

激光等离子体三维重建迭代方法研究

江少恩 刘忠礼 李楠 郑志坚 唐道源 永坤
(西南核物理与化学研究所, 成都 610003)

摘要 利用CT技术,采用乘代数重建法(MART)和加代数重建法(ART),编制出三维图像重建程序CT3D,通过对“星光”装置的激光等离子体进行X光针孔成像的五个方位,对三维重建问题进行数值模拟,计算结果表明MART比ART的重建精度高,能满足诊断误差 $\delta I/I$ 小于10%的要求。

关键词: CT技术; 三维重建; 惯性约束聚变(ICF); 激光等离子体

1 引言

在ICF实验中,靶丸与激光辐照的均匀性和对称性是反应材料达到高密度压缩而产生聚变反应的必要条件之一。由于靶丸的内爆的均匀性受多种因素的影响而不是理想的,因此靶丸的压缩就不是对称的,实质上是三维问题。通常,在ICF实验中采用单个X光针孔相机等对靶等离子体辐射的X光成像,但仅给出三维X光的二维投影,是沿空间线积分效应,因此二维照片仅给出靶的轮廓,不能定量描述一般情况下的均匀性问题。为了获得靶的三维图像,需要通过多幅二维投影,采用计算层析(CT)技术进行三维重建。世界上主要研究ICF的国家,如美、日、俄、英^[1-4]等国均对此问题进行了研究。美、日、俄等国使用多个针孔相机对X光成像;英国则使用三个半影相机获得 α 粒子图像。为了研究将建成的“星光”装置ICF内爆均匀性问题,我们研究了这项技术,现已将CT技术用于“星光”装置的激光等离子体的X光实验测量^[5]。本文通过数值模拟来研究三维图像重建问题,以便处理实验得到的数据,从而对激光等离子体进行三维图像重建。

2 CT技术和CT3D程序

CT技术就是从多幅二维投影 $P_{\theta,q}(u,v)$ 重建出三维分布 $I(x,y,z)$ 的技术。CT技术分

为两大类重建算法: 一类是傅立叶变换重建法^[6], 另一类为代数重建法^[7], 代数法一般为迭代过程。变换重建法适用于投影数目较多的情况, 如医学 CT 扫描仪, 可达 100 多个投影。而代数重建法则适用于投影数目较少的情况。在 ICF 实验中, 靶尺寸很小, 观测方位角有限, 且时间过程短, 不可能在激光与靶相互作用过程中将探头(针孔相机)作旋转扫描, 因此需要同时安装多个探头对 X 光成像, 因此, 在 ICF 实验中, 一般采用代数重建法。CT 技术一般来说, 探头越多, 重建精度越高。但由于观测方位角有限, 且要涉及成本因素, 要求尽量少用探头。这两个因素互相矛盾, 我们采用一种可接受的方案, 实验中采用五台针孔相机。

采用的坐标系见图 1, 如果激光等离子体中的 X 光自吸收可以忽略(滤掉低能 X 光, 让较高能区 X 光在底片上成像), 则沿观测方位 r 的投影为:

$$P_{\theta, \psi}(u, v) = \int I(x, y, z) dr \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ r \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2)$$

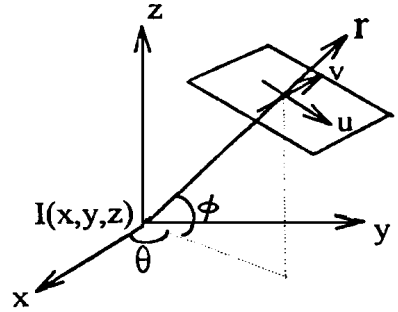


Fig. 1 Geometry of the coordinate system

A 为三维坐标旋转矩阵, 即为:

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta \sin\varphi & \sin\theta \sin\varphi & -\cos\varphi \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ \cos\theta \cos\varphi & \sin\theta \cos\varphi & \sin\varphi \end{bmatrix} \quad (3)$$

