

排列互比法用于超精测角时产生系统误差的研究^{*}

范天泉 谢长文 陆德基 耿丽红 曹学东
(中国科学院光电技术研究所, 成都 610029)

摘要 从理论上阐明了用排列互比法测量分度误差时,其测量结果中含有测量系统误差的原因,这主要是自准直仪十字丝倾斜与棱体(或仪器)倾斜和角晃动的综合影响所造成,并用实验加以验证。文章还介绍了消除和减少这种系统误差的方法。

关键词: 角度测量;排列互比法;系统误差

1 引言

在排列互比法用于超精测角时,通常人们认为不会产生系统误差,但实际情况并非如此。八十年代初,作者在用排列互比法检测多齿分度台时,就曾发现在测得的分度误差中含有规律性的成份,它为一次谐波量,而改变测量过程中两互比件的易位方法,其一次谐波量随之明显改变,显然,这种呈一次谐波规律的误差并非为多齿分度台所固有,而是由测量误差所引起的。排列互比法本是角度测量中精度最高的一种,而这种系统误差有时竟大大超过了被测器具(包括仪器和器件)分度误差的允许值,严重歪曲了测量结果,使排列互比法在超精测角中的应用受到极大的影响。因而,有深入研究的必要,探明其原因,找出解决的方法。

2 产生系统误差的理论分析与实验验证

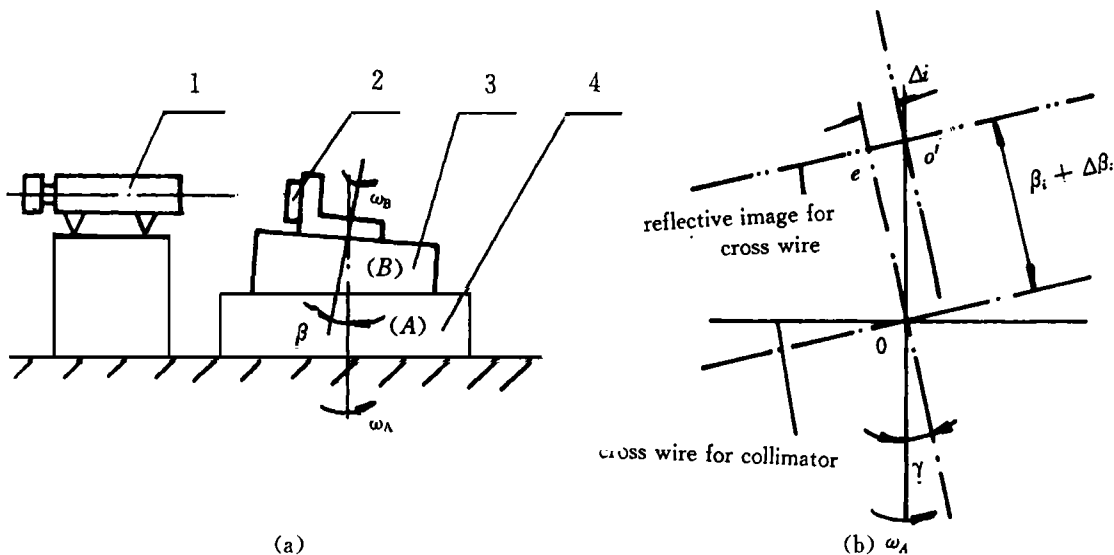
2.1 理论分析

现用两台多齿分度台互比为例来进行分析。多齿分度台 B 安置在多齿分度台 A 的上面(见图 1(a)),多齿分度台 B 相对于 A 的倾斜角为 β 在多齿分度台 B 上安装平面反射镜 2。在

* 收稿日期: 1996 年 12 月 18 日

国家自然科学基金资助项目《排列互比法用于超精测角的研究》论文之三。

用排列互比法测定多齿分度台 A、B 的分度误差时,用自准直仪 1 测量 A、B 互比时的差值。设自准直仪分划板的十字丝互相垂直,而其竖线与多齿分度台 A 的轴线不平行,其倾斜角为 γ (见图 1(b))



1- collimator 2- mirror 3- precise index table with serrated teeth A
4- precise index table with serrated teeth B

