第4卷 第1期 光学 精密工程 Vol. 4 No. 1
1996年2月 OPTICS AND PRECISION ENGINEERING February 1996

滞后系统的滑模变结构预估控制器

刘新群
(中国科学院长春光学精密机械研究所，长春 130022)

摘要 首先讨论了离散变结构准滑模控制，以及准滑模存在的条件，在此基础上，结合预估控制，提出了一种克服滞后的滑模变结构预估控制器，计算机仿真结果说明该控制器性能很好。

关键词：滞后系统；滑动模态；变结构控制；预估控制

1 前　言

许多工业过程系统的一个共同特点是存在着相当大的纯迟后或滞后，成为工业过程控制中的主要难题之一。自从美国人 Smith[1]提出预估补偿算法以来，随着现代控制理论的发展，人们不断提出新的控制算法，如最优控制，自校正等，但这些方法用于大滞后，或者是要求建立精确的数学模型，或者是算法繁锁、沉长，难于应用，因此都有一定的局限性。近年来，变结构滑模控制越来越受到国内外学者的重视，其理论研究和实际应用不断增加。此控制算法的特点是不仅具有优良的动态性能和静态性能，而且对系统参数变化和扰动具有极强的鲁棒性[2~4]，那么能否将该控制算法用于大滞后系统呢?鉴于目前还没有看到这方面的文献，本文将变结构滑模控制同预估控制结合起来，提出滑模变结构预估控制器。理论和实践结果表明，直接将模拟形式的变结构滑模控制算法应用于预估控制是困难的，因此，本文首先讨论了离散变结构准滑模控制[5]，提出了离散变结构控制系统准滑模存在的条件，然后结合预估控制，提出了一种克服滞后的滑模变结构预估控制算法，使用该控制器，只要已知对象的粗略模型，便能得到良好的控制效果。

下面只在线性定常系统且不考虑扰动情况下进行问题的讨论。

2 离散变结构准滑模控制器

我们熟知，对连续时间系统

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t) \tag{1}$$

式中 $x(t)\in R^n$；$u(t)\in R^m$ 是控制向量，(A,B)为可控对。变结构控制的形式为

收稿日期：1995年10月31日

$$u_i=\begin{cases}u_i^+(x);s_i(x)>0\\u_i^-(x);s_i(x)<0\end{cases}$$

式中，u_i 为 u 的第 i 个分量，且 $u_i^-\neq u_i$；$s_i(x)=0$ 是 m 个切换超平面 $S(x)=Gx=0$ 中的第 i 个超平面。

为了使系统在第 i 个超平面上滑动，就必须在 $s_i(x)=0$ 的邻域中满足：

$$s_i(x)\cdot\dot{s}_i(x)\leqslant 0 \tag{2}$$

下面讨论离散系统情况。将系统(1)离散化，得对应的离散系统状态方程为：

$$x(k+1)=A_dx(k)+B_du(k) \tag{3}$$

切换超平面的离散化形式为　$S(k)=Gx(k)=0$

取离散变结构控制的形式为

$$u_i(k)=\begin{cases}u_i^+(k);s_i(k)>0\\u_i^-(k);s_i(k)<0\end{cases}$$

则由对应连续变结构控制系统滑模存在的条件(2)，为保证离散系统切换超平面 $s_i(k)=0$ 上准滑模存在，应该有：

$$[s_i(k+1)-s_i(k)]s_i(k)<0 \tag{4}$$

由分析知，条件(4)只能保证状态轨迹在切换超平面上作往复穿越运动，该运动也可能是发散的，因而并不能保证系统状态轨迹收敛于超平面 $s_i(k)=0$ 上。所以，条件(4)只是离散变结构控制系统准滑模存在的一个必要条件，还需要进一步找出充要条件。一个明显且易证的结论是，离散系统准滑模存在的条件是：

$$s_i^2(k+1)<s_i^2(k) \tag{5}$$

下面证明一个与条件(5)等价的结论，即离散变结构控制系统准滑模存在的充要条件是：

$$\begin{cases}[s_i(k+1)-s_i(k)]s_i(k)<0\\[s_i(k+1)+s_i(k)]s_i(k)>0\end{cases} \tag{6}$$

充分性是显然的，下面证明必要性，由 $s_i^2(k+1)>s_i^2(k)$则有

$$[s_i(k+1)-s_i(k)]s_i(k)[s_i(k+1)+s_i(k)]s_i(k)<0$$

欲使上式成立，应有

$$\begin{cases}[s_i(k+1)-s_i(k)]s_i(k)<0\\[s_i(k+1)+s_i(k)]s_i(k)>0\end{cases} \tag{7}$$

或

$$\begin{cases}[s_i(k+1)-s_i(k)]s_i(k)>0\\[s_i(k+1)+s_i(k)]s_i(k)<0\end{cases} \tag{8}$$

