max} 的方法来达到所要求的精度。(2)《辐射换热角系数手册》中的数据也存在着误差:根据式(16)、(25),在相同位置关系的条件下,地球反照的角系数应小于地球红外辐射的角系数,因为地球反照的角系数(25)中多了一个 $\cos\eta$ 项,此项在积分域上除一点特例为 1 外,都小于 1。但在手册中查到的数据却出现了不符合上述规律的情况,如表 1 中, $0.9169 > 0.9121$, $0.9030 > 0.8982$, 而用随机模拟法计算的数据

则很好地遵循了上述规律。

综上所述,采用随机模拟法计算地球反照和红外辐射角系数,其结果是可信的,并且可以根据需要自行提高精度。其计算简化的实质是从根本上改变了传统球面积分的思路,从而有效地简化了计算。

6 结 语

本文应用概率论的基本理论,用随机模拟法对轨道空间地球反照和红外辐射角系数进行了计算,避免了传统方法的复杂的积分运算和积分域的确定,并编制了通用程序,得到了足够精确的计算结果。

参 考 文 献

- [1] 杨贤荣,马庆芳,原庚新,方荣生,杨耀华编,辐射换热角系数手册. 国防工业出版社,1982,355—378 和 430
- [2] 卞伯绘,辐射换热的分析与计算. 清华大学出版社,1988,(10):79—89 和 305—307
- [3] 余其铮,唐 明,谈和平,姜民奇,星载扫描仪遮光罩的杂光计算. 运载火箭与返回技术,1991,2:56—62
- [4] 曹 彬主编,概率论. 哈尔滨工业大学出版社,1986,(12):23—28 和 107—120
- [5] 闵桂荣主编,卫星热控制技术. 宇航出版社,1991,(9):60—71

A New Method to Calculate The Heat Flux in Spacecraft Orbits

Zhao lixin

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

Abstract

According to the probability theory, the geometric factors for Earth-thermal and Earth-reflection are calculated by random simulant method in this paper. The calculation process is effectively simplified. This method especially applies to the accurate thermal calculation for the outer parts of spacecraft.

Key words: Earth-reflection, Earth-thermal, Heat flux calculation, Geometric factor, Random simulation