安装在上面的多齿台 B 的倾斜 (β_i 角) 和其角晃动 $\Delta\beta_i$ (如果互比件 B 为多面棱体, $\Delta\beta_i$ 则是其各工作面相对于基准面的垂直度误差的变化量,以下同) 就使自准直仪十字丝交叉点的像由 o 移至 o' , 再加上自准直仪十字丝倾斜的综合影响, 就产生了一个附加误差 Δi , 在图 1(b) 上即为 eo , 由此得:

$$\begin{aligned}\Delta i &= eo = oo \sin \gamma = (\beta + \Delta\beta_i) \cos \gamma \\ &= \beta_i \sin \gamma + \Delta\beta_i \sin \gamma\end{aligned}\quad (1)$$

式中, β_i 为多齿分度台 B 在多齿台 A 某位置时的倾斜角, 它是多齿台 A 的转角 θ 的正弦函数, 即

$$\beta_i = \beta \cdot \sin(\theta + \Phi)\quad (2)$$

式 2 中的 Φ 为初相角, 将式(2)代入式(1)得:

$$\Delta i = \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin(\theta + \Phi) + \Delta\beta \cdot \sin \gamma\quad (3)$$

现在我们来研究在多齿台 B 倾斜和自准直仪十字丝也倾斜时, 多齿台 A、B 的排列互比情况。测量时, 每测回的起始位置, 对多齿台 A 为同一点, 多齿台 B 则依序转过一个间隔角 Φ , 将包含有附加测量误差 Δi 的测得值填入表 1 进行计算, 由表 1 竖行的计算得此时多齿台 A 的位置误差 A_i :

$$\left. \begin{aligned}A_1 &= A_1 + c_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi) \\ A_2 &= A_2 + c_1 \cdot \sin(\Phi + \Phi) \\ \dots &\dots \dots \dots \\ A_n &= A_n + c_1 \cdot \sin[(n-1)\Phi + \Phi]\end{aligned} \right\} \quad (4)$$

进而计算得附加测量误差 ΔA_i :

$$\left. \begin{aligned} \Delta A_1 &= A_1 - A_1 = c_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi) \\ \Delta A_2 &= A_2 - A_2 = c_1 \cdot \sin(\Phi + \Phi) \\ \dots \dots \dots \dots \\ \Delta A_n &= A_n - A_n = c_1 \cdot \sin[(n-1)\Phi + \Phi] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

经进一步分析推导,多齿台 B 倾斜和自准直仪十字丝倾斜的综合影响引入被测多齿台 A 的系统误差为:

$$\Delta A_i = \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin(\theta_i + \Phi) \quad (6)$$

多齿台 B 的位置误差 B_i 由表 1 斜行和求出:

Table. 1 The intercomparison relation for measured workpiece A & B and count table