(7)式即为(6)式，下面证明(8)式不成立。反证法，假如(8)式成立，则当 $s_i(k)>0$ 时，有

$$\begin{cases}s_i(k+1)-s_i(k)>0\\s_i(k+1)+s_i(k)<0\end{cases}$$

即 $s_i(k)<0$，与 $s_i(k)>0$ 矛盾；当 $s_i(k)<0$ 时，有

$$\begin{cases}s_i(k+1)-s_i(k)<0\\s_i(k+1)+s_i(k)>0\end{cases}$$

即 $s_i(k)>0$，与 $s_i(k)<0$ 矛盾。证毕。

条件(6)在离散变结构准滑模控制器设计中很有用。

3 滑模变结构预估控制器

设含有滞后的连续时间系统状态方程为

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t-\tau) \tag{9}$$

设 $\tau=dh+\tau'$，$0\leqslant\tau'\leqslant1$，其中 d 为整数，h 为采样周期。

对系统(9)进行零阶保持采样，可得其对应的离散时间系统状态方程为：

$$x(k+1)=A_dx(k)+B_{d0}u(k-d)+B_{d1}u(k-d-1) \tag{10}$$

式中 $A_d=e^{Ah}$，$B_{d0}=\int_0^{h-\tau}e^{At}dsB$，$B_{d1}=e^{A(h-\tau)}\int_0^{\tau'}e^{At}dsB$

当 $\tau'=0$ 时，(10)式成为：

$$x(k+1)=A_dx(k)+B_du(k-d) \tag{11}$$

其中 $B_d=\int_0^h e^{At}dsB$，当 $\tau'\neq0$ 时，将(10)式稍作变形，可得下式：

$$x(k+1)=A_dx(k)+B_du(k-d)+v(k) \tag{12}$$

其中 $v(k)=B_{d1}u(k-d-1)-(B_d-B_{d0})u(k-d)$。此时，为设计变结构控制器，可将 $v(k)$ 视为扰动来处理。下面就可以进行滑模变结构预估控制器设计了。

测得 k 时刻系统的状态变量值 $x(k)$ 并记录 k 以前时刻的控制变量值 $u(k-1)$，$u(k-2)$，$\cdots$，$u(k-d)$。用模型(11)式或(12)式推算出 $k+1$，$k+2$，$\cdots$，$k+d$ 时刻系统状态的预测值 $x(k+1)$，$x(k+2)$，$\cdots$，$x(k+d)$。以下步骤实质上是在系统状态预测值上进行离散变结构准滑模控制器设计。

构造切换超平面：

$$S(k)=Gx(k+d)=0 \tag{13}$$

矩阵 G 的选取按照对应的连续系统的方法，如可用极点配置法或二次型最优方法。

离散变结构控制为：

$$u_i(k)=\begin{cases}u_i^+(k);s_k(k)>0\\u_i^-(k);s_i(k)<0\end{cases} \tag{14}$$

$u_i^+(k)$，$u_i^-(k)$ 的取值应满足准滑模存在的条件(6)。类似于连续系统变结构滑模控制的情况，通常取状态反馈形式的变结构控制率：

$$u_i(k)=K_ix(k+d) \tag{15}$$

$K_i=(k_{i1}k_{i2}\cdots k_{in})$ 为第 i 个反馈增益向量，可由下式选取：

$$k_{ij}=\begin{cases}k_{ij}^+;s_i(k)x_j(k+d)>0\\k_{ij}^-;s_i(k)x_j(k+d)<0\end{cases} \tag{16}$$

同时参数 k_{ij}^+，k_{ij}^- 的取值应满足准滑模存在的条件(6)。为说明问题，下面以单输入系统为例给出一种变结构控制器设计。假设 $\tau'=0$，系数离散状态方程为：

$$x(k+d+1)=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&&&\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{bmatrix}x(k+d)-\begin{bmatrix}b_1\\b_2\\\vdots\\b_n\end{bmatrix}u(k)$$

取切换函数 $s(k)=\sum_{i=1}^{n}c_ix_i(k+d)$。式中 $c_i=$常数$>0,c_n=1$。取变结构控制器形式为

$$u(k)=\sum_{i=1}^{l}\varphi_ix_i(k+d)\quad(1\leqslant l\leqslant n-1)$$

$$\varphi_i=\begin{cases}\alpha_i;x_i(k+d)\cdot s_i(k)\geqslant 0\\ \beta_i;x_i(k+d)\cdot s_i(k)<0\end{cases}$$

则沿系统运动的轨迹，可推得：

$$\begin{aligned}s(k+1)-s(k)=&\Big[\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}-c_n\Big]s(k)+\sum_{i=l+1}^{n-1}\Big[\sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}+c_ic_n-c_i\Big]x_i(k+d)+\\&\sum_{i=1}^{l}\Big[\sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}+c_ic_n-c_i-\varphi_i\sum_{j=1}^{n}c_jb_j\Big]x_i(k+d)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s(k+1)+s(k)=&\Big[\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}+c_n\Big]s(k)+\sum_{i=l+1}^{n-1}\Big[\sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}-c_ic_n+c_i\Big]x_i(k+d)+\\&\sum_{i=1}^{l}\Big[\sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}-c_ic_n-c_i-\varphi_i\sum_{j=1}^{n}c_jb_j\Big]x_i(k+d)\end{aligned}$$