对(1)式进行数字化, 得到:

$$P_{lmn}(i, j, k) = \sum_{ijk} W_{lmn}(i, j, k) \cdot I(i, j, k) \quad (4)$$

上式中, P_{lmn} 即为 $P_{\theta, \psi}(u, v)$, 下标 l 表示第 l 个投影, 方位角为 θ 和 ψ , 下标 m, n 表示 u, v 的离散化值。 l, m, n 的取值范围为 $1 \leq l \leq L, 1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N$ 。 i, j, k 的取值范围是 $1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K$ 。 W_{lmn} 为投影 P_{lmn} 经过三维分布 $I(i, j, k)$ 的权重因子, 因为三维图像重建的数据量极大, 为了简化分析, 我们假定:

$$W_{lmn}(i, j, k) = \begin{cases} 1 & \text{点}(i, j, k) \text{ 位于第 } lmn \text{ 条投影射线内(线的尺寸为 } \Delta u \times \Delta v) \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

这样, (4) 式表示有 $L \times M \times N$ 个线性方程, 而待求未知量的个数为 $I \times J \times K$, 如果为立方体则 $I = J = K$, 总的待求量个数为 K^3 。在此情况下, 一般有 $M = N = K$, 则(4) 式表示方程的个数为 LM^2 , 由于在 ICF 实验中, 投影的个数 L 不可能很多, 如果我们取 $L = 5 \ll K$ ($K = 51$), 这就是说, (4) 式中方程的个数远少于待求未知量, 于是(4) 式有无穷多组解, 但可以求出一组的满足最小二乘方或最大熵解。由于三维重建数据量巨大, 一般采用迭代法求解。迭代法有常用的两种: 乘型代数重建法(MART)和加型代数重建法(常简称为代数重建法, ART)。

(MART) 算法的迭代形式为:

$$I^{k+1}(i, j, k) = I^k(i, j, k) \times \alpha_{lmn}^k = I^k(i, j, k) \times P_{lmn} / R_{lmn}^k \quad (5)$$

式中 I^k 为第 k 次迭代后的重建值, R_{lmn}^k 为从 I^k 计算的投影值。(4) 式所表示的算法满足最大熵

解。

迭代公式(5)中的光强迭代初值可以给定任意不为零的数,我们一般取初值为1。在迭代过程中自动修正上一次的迭代值,若第 k 次迭代值 I^k 比真实值大,那么计算出的投影值 R_{lmn} 也大,则 $\alpha_{lmn}^k = P_{lmn}/R_{lmn}^k < 1$,将此因子乘以第 k 次迭代值 I^k ,便得到第 $k+1$ 次迭代值,这样第 $k+1$ 次迭代值 I^{k+1} 就小于第 k 次迭代值 I^k 。如此多次迭代逐渐逼近真实值。在模拟计算中,MART采用10次迭代。

ART算法的迭代形式为:

$$I^{k+1}(i, j, k) = I^k(i, j, k) + \Delta I_{lmn}^k = I^k(i, j, k) + \frac{P_{lmn} - R_{lmn}^k}{W_{lmn}(i, j, k)} \quad (6)$$

(6)式所表示的算法为加型代数重建法,由(6)式得到的解满足最小二乘方原理。对ART,迭代初值取为0。在迭代过程中自动修正上一次的迭代值,若第 k 次迭代值 I^k 比真实值大,那么计算出的投影值 R_{lmn}^k 也大,则 $\Delta I_{lmn}^k < 0$,将此因子加上第 k 次迭代值 I^k ,便得到第 $k+1$ 次迭代值,这样第 $k+1$ 次迭代值 I^{k+1} 就小于第 k 次迭代值 I^k 。这样经多次迭代逐渐逼近真实值。在模拟计算中,ART采用200次迭代。

由(5)和(6)式,我们编制了三维图像重建程序CT3D,其中包括两种算法MART和ART对三维重建的计算。该程序可以研究任意方位排布的多个探测器的三维图像重建问题,并可以研究含有噪声的重建问题。

CT技术在激光核聚变中最重要的应用是正确地推断靶压缩的形状、大小和位置。为了对CT3D程序的可靠性进行检测,我们通过计算机模拟来检验。在模拟计算时,采用与实验时探头所放置的方位一样,共有五台相机,针孔相机(PHC)在“星光”的ICF实验靶室的排布方式见示意图2。四台相机安装在水平位置的法兰上,另一台安装在斜法兰上。各相机的具体方位见表1。其中 x 轴为激光注入方向。

