

# 谐波齿轮传动啮合刚度的研究

辛洪兵 何惠阳 谢金瑞

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

**摘要** 首先推导出柔轮单齿刚度系数的计算公式并估算了谐波齿轮传动的啮合刚度; 其次对啮合刚度在传动系统总刚度中所占比重进行了计算分析; 最后提出提高谐波齿轮传动系统总刚度的技术途径。

**关键词:** 谐波齿轮传动; 啮合刚度; 柔轮

## 1 引言

由于谐波齿轮传动中的柔轮属于薄壁构件, 其齿圈厚度可以与齿高相比拟, 因此需要计算单个柔轮轮齿的刚度, 而刚轮轮缘厚度与齿高相比大于六个模数, 所以可借用普通圆柱齿轮传动已有的研究成果。

## 2 柔轮单齿刚度系数

为避免数值积分, 可以采用简化方法: 过柔轮节点作该点的切线以代替原来的渐开线齿廓, 简化的梯形齿廓如图1虚线所示。具有渐开线齿廓的柔轮、刚轮在啮合过程中, 柔轮齿顶处的侧隙小于刚轮齿顶处的侧隙, 因此在柔轮不产生畸变的情况下, 绝大多数轮齿处于边缘接触状态<sup>[1]</sup>, 啮合力  $F$  如图1所示作用于齿顶, 边界条件为轮缘两端绞支。在力  $F$  的作用下, 齿体及轮缘中产生变形能, 运用能量法中的卡氏定理, 可以求出沿  $F$  方向的位移  $f$ , 经过推导, 最后求出柔轮单齿的刚度系数为:

$$K_L = \frac{E}{f} = \frac{5Eb}{C_I \cos^2 \alpha + C_{II} \sin^2 \alpha} \quad (1)$$

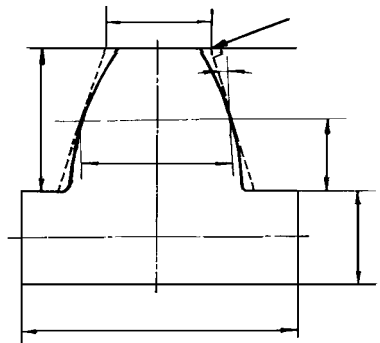


Fig. 1 Single tooth of flexspline

其中:

$$C_I = 5[(0.5 + C_1)^2 + 1]/C_3 + 12(1 + \mu)C_2(0.5 + C_1) + 60C_M + 12(1 + \mu)C_Q;$$

$$C_{II} = (S_a^2 + p^2)[5p/(4h_2^3) + 3(1 + \mu)/(h_2p)] + 15C_M + 5C_Q;$$

$$C_M = \int_0^{h_1} \frac{x^2}{(S_a + 2x \tan \alpha)^3} dx;$$

$$C_M = \int_0^{h_1} \frac{S_a^2}{(S_a + 2x \tan \alpha)^3} dx;$$

$$C_Q = \int_0^{h_1} \frac{1}{S_a + 2x \tan \alpha} dx;$$

$$C_1 = \frac{h_1}{h_2};$$

$$C_2 = \frac{h_1}{p};$$

$$C_3 = \frac{h_2}{p};$$

$$C_4 = \frac{h_1}{S};$$

$$S_a = S - 2(h_1 - h_f) \tan \alpha$$

式中各符号的意义为:  $h_1$  为柔轮齿高,  $h_2$  为轮缘厚度,  $h_f$  为柔轮齿根高(模数  $m$  大于 1 时,  $h_f = 1.25m$ ,  $m$  小于等于 1 时,  $h_f = 1.35m$ ),  $p$  为周节,  $S_a$  为轮顶厚,  $S$  为节圆齿厚,  $b$  为柔轮齿宽,  $\alpha$  为节圆压力角,  $E$  为杨氏弹性模量,  $\mu$  为泊松比。

用公式  $K_e = r^2 K_L$  将线性刚度系数转化为扭转刚度系数,  $r$  为力作用点处的柔轮半径, 并定义齿宽为  $b$  的柔轮轮齿柔度  $\lambda = K_e^{-1}$ 。