Measurement Position j data of A	0° (I position)	Φ (II position)	$(n-1)\Phi$ (n position)
Position i of B				
first measuring round 0° (I position)	$A_1 - B_1 + C_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi_0) + \Delta\beta_1 \cdot \sin\gamma$	$A_2 - B_2 + C_1 \cdot \sin(\Phi + \Phi_0) + \Delta\beta_2 \cdot \sin\gamma$	$A_n - B_n + C_1 \cdot \sin[(n-1)\Phi + \Phi_0] + \Delta\beta_n \cdot \sin\gamma$
second measuring round Φ (II position)	$A_1 - B_2 + C_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi_0) + \Delta\beta_2 \cdot \sin\gamma$	$A_2 - B_3 + C_1 \cdot \sin(\Phi + \Phi_0) + \Delta\beta_3 \cdot \sin\gamma$	$A_n - B_1 + C_1 \cdot \sin[(n-1)\Phi + \Phi_0] + \Delta\beta_1 \cdot \sin\gamma$
...
nth measuring round $(n-1)\Phi$ (n position)	$A_1 - B_n + C_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi_0) + \Delta\beta_n \cdot \sin\gamma$	$A_2 - B_1 + C_1 \cdot \sin(\Phi + \Phi_0) + \Delta\beta_1 \cdot \sin\gamma$	$A_n - B_{n-1} + C_1 \cdot \sin[(n-1)\Phi + \Phi_0] + \Delta\beta_{n-1} \cdot \sin\gamma$
vertical line sum S_j	$nA_1 - \sum B_k + n \cdot C_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi_0) + \sum \Delta\beta_i \cdot \sin\gamma$	$nA_2 - \sum B_k + n \cdot C_1 \cdot \sin(\Phi + \Phi_0) + \sum \Delta\beta_i \cdot \sin\gamma$	$n \cdot A_n - \sum B_k + n \cdot C_1 \cdot \sin[(n-1)\Phi + \Phi_0] + \sum \Delta\beta_i \cdot \sin\gamma$
indexing error of A a_1'	$a_1' - a_1 = 0$	$(A_2 - A_1) + C_1 \cdot \sin(\Phi + \Phi_0) - C_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi_0)$	$(A_n - A_1) + C_1 \cdot \sin[(n-1)\Phi + \Phi_0] - C_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi_0)$
position error of A A_1'	$A_1 + C_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi_0)$	$A_2 + C_1 \cdot \sin(\Phi + \Phi_0)$	$A_n + C_1 \cdot \sin[(n-1)\Phi + \Phi_0]$
additional position error of A ΔA_1	$C_1 \cdot \sin(0^\circ + \Phi_0)$	$C_1 \cdot \sin(\Phi + \Phi_0)$	$C_1 \cdot \sin[(n-1)\Phi + \Phi_0]$
oblique line sum Y_k	$\sum A_j - n \cdot B_1 + C_1 \sum \sin[(i-1)\Phi + \Phi_0] + n \Delta\beta_1 \sin\gamma$	$\sum A_j - n \cdot B_2 + C_1 \sum \sin[i(i-1)\Phi + \Phi_0] + n \Delta\beta_2 \sin\gamma$	$\sum A_j - n \cdot B_n + C_1 \sum \sin[(i-1)\Phi + \Phi_0] + n \cdot \Delta\beta_n \sin\gamma$
indexing error of B b_1'	$b_1' - b_1 = 0$	$(B_2 - B_1) + \Delta\beta_2 \cdot \sin\gamma - \Delta\beta_1 \cdot \sin\gamma$	$(B_n - B_1) + \Delta\beta_n \cdot \sin\gamma - \Delta\beta_1 \cdot \sin\gamma$
position error of B B_1	$B_1 + \Delta\beta_1 \cdot \sin\gamma$	$B_2 + \Delta\beta_2 \cdot \sin\gamma$	$B_n + \Delta\beta_n \cdot \sin\gamma$
additional position error of B ΔB_1	$\Delta\beta_1 \cdot \sin\gamma$	$\Delta\beta_2 \cdot \sin\gamma$	$\Delta\beta_n \cdot \sin\gamma$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= B_1 + \Delta\beta_1 \cdot \sin\gamma \\ B_2 &= B_2 + \Delta\beta_2 \cdot \sin\gamma \\ \dots \dots \dots \dots \\ B_n &= B_n + \Delta\beta_n \cdot \sin\gamma \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

进而计算得附加测量误差 ΔB :

$$\left. \begin{aligned} \Delta B_1 &= B_1 - B_1 = \Delta\beta_1 \cdot \sin\gamma \\ \Delta B_2 &= B_2 - B_2 = \Delta\beta_2 \cdot \sin\gamma \\ \dots &\dots \dots \dots \\ \Delta B_n &= B_n - B_n = \Delta\beta_n \cdot \sin\gamma \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由上式知 ΔB_i 是多齿台 B 的角晃动和自准直仪十字丝倾斜的综合影响引入多齿台 B 的系统误差:

$$\Delta B_i = \Delta\beta \cdot \sin\gamma \quad (9)$$

由此可得出以下的结论: ①测角器具倾斜 B 角和自准直仪十字丝倾斜 γ 角, 仅对各次易位后 β_i 的大小和相位角不变的被测件(此处为 A) 产生附加系统误差 $\Delta A_i = \beta \cdot \sin\gamma \cdot \sin(\theta + \Phi)$, 它是一次谐波量。在 θ 相隔 180° 的两个位置, ΔA_i 大小相同, 符号相反; ②测角器具角晃动 $\Delta\beta$ 和自准直仪十字丝倾斜 γ 角, 仅对存在 $\Delta\beta$ 的被测件(此处为多齿台 B) 引入附加系统误差 $\Delta B_i = \Delta\beta \sin\gamma$, 它不是一次谐波误差; ③若 $\gamma = 1^\circ, \beta_i = \Delta\beta_i = 1$, 则 $\Delta A_i = \Delta B_i = 1.05$ 1。

2.2 实验验证

用一块多面棱体与一台多齿台互检, 将多面棱体同轴安放在360齿分度台上, 用棱体的工作面作为反射面, 用 TA-80光电准直仪读数, 微机辅助测量系统进行采样和数据处理。测量时, 每个测回的起始位置, 棱体依序