

# 四齿差谐波齿轮传动的精度特征

辛洪兵 何惠阳 谢金瑞

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

**摘要** 根据谐波齿轮传动的运动特点, 提出了计算谐波齿轮传动理论啮合弧长的干涉控制模型; 对双波四齿差和二齿差谐波齿轮传动的理论啮合弧长和可能同时啮合的齿对数进行了分析比较; 得出在分度圆直径、传动比、柔轮径向变形量、柔轮齿圈壁厚、加工精度相同的条件下, 双波四齿差传动的传动精度比二齿差传动高百分之十以上的结论。

**关键词:** 谐波传动; 四齿差; 传动精度; 啮合弧

## 1 引言

谐波齿轮传动装置由于多对齿同时啮合, 其传动精度高于一般的齿轮传动。实践表明, 在谐波齿轮传动中元件的制造精度与普通齿轮传动相同的条件下, 谐波齿轮传动的传动精度可比一般齿轮传动高一级, 如果齿面经过很好的研磨, 与经同等研磨后的普通齿轮传动相比, 其传动精度可以提高四倍。由著名的舒瓦洛夫-波波夫公式可知, 谐波齿轮传动装置的传动误差与同时啮合齿对数的平方根成反比。在分度圆直径、传动比、径向变形量、柔轮齿圈壁厚、制造精度相同的条件下, 评价双波四齿差与二齿差谐波齿轮传动的传动精度的依据是其同时啮合齿对数的差别。因为在上述条件下, 前者齿高是后者的二分之一, 所以可能造成前者的啮合弧长有相当大的减少的误解, 为解决这一问题, 首先必须进行啮合弧长的理论分析计算。

## 2 建立干涉控制模型

在文献[3]中的传统算法认为, 随着波发生器的旋转, 柔轮齿顶与刚轮齿顶的极半径相等处应作为轮齿啮合的终止(或开始)点, 并以此点的极角作为计算啮合弧长的基础, 其缺点在于所得到结果不是真实解, 由图1可以看出, 轮齿应在  $F$  点而不是  $G$  点脱离啮合, 因此, 为准确计算  $F$  点对应的波发生器转角  $\varphi$ , 建立以下干涉控制模型:

$$\begin{aligned} & \min [ |A_g(\varphi) - A_r(\varphi) | ] \\ & \varphi \in D \subset R \\ & D: \\ & g_1(\varphi) = \varphi > \varphi_0; \\ & g_2(\varphi) = \varphi < 90^\circ; \\ & g_3(\varphi) = r_a(\varphi) - r_{ga} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

通过计算分析,  $\varphi_0$ 角可取为 $10^\circ$ ;其它各量的计算公式如下:

$$A_g(\varphi) = QJ = \frac{\pi r_a(\varphi)}{Z_g} - \frac{S_g(\varphi)}{2};$$

$$A_r(\varphi) = QI = \theta \cdot r_a(\varphi);$$

$$r_a(\varphi) = x_a^2(\varphi) + y_a^2(\varphi);$$

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{x_a(\varphi)}{y_a(\varphi)} \right|;$$

$$S_g(\varphi) = 2r_a(\varphi) \left[ \frac{\pi}{2Z_g} - \frac{2x \tan \alpha_0}{Z_g} - \text{inv} \alpha_0 + \text{inv} \alpha(\varphi) \right]; \quad \text{Fig 1 Relative movement between teeth}$$

$$\text{inv} \alpha(\varphi) = \tan \alpha(\varphi) - \alpha(\varphi);$$

$$\alpha(\varphi) = \cos^{-1} \frac{m Z_g \cos \alpha_0}{2r_a(\varphi)};$$

$$y_{ga} = \frac{m Z_g}{2} + xm - h_a^* m;$$

$$x_a(\varphi) = \rho \sin \Delta \varphi + \left( h + \frac{\delta}{2} \right) \sin(\Delta \varphi - \mu) + \frac{S_a}{2} \cos(\Delta \varphi - \mu);$$

$$y_a(\varphi) = \rho \cos \Delta \varphi + \left( h + \frac{\delta}{2} \right) \cos(\Delta \varphi - \mu) + \frac{S_a}{2} \sin(\Delta \varphi - \mu); \quad (2)$$

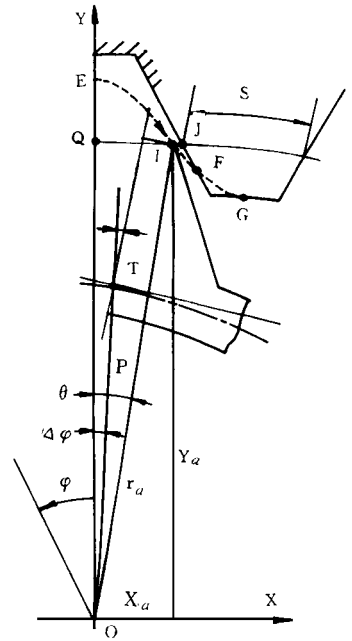
式中  $\alpha_0$  为标准压力角,  $m$  为模数,  $x$  为刚轮变位系数,  $Z_g$  为刚轮齿数,  $h$  为柔轮齿高,  $S_a$  为柔轮齿顶齿厚,  $\delta$  为柔轮齿圈壁厚.