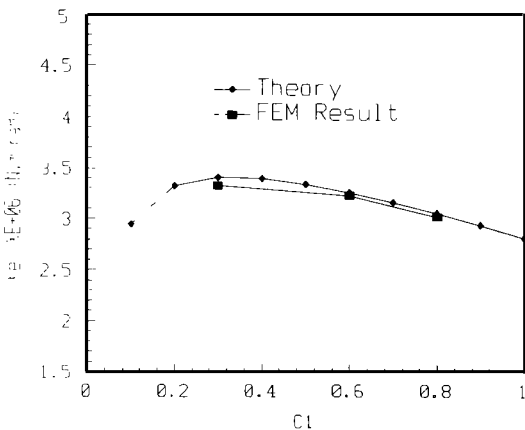


Fig. 2 Relation between  $K_e$  and  $C_1$

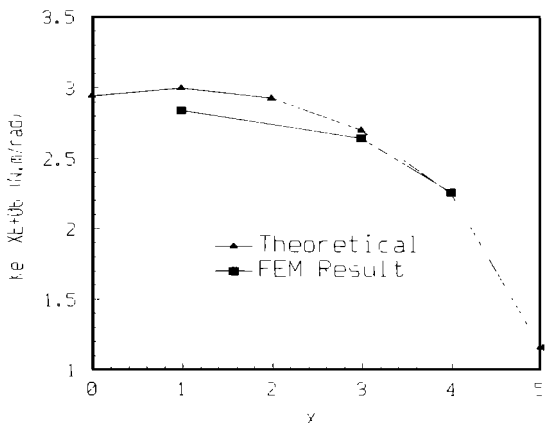


Fig. 3 Relation between  $K_e$  and  $X$

分析公式(1),  $K_L$  由  $C_1, C_2, C_3, C_4$  决定, 其中  $C_3 = C_2/C_1$ , 而  $C_2, C_4$  由齿轮变位系数决定, 因而扭转刚度系数决定于柔轮分度圆直径、齿高壁厚比  $C_1$  以及变位系数  $x$ , 而线性刚度系数只由后二者决定。

以模数  $m = 1.0 \text{ mm}$ , 齿数  $Z = 200$  的柔轮为例, 图 2, 图 3 分别给出  $x = 2.5, b = 30 \text{ mm}$  时  $K_e$  随  $C_1$  的变化曲线以及  $C_1 = 0.98, b = 30 \text{ mm}$  时  $K_e$  随  $x$  的变化曲线, 为验证公式的有效性, 图中同时给出相应条件下的有限元(FEM)分析结果, 可以发现, 由理论公式(1)计算的结果比 FEM 稍微偏大, 其原因在于简化的梯形齿廓比原齿廓刚性增加的结果, 但二个结果仍然非常接近, 因此公式(1)可以用来分析计算柔轮的单齿刚度, 图 4 为轮齿的有限元网格图。

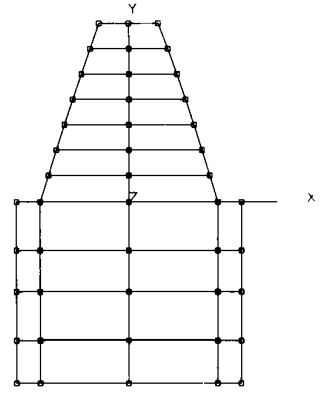


Fig 4 FEM grid scheme of tooth

### 3 估算啮合刚度

在已建立的模型基础上计算表明, 当  $x$  在  $1 \sim 4$ ,  $C_1$  在  $0.8 \sim 1$  内变化时, 单位齿宽的柔轮单齿刚度系数  $K_L/b$  约为  $0.7 \sim 1.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ , 而普通圆柱齿轮的这一数据约为<sup>[2]</sup>  $3.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ , 前者只相当于后者的约  $1/4$ 。这样谐波齿轮传动中一对轮齿的啮合刚度系数为:

$$K_{ep} = \frac{4K_L}{5b} \quad (2)$$

将分析的数据代入(2)式得  $K_{ep}$  约为  $0.58 \sim 0.78 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ , 对照一对普通圆柱齿轮传动的轮齿啮合刚度系数(约  $1.65 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ )<sup>[2]</sup>, 谐波齿轮传动单齿对的啮合刚度为普通圆柱齿轮传动的  $30 \sim 50\%$ , 而谐波齿轮传动装置在受载时具有多齿啮合的特性, 有多于  $1/4$  的齿对数同时承受载荷<sup>[1]</sup>, 因此, 谐波齿轮传动总的啮合刚度系数为:

$$K_e = \frac{ZK_L}{5b} \quad (3)$$

其中  $Z$  为刚轮齿数。通常  $Z > 130$ , 再将  $K_L/b$  值代入(3)式, 可知  $K_e$  是普通齿轮传动的  $9 \sim 12$  倍。

### 4 啮合刚度对谐波齿轮传动系统总刚度的贡献

下面通过计算实例分析谐波齿轮传动系统中, 刚度最低的环节。

某钢制谐波齿轮传动装置, 模数  $m = 0.8 \text{ mm}$ , 传动比 100, 柔轮轮缘厚度  $1.92 \text{ mm}$ , 柔轮变位系数  $x = 2.5$ , 齿圈宽度  $30 \text{ mm}$ , 输出轴直径  $70 \text{ mm}$ , 输出轴长度  $120 \text{ mm}$ , 用公式(1)计算出单个柔轮齿的啮合刚度  $K_L$  并转化为扭转刚度系数得  $K_e = 3.2 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ , 用公式(3)计算求得总的啮合柔度为  $\lambda = (K_e \cdot b \cdot r^2)^{-1} = 7.735 \times 10^{-12} \text{ rad}/\text{N} \cdot \text{mm}$ , 波发生器、柔轮、输出轴的柔度计算公式参见[1], 最后求出波发生器、柔轮、输出轴、啮合轮齿的柔度 ( $\lambda_s, \lambda_r, \lambda_a, \lambda_t$ ) 占总柔度的比值为:

$$\begin{aligned}
 \frac{\lambda_w}{\lambda} & 27.35\% \\
 \frac{\lambda_f}{\lambda} & 21.94\% \\
 \frac{\lambda_o}{\lambda} & 50.1\% \\
 \frac{\lambda_e}{\lambda} & 0.62\%
 \end{aligned} \tag{4}$$

由上述结果可以发现,由于多对齿同时啮合,谐波齿轮传动的啮合刚度没有因柔轮的薄壁结构而降低,啮合柔度占总柔度的比值小于 1%,因此在计算系统总刚度时,轮齿可以看作刚体而不会引起大的误差。

## 5 结 语

通过建立柔轮单齿啮合刚度和谐波齿轮传动总的啮合刚度的计算模型,分析了啮合刚度对系统总刚度的影响,结果发现在谐波齿轮传动系统中,刚度最薄弱的环节依次为输出轴、波发生器、柔轮,而轮齿的啮合柔度占总柔度不到 1%,因此为了提高谐波齿轮传动系统的刚度,重点在于改善输出轴、波发生器以及柔轮的结构。

### 参 考 文 献

- [1] 伊万诺夫 M H 著,沈允文等译 谐波齿轮传动 北京:国防工业出版社,1987  
 [2] 范垂木编 齿轮的强度和试验 北京:机械工业出版社,1979

## Research on Meshing Stiffness of Harmonic Drive

Xin Hongbing, He Huiyang, Xie Jinrui

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,  
 Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

### Abstract

The formula of single tooth stiffness coefficient of the flexspline and the meshing stiffness of the harmonic drive is deduced firstly; then, the contribution of the meshing stiffness to the harmonic drive system stiffness is analyzed; at last, the technical route is provided to increase the harmonic drive system stiffness

**Key words:** Harmonic drive, Meshing stiffness, Flexspline

辛洪兵 男,1968年9月生。中科院长春光机所博士研究生,主要从事精密机械及精密传动的研究。