Table 1 Setup of five viewing directions

	θ (deg)	Ψ (deg)
PHC1	45	0
PHC2	90	0
PHC3	112.5	0
PHC4	-45	0
PHC5	-22.5	28

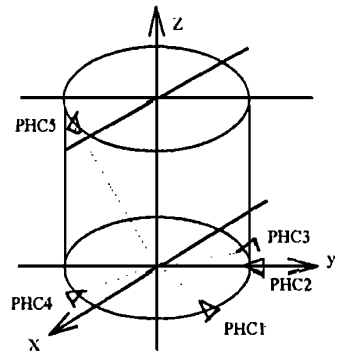


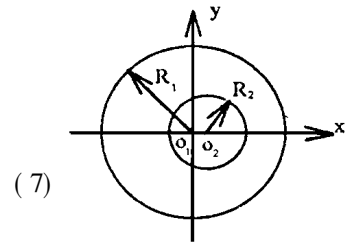
Fig. 2 Arrangement of PHC in target chamber

3 模拟计算结果

在模拟计算时,待重建区域分为 $51 \times 51 \times 51$ 个像素。用两个模型对CT3D程序进行检验,模型I见图3,模型II为三维高斯分布。图3为两个不同心的球,大球半径 $R_1 = 25$,小球半径 $R_2 = 9$,两球的球心沿 x 轴离心位置为 $O_1O_2 = 3$,大球 O_1 的强度(相对)为1,小球 O_2 的强度为3。

模型 和 的函数形式分别为:

$$I(x, y, z) = \begin{cases} 3 & (x-3)^2 + y^2 + z^2 < 9^2 \\ 1 & x^2 + y^2 + z^2 < 25^2 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$



(7)

Fig. 3 Model I (at $Z = 0$ plane)

模型 的三维高斯分布具体函数形式为:

$$I(x, y, z) = \exp\{-2[3x^2 + x(y - 0.1) + 6(y - 0.1)^2 + 2xz + 3z^2]\}$$

(8)

我们用 CT3D 程序对所示的模型 、 分别进行了计算, 计算中取五个方位的投影。对模型 的计算结果见图 4, 5 和 6, 重建结果为图 5 和图 6, 图 5 为 MART 的结果, 图 6 为 ART 的计算结果。图 4 为原图, 给出原图是为作比较。图中 A、B、C 分别为 $Z = 0, 5$ 和 10 平面的层析图, 可以看出, 在图像变化平缓的地方, 重建图与原图差别不大, 误差较小, 在强度突变的地方, 重建图与原图差别要大一些。差别越小, 精度越高, 重建的结果越接近真实情况。从图可以看出, MART 更接近于原图, 这就是说 MART 的重建精度比 ART 的精度要高。

