

闭式双排节流孔矩形气浮导轨的计算方法(一) ——有限元法对高压区压力的分析

陶家生

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春130022)

摘要 本文采用矩形气浮导轨在工程实践中的一些比例关系,用有限元法对高压区压力进行了分析,得出了在保持小孔节流的前提下高压区压力系数基本为一常数的结论,从而为推导这种常见结构形式的气浮导轨的工程计算方法提供了前提。

关键词: 气浮导轨; 高压区系数; 有限元法

1 引言

在工程实践中,为提高气浮导轨的刚度和承载能力,导轨止推板大都采用双排节流孔这种结构形式,如图1。

在这种形式下,节流孔中心线所围成的宽度为 B_1 的区域便形成了高压区,在这个区域内气体压力并不会等于节流孔后压力 P_H ,将有所降低,如图2所示。在高压区内气流是如何流动的,亦或是否流动,问题比较复杂。为此取高压区的平均压力(如图1中的 D 区域),与节流孔后压力的比作为高压区压力系数,下面就寻求这个系数的特性。

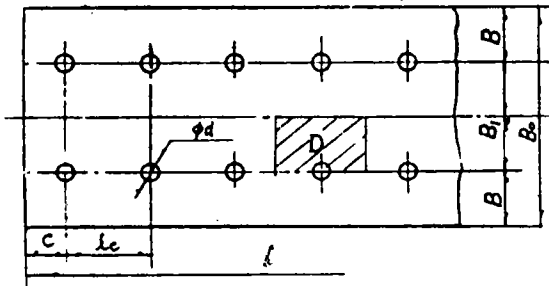


图1 双排节流孔结构形式止推板

Fig. 1 Double orifices structural style bearing pad

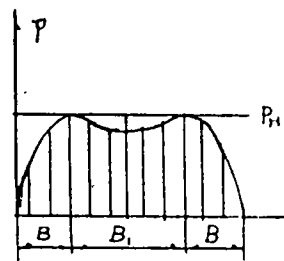


图2 宽度方向压力分布

Fig. 2 Pressure field structure in wide direction

2 雷诺方程的泛函形式

如图3建立直角坐标系并作如下假设以简化计算。

(1)在间隙方向上气体压力梯度为零,且粘度不变;(2)在间隙内气体膨胀是等温的;(3)动静导轨间相对移动速度很小且气体在导轨表面移动速度为零;(4)气体的重量和惯性不计。

在如上假设下气体润滑膜中的压力平方的雷诺方程式为

$$\frac{\partial}{\partial x}(h^3 \frac{\partial P^2}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z}(h^3 \frac{\partial P^2}{\partial z}) + K_1 \rho v \delta_i = 0 \quad (1)$$

其中: $K_1 = \frac{24\eta\rho_a}{P_a}$ $\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{对有节流孔处} \\ 0 & \text{对无节流孔处} \end{cases}$

ρ 气体密度 v 自节流孔流入气体的平均速度

η 气体粘度 ρ_a 环境大气密度

P_a 环境压力

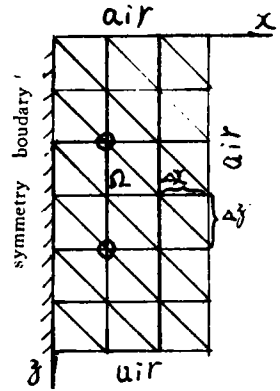


图3 有限元网格示意图

Fig. 3 Finite element mesh

在图3情况下,设压方函数 $P^2 = f(x, z)$, 则雷诺方程式(1)的泛函形式为

$$\Phi(f(x, z)) = \int_{\Omega} \left\{ \frac{h^3}{2} \left[\left(\frac{\partial f(x, z)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, z)}{\partial z} \right)^2 \right] - Qf(x, z) \right\} dx dz \quad (2)$$

其中: $Q = K_1 \rho v$

欲求解(1)式,只需求使(2)获得极值的函数 $f(x, z)$,也就求得了求解域 Ω 的压力场分布。

3 压力场线性方程组的建立

取单元体为三角形如图4,压方插值函数为线性插值函数

$$f = A_0 + B_0 z + C_0 x \quad (3)$$

则 i, j, m 三顶点的压方函数为:

$$\begin{cases} f_i = A_0 + B_0 z_i + C_0 x_i \\ f_j = A_0 + B_0 z_j + C_0 x_j \\ f_m = A_0 + B_0 z_m + C_0 x_m \end{cases} \quad (4)$$