从而由准滑模存在的充要条件(6)可得系统在 $s(k)=0$ 上准滑模存在的一个条件为下面两式同时满足：

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}-c_n<0\\ \sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}+c_ic_n-c_i=0\quad(i=l+1,l+2,\cdots,n-1)\\ \sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}+c_ic_n-c_i-\alpha_i\sum_{j=1}^{n}c_jb_j\leqslant 0\quad(i=1,2,\cdots,l)\\ \sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}+c_ic_n-c_i-\beta_i\sum_{j=1}^{n}c_jb_j>0\quad(i=1,2,\cdots,l)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}+c_n<0\\ \sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}-c_ic_n+c_i=0\quad(i=l+1,l+2,\cdots,n-1)\\ \sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}-c_ic_n+c_i-\alpha_i\sum_{j=1}^{n}c_jb_j\geqslant 0\quad(i=1,2,\cdots,l)\\ \sum_{j=1}^{n}c_ja_{ji}-c_i\sum_{j=1}^{n}c_ja_{jn}-c_ic_n+c_i-\beta_i\sum_{j=1}^{n}c_jb_j\leqslant 0\quad(i=1,2,\cdots,l)\end{cases}$$

4 设计举例

设二阶控制对象为 $G_d(s)=\dfrac{4e^{-0.3s}}{s(s+4)}$

假设系统模型 $G(s)$ 与其一致，即 $G(s)=G_d(s)$。取系统偏差及其导数为状态变量：$x_1(t)=e(t)=r(t)-y(t),x_2=\dot{x}(t)$。其中 $r(t)$ 为参数输入，$y(t)$ 为系统输出。

设 $r(t)$ 为恒值给定,取采样周期 $h=0.03$ 秒,则对零阶保持器.可得系统的离散状态方程为:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u(k-d)$$

式中

$a_{11}=1$, $a_{12}=0.002826989$,

$a_{21}=0$, $a_{22}=0.886920436$.

$b_1=0.001730108$,

$b_2=0.11307956$, $d=10$

取切换函数 $s(k)=8x_1(k+10)+x_2(k+10)$,变结构控制为

$$u(k)=\begin{cases} \alpha x_1(k+10); s(k)\cdot x1(k+10)>0 \\ \beta x_1(k+10); s(k)\cdot x1(k+10)<0 \end{cases}$$

则由计算,可取 $\alpha=20$,$\beta=-40$。计算机仿真结果如图所示,为考察控制器的鲁棒性,图中同时给出了模型 $G(s)$ 与对象 $G_d(s)$ 不同时的结果。

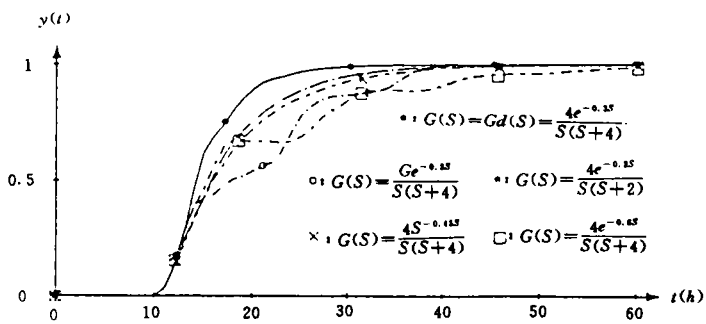

图 1　仿真结果

5 结　论

本文所得滑模变结构预估控制器,设计简单,实现容易,对具有滞后(无论大小滞后)的系统控制效果极佳;其自适应能力很强,当控制对象参数发生变化时特别是滞后时间发生变化时,仍能得到很好的控制效果,这是由变结构滑模控制对参数变化具有极强的鲁棒性决定的,也是变结构滑模控制与预估控制相结合产生的必然结果。

参考文献

〔1〕 Smith, O. J. M., A Controller to Overcome Dead Time. ISA. J., 1959, **6**(2)

〔2〕 Utkin, V. I., Variable Structure Systems with Sliding Modes. IEEE Trans. Automat. Contr., AC-22, 1977, 2, 212-222

〔3〕 Itkis, U., Control System of Variable Structure. Wile, New york: 1976

〔4〕 Drazenovic, B., The Invariance Conditions in Variable Stucture Systems. Automatica, 1969, **5**: 287-295

〔5〕 Milosavljevic, C., General Condition for the Existence of a Quasisliding Mode on the Switching Hyperplane in Discrete Variable Structure Systems. Automatica Remote Control, 1985, **46**(3): 307-314

〔6〕 Sarpturk, S. Z., etc., On the Stability of Discrete Time Sliding Mode Control Systems. IEEE Trans. Automat. Comtr., AC-32, 1987, **10**: 930-932

Sliding Mode Variable Structure Predictor Controller for Systems with Delay

Liu Xinqun

(*Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130022)

Abstract

The discrete variable structure controller is first reviewed and discussed. And then combined with the predictor control method, we propose a sliding mode variable structure predictor controller. Simulation results illustrate the effectiveness of the control method.

Key words: Systems with delay, Sliding mode, Variable structure control, Predictor control