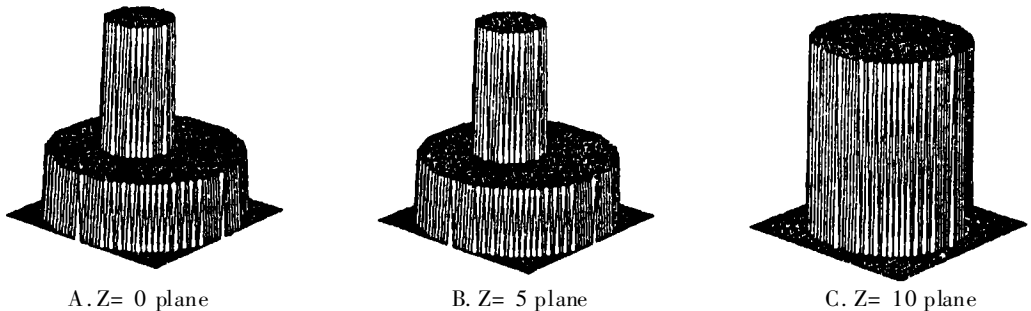


Fig. 4 Original intensity distribution at different plane of Model I

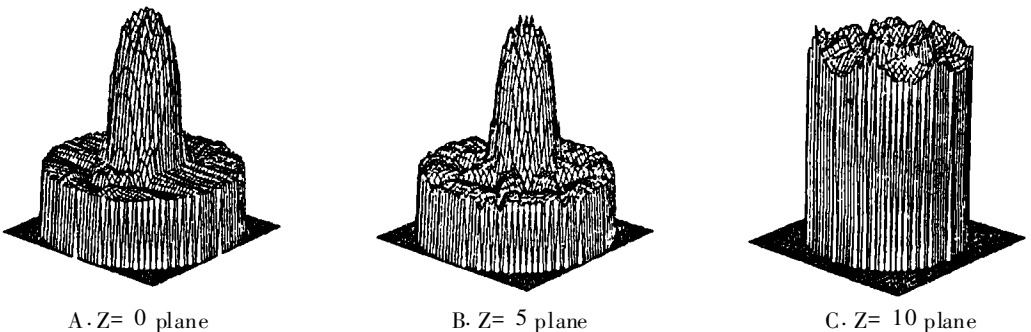


Fig. 5 Reconstruction at different plane of Model I from five pinhole images without noise by MART

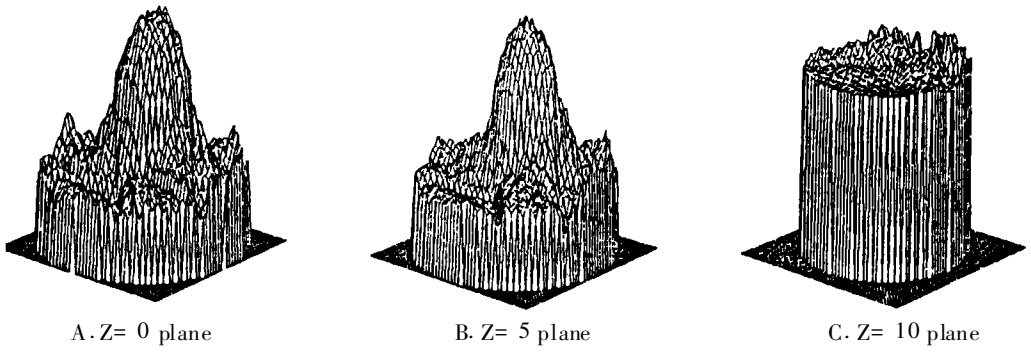


Fig. 6 Reconstruction at different plane of Model from five pinhole images without noise by ART

对模型 的计算结果见图 7, 8 和 9, 图 7 为原图, 图 8 为由 MART 得到的重建图, 图 9 为由 ART 得到的重建图。因模型 为连续分布函数, 给出等值线图则看得更为清楚。而模型 为阶跃函数形式, 而且有些区域为常数, 难以给出清楚的等值线图。图中 A、B、C 分别为 $Z = -0.5, 0, 0.5$ 的等值线图。由图 8 和 9 得知, 两种方法的重建结果都接近原图, 重建效果比前两个模型的精度高。但是, MART 的重建结果与原图更为接近, 因此, MART 对模型 的重建效果比 ART 的要好。可见, MART 对台阶和高斯两种有代表性分布的重建精度都要高于 ART。