解(4)式中 A_0, B_0, C_0 代入(3)得:

$$f(x, z) = \frac{1}{2\Delta} [(a_i + b_i z + c_i x) f_i + (a_j + b_j z + c_j x) f_j + (a_m + b_m z + c_m x) f_m]$$

取 $N_i = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i z + c_i x)$ 类似地有 N_j, N_m , 并命名为形函数, Δ

为单元体面积,再取

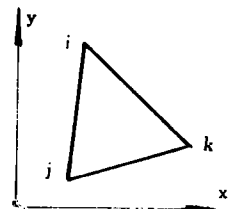


图4 三角形单元体

Fig. 4 Triangular element

$$N = \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_m \end{Bmatrix} \quad f = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \\ f_m \end{Bmatrix} \quad \text{便有 } f = B^T f'$$

于是求 $\Phi(f(x, z))$ 的极值条件就转化成求式(5)的解

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f_i} = \sum_{r=1}^m \int_{x_i} h^3 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} (N^{rT} f') \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial f_i} (N^{rT} f') \right] + \frac{\partial}{\partial z} (N^{rT} f') \cdot \\ \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial}{\partial f_i} (N^{rT} f') \right] \end{array} \right\} dx dz - K_{1i} \mu_r m_r \delta_i = 0 \quad (5)$$

m 单元体的个数

m_r 第 r 个节流孔流出的质量流量

μ_r 该被积分单元体的积分域所占的第 r 个节流孔的面积与整个第 r 个节流孔面积的比

$i = (1, 2, \dots, n)$ 求解域上的第 i 个节点。

由此可见,有几个节点就会产生几个如式(5)所示的线性方程,其一般形式为

$$K_{i1} f_1 + K_{i2} f_2 + \dots + K_{ii} f_i + \dots + K_{in} f_n = t_i \quad (6)$$

由此 n 个方程的系数 K_{ij} 组成的矩阵

称为节点流度矩阵。

$$t_i = K_{1i} \mu_r m_r \delta_i + f_i K_i$$

f_i 为已知边界节点压方

K_i 为 f_i 的流度系数

4 线性方程组的求解

首先将各节点输入一初始压力数值,这组数值也包括了各节流孔所对应的节点处压力 ff , 然后将这组值代入式

$$f_i^{(s)} = f_i^{(s-1)} + \frac{W}{K_{ii}} \left(t_i - \sum_{j=1}^{i-1} K_{ij} f_j^{(s)} - \sum_{j=i+1}^n K_{ij} f_j^{(s-1)} \right) \quad (7)$$

中,用超松弛迭代法解出各节点的压力值,其中也包括了各节流孔处节点的压力值记为 f_r , 将 ff_r 及 f_r 代入比例分割公式

$$f_{dr} = (f_r - ff_r) / G + ff_r \quad (8)$$

用此 f_{dr} 代替 ff_r 重新计算各节流孔处的质量流量 t_i , 并将此 t_i 及 f_{dr} 代入方程组(6)中重新解出一组压力值,比较新的节流孔后压力与上次解得的 f_{dr} 之差达到给定误差后,即获得了求解域内各节点的压力值。