从(1)式可以求得  $\varphi_c$ 角以及此时的极半径  $r_c$ , 则理论啮合弧长为:

$$A_c = 2\varphi_c r_c \quad (3)$$

对于  $u$  波传动, 同时啮合的齿对数为:

$$n = \frac{u \varphi_c}{\pi} Z_g \quad (4)$$



### 3 计算分析

以双波传动 ( $u = 2$ ) 为例, 采用标准椭圆波发生器, 用黄金分割法解优化问题(1), 针对不同的传动比、变位系数、径向变形量系数, 分别对双波二齿差和双波四齿差传动进行了计算, 对计算结果的分析表明,  $\varphi$  角的变化有以下特征:

(1) 速比相同、径向变形量相同的条件下, 随着变位系数的增加, 双波二齿差传动的  $\varphi$  角最大增量小于  $5^\circ$ ; 对双波四齿差传动, 当径向变形量系数增至 1.75 以上时, 其  $\varphi$  角改变极其微小。

(2) 变位系数、柔轮径向变形量不变的条件下, 速比变化对双波二齿差传动的  $\varphi$  角的影响比对双波四齿差传动的的影响大, 对于  $\varphi$  角的最大改变量, 前者不超过  $5^\circ$ ; 后者小于  $2^\circ$ 。

(3) 如果径向变形量系数在合理的范围内选择 (对双波二齿差传动  $\Delta_1 = 0.8$ , 对双波四齿差传动  $\Delta_1 = 1.7$ ), 并选择适用的变位系数, 则双波二齿差传动的  $\varphi$  角平均为  $50^\circ$  左右, 双波四齿差传动的  $\varphi$  角平均为  $45^\circ$  左右。

### 4 四齿差传动的精度特征

在齿轮分度圆直径、速比、柔轮径向变形量、柔轮齿圈壁厚均相同的条件下, 对不同的变位系数, 计算双波二齿差与双波四齿差传动的  $\varphi$  角 (分别记为  $\varphi_2, \varphi_4$ ), 结果为:

$$\begin{aligned} \min(\varphi_2) &> 45^\circ \\ \max(\varphi_2 - \varphi_4) &< 10^\circ \end{aligned} \quad (5)$$

在前述条件下, 双波四齿差传动的齿数是双波二齿差的二倍, 在加工精度相同的条件下, 双波四齿差传动与双波二齿差传动的传动误差比值为:

$$R = \left(\frac{n_2}{n_4}\right)^{\frac{1}{2}} = [2(1 - \frac{\varphi_2 - \varphi_4}{\varphi_2})]^{\frac{1}{2}} < \{2[1 - \frac{\max(\varphi_2 - \varphi_4)}{\min(\varphi_2)}]\}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

将(5)式代入上式可得:  $R < 0.802$ 。

以上结果说明: 在分度圆直径、速比、径向变形量、柔轮齿圈壁厚、制造精度相同的条件下, 双波四齿差谐波齿轮传动的传动精度将比双波二齿差谐波齿轮传动提高百分之十以上。

#### 参 考 文 献

- [1] 谢金瑞 高精度谐波齿轮传动的精度分析, 光学机械, 1980(3): 1~ 8
- [2] 沈允文, 叶庆泰编著: 谐波齿轮传动的理论和设计, 北京: 机械工业出版社, 1985年9月
- [3] 伊万诺夫 M H 著, 沈允文等译: 谐波齿轮传动 北京: 国防工业出版社, 1987

## Accuracy Characteristics of Four-Tooth Difference Harmonic Drive

Xin Hongbing, He Huiyang, Xie Jinrui  
(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

### Abstract

Based on the harmonic drive kinematic feature, the interference control model (ICM) is presented for calculating the theoretical meshing arc length in this paper. Then, the theoretical meshing arc length and the simultaneous meshing tooth numbers of four-tooth and two-tooth difference harmonic drive are analyzed. At last, the conclusion that the former transmission accuracy level is more than ten percent of the latter is obtained under the condition of same reference diameter, same ratio, same radial deflection, same rim thickness and same manufacture accuracy.

**Key words:** Harmonic drive, Four-tooth difference, Transmission accuracy, Engagement arc

**辛洪兵** 男, 1968年9月生。中科院长春光机所博士研究生, 从事精密机械及精密传动的研究。