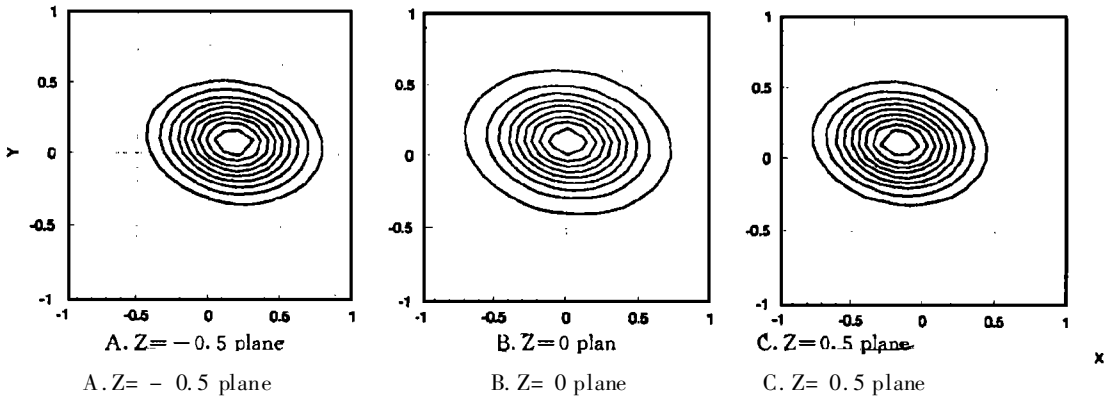


Fig. 7 Contours of original intensity distribution at different plane of Model

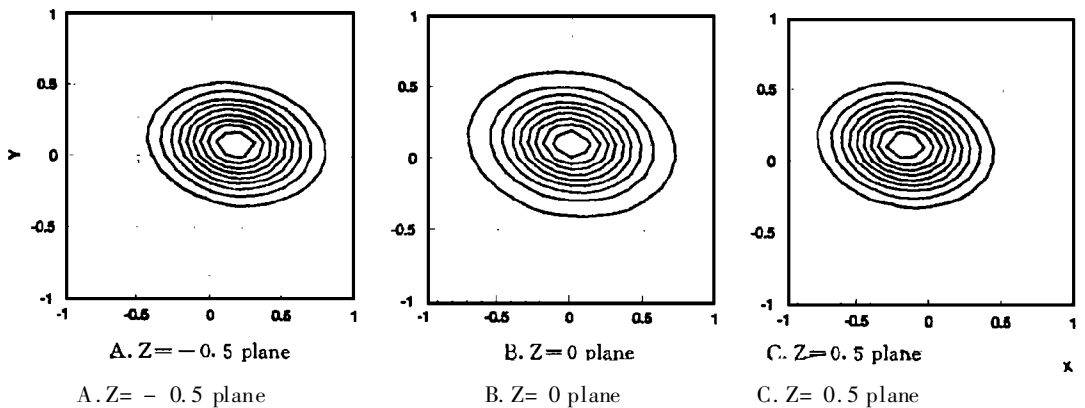
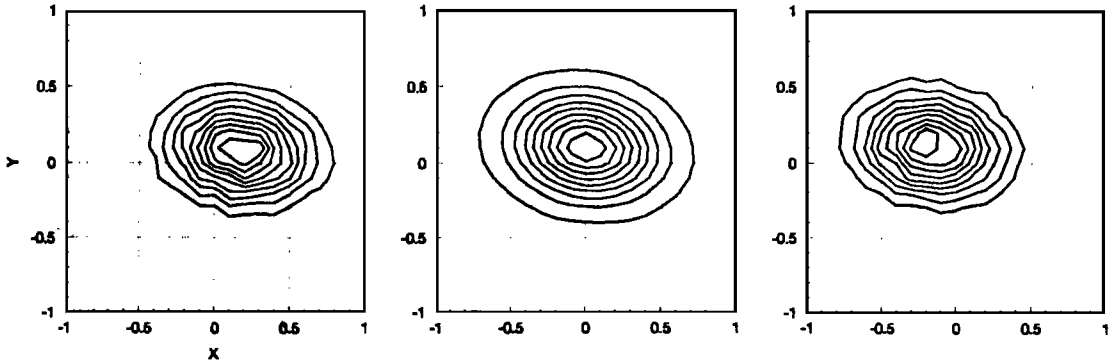


Fig. 8 Contours of reconstruction at different plane of Model without noise by MART



A. Z = - 0.5 plane

B. Z = 0 plane

C. Z = 0.5 plane

Fig. 9 Contours of reconstruction at different plane of Model without noise by ART

4 重建误差计算与分析

为了评价重建结果的好坏,我们还计算了重建误差 $\delta I/I$, 定义为:

$$\delta I/I = \left\{ \sum_{ijk} \left| I_0(i, j, k) - I_1(i, j, k) \right| / I_0(i, j, k) \right\} / (IJK) \tag{9}$$