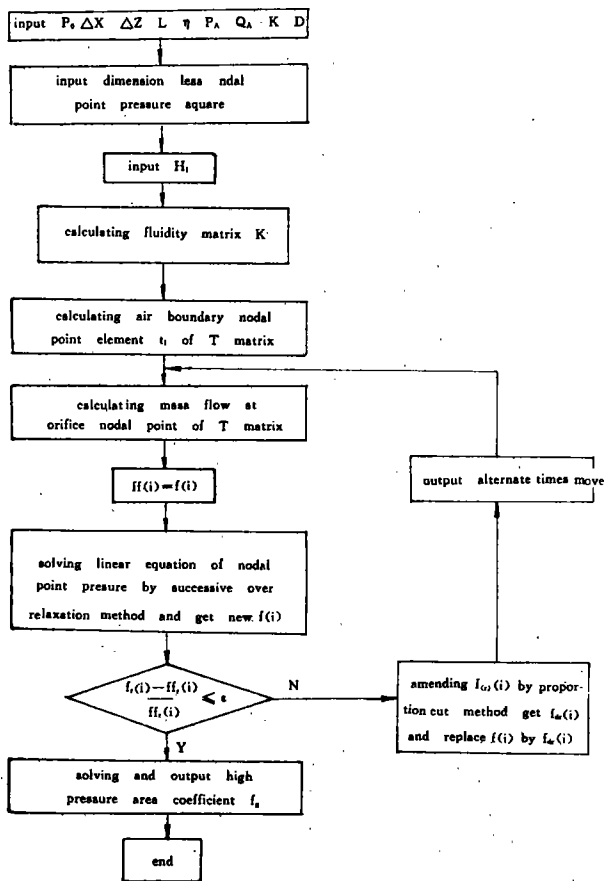


图5 计算机程序框图

Fig. 5 Computer program chart

5 高压区压力的分析

闭式双排节流孔矩形气浮导轨的结构参数的比例关系是比较稳定的,如 $B \approx \frac{1}{4}B_0, C, l, B$ 之间的量值大小也是可以比拟的,这时导轨的间隙就成了对导轨性能影响的最主要和活跃的因素。不但在制造之前,它是可以在一定范围内选择的,在制成之后,在整个工作过程中随供气压力和负载的变化它都是在变化的。因此应重点分析压力系数 f_g 与间隙的关系。

如图1,取止推板的一半作为求解域,取 $l=200\text{mm}, B_0=90\text{mm}, B=B_0/4$ 。取 $\Delta x=B_0/18, \Delta z=l/38$ 经过这样选取后将获得333个节点,流度矩阵元素 1.1×10^5 个以上,为了便于计算将其压缩在 $K(333,5)$ 这样一个矩阵内,在此基础上又可将式(7)的最后一项简化成:

$$(\omega/K_{(a,1)})[t_i - K_{(a,1)}f(i-9) - k(i,2)f(i-1) - K(i,3)f(i) - K(i,4)f(i+1) - K(i,5)f(i+9)]$$

这样就可减少一层循环,即减少了计算机内存占用量,又提高了计算速度。其计算机程序框图见图5。

η 空气粘度 K 空气比热比

D 小孔直径 Q_A 大气比重

在关心的图1的 D 区域内将得到42个节点,求出这42个节点的平均值 \bar{P} 后,与该区域的节流孔后压力 P_H 比较得 $f_g = \bar{P}/P_H$ 。为了考察 f_g 与导轨间隙 h 之间的关系,将 h 从最小值变到最大值(即保持小孔节流性质的最大间隙)求得的 f_g 数值见下表

$h(\mu\text{m})$	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f_g	0.842	0.842	0.842	0.842	0.843	0.847	0.853	0.864	0.869

从表中可以看出,在保持小孔节流的前条件下,这个系数 f_g 与导轨间隙的关系不大,当导轨从最小间隙改变到最大间隙时,这个系数相差0.027,可见这个系数是比较稳定的,因此在导轨计算中初步取其为常数 f_g 值为0.85。

6 结 束 语

在采用常用的一些结构参数的比例关系情况下,如 $B \approx B_0/4, C, l, B$ 之间的量值是可以比拟的情况下,求出了这个高压区系数 f_g 有了这个系数 f_g 就可借鉴已有的工程计算方法求得矩形双排节流孔气浮导轨的工程计算方法。而用有限元法进行导轨设计时,从初值的选取,超松弛因子 ω 的选取,直到比例分割因子 G 的选取等都要计算者有一定的技巧,因此虽然有限元法的求解精度可能高些,但它工作量却很大速度也就相应慢些。所以能够寻求到这个高压区系数 f_g 并进而推导出这种导轨灵活、快捷的工程计算方法也就具有着重要的实践意义。

参 考 文 献

- [1] 许尚贤, 机械设计中的有限元法. 北京: 高等教育出版社, 1992
- [2] 王永乐, 机械优化设计基础. 哈尔滨: 黑龙江科学技术出版社, 1987
- [3] 刘曦等, 静压气体润滑. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1990
- [4] J. W. POWELL 著, 丁维刚、林向群等译, 空气静压轴承设计. 国防工业出版社, 1978

Calculation of Close Double Row Orifice Rectangular Aerostatic Slideways

Tao Jiasheng

(*Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,*
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

Abstract

In this paper, using common proportion relationship in practice engineering, high pressure areas pressure is analyzed with Finite Element Method. A conclusion that the high pressure areas coefficient within the orifice restricting is a constant is reached, thus make the way smooth for calculating the common structure form aerostatic slideways.

Key words: Aerostatics slideways, High pressure areas coefficient, FEM(Finite Element Method)

陶家生 男, 1964年9月生, 硕士。1988年毕业于吉林工业大学机械工程系。从事气体润滑及光学精密机械领域的研究。现从事国家重点项目的研究工作。已有一项科研成果获省级奖, 一项通过省级鉴定, 获国家计量认可, 此两项目均填补了国内空白。曾在《光学精密工程》上发表闭式矩形气浮导轨承受复合载荷的研究等气体润滑方面的文章。