这里 I_0 为原始强度三维分布, I_1 重建强度的三维分布。从(9)式可知, $\delta I/I$ 越小, I_1 就越接近于 I_0 , 重建精度越高, 效果越好。

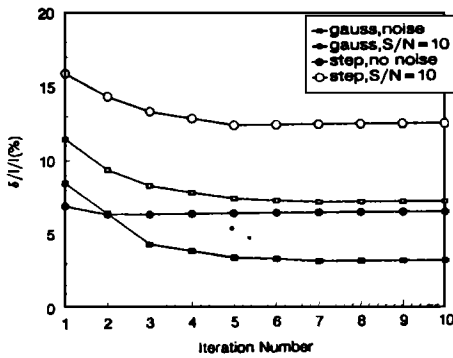


Fig. 10 $\delta I/I$ vs iteration by MART

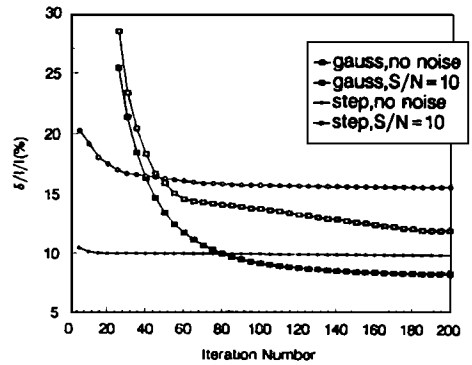


Fig. 11 $\delta I/I$ vs iteration by ART

我们对 MART 和 ART 算法的收敛情况进行了研究,对含有噪声的情形也进行了模拟计算,在投影中加高斯噪声,取信噪比 $S/N =$ (无噪声) 和 $S/N = 10$ 两种情况。重建结果的好坏由公式(9)定义的重建误差 $\delta I/I$ 来评价, $\delta I/I$ 越小,重建精度越高。图 10 和 11 为 $\delta I/I$ 随迭代次数的变化,图 10 为 MART 的结果,图 11 为 ART 的结果。图中 step 表示阶跃分布(模型), Gauss 表示高斯分布(模型)。计算中, MART 取 10 次迭代, ART 取 200 次迭代。可以看出,在所有的情况下, MART 经过五次迭代即可达到稳定的收敛结果,而 ART 则要经过

150 次左右的迭代才达到稳定的收敛。MART 和 ART 在一次迭代的计算量基本是相同的,因此,ART 的计算时间是 MART 的 30 倍左右。我们采用 486/66PC 机计算,ART 算法大约需时 20 分钟左右,而 MART 算法则不到 1 分钟,可见 MART 在时间上有很大优势。

由图 10 和 11 知,MART 的精度在不同的条件下都比 ART 相应的精度高,这与第三节的结果一致,也与文献[8]中的二维重建的结果一致,可见,许多二维重建问题也适用于三维重建。对 MART 和 ART,都是高斯分布的结果比阶跃分布的结果好,这就是说连续分布的重建精度高于阶跃分布的精度。而且,噪声使重建精度有所降低。用 MART 重建,对模型,无噪声时, $\delta I/I = 6\%$, $S/N = 10$ 时, $\delta I/I = 12\%$,噪声使精度下降 6%,对模型,无噪声时, $\delta I/I = 3\%$, $S/N = 10$ 时, $\delta I/I = 7\%$,噪声使精度下降 4%。用 ART 重建,对模型,无噪声时, $\delta I/I = 10\%$, $S/N = 10$ 时, $\delta I/I = 15\%$,噪声使精度下降 5%;对模型,无噪声时, $\delta I/I = 8\%$, $S/N = 10$ 时, $\delta I/I = 12\%$,噪声使精度下降 4%, $S/N = 10$ 的噪声使 MART 的精度降低 4~6%,使 ART 的精度降低 4~5%,可见 ART 抑制噪声的能力略好于 MART,但总的精度仍是 MART 的结果好。

根据 863-416 精密化物理的要求,需要辐射温度起伏 $\delta T/T < 5\%$,由 Stefan-Boltzman 公式 $I = \sigma T^4$ 得到 $\delta I/I < 20\%$,则要求诊断误差应小于 10%。由于激光焦斑为高斯分布,那么激光等离子体发射 X 光空间分布一般也近似为高斯分布,相应于模型的情况,MART 的重建误差即使存在噪声时仍小于 10%,可见,用 MART 算法能满足 10% 的诊断误差要求。而 ART 存在噪声时对两个模型误差都高于 10%,因此,ART 算法不能满足要求。

5 结 论

为了处理从 ICF 实验获取的多幅二维照片而重建出靶等离子体的 X 光的三维图像,我们编制了 CT3D 程序,从数值上对 ICF 靶的三维图像重建进行研究。用实验中将采用的五个方位的投影,通过对两个有代表性的不同形式模型的计算,结果表明:MART 的重建精度比 ART 的精度高 3~5%;ART 抑制噪声能力略好于 MART;MART 和 ART 两种方法都是收敛的;ART 的计算时间比 MART 多三十倍左右;MART 能达到低于 10% 的诊断误差要求,而 ART 则不能。因此,我们一般采用 MART 对激光等离子体进行三维重建。

由于三维图像重建是极其复杂的问题,一般来说,重建精度与投影数目、投影的方位、噪声、待重建物体的复杂程度以及重建方法等诸多因素密切相关,本文对重建方法和噪声问题以及不同的分布的重建进行了研究,其它问题在以后将作进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] Minerbo G, Sanderson J, Hulsteyn D, et al. Three-dimensional Reconstruction of the X-ray Emission in Laser Imploded Targets. *Appl Opt*, 1980, **19**: 1723 ~ 1728
- [2] Chen Y, Miyayaga N, Yamanaka M, et al. Three-dimensional Imaging of Laser Imploded Targets. *J. Appl Phys*, 1990, **68**: 1483 ~ 1486
- [3] [苏]巴索夫著,华欣生主译.稠密等离子体诊断学,第 6 章.中国工程物理研究院,1992
- [4] Few s A, Lamb M, Savage M. Three-dimensional α -particle Imaging of Laser Driven Implosion. *Laser and*

Partides Beams, 1994, **12**: 1~11

[5] 江少恩, 刘忠礼, 李楠等. 惯性约束聚变靶三维成像实验研究. 光学学报(待发表)

[6] Shepp L, Logan B. The Fourier Reconstruction of a Head Section. IEEE Trans. on Nucl Sci, 1974, **NS-21**: 21~43

[7] Gordon R. A tutorial on ART. IEEE Trans on Nucl Sci, 1974, **NS-21**: 78~93

[8] Verhoeven D, Limited-data Computed Tomography Algorithms for The Physical Science. Appl Opt, 1993, **32**: 3736~3754

Numerical Simulation and Analysis on Three-dimensional Reconstruction of Laser Plasma

Jiang Shao'en, Liu Zhongli, Li Nan, Zheng Zhijian, Tang Daoyuan, Ding Yongkun
(Southwest Institute of Nuclear Physics and Chemistry, Chengdu 610003)

Abstract

A CT technique applied to ICF has been developed and a three-dimensional (3D) image reconstruction program (CT3D) programmed in this paper. The program CT3D is numerically studied the 3D reconstructed images of target's plasma by using a multiplicate algebraic reconstruction technique (MART) and algebraic reconstruction technique (ART) from five pin-hole camera images obtained along different sight directions on 'Xingguang' device, so that 3D images of X ray emitted by laser plasma are obtained. The simulated results shows that the MART's reconstructive accuracy is better than ART's and MART can meet the requirement that diagnostic error $\delta I/I$ is lower than 10%.

Keywords: CT technique, Three-dimensional imaging, Inertial confinement fusion (ICF), Laser-plasma

江少恩 男, 1964年生, 副研, 1986年大学毕业, 1989年硕士毕业。毕业后到西南计算中心工作, 从事 863-410 领域的理论工作。1994年后到现单位工作, 从事 863-416 领域工作, 从事惯性约束聚变诊断。现攻读博士学位, 已在公开刊物上发表论文二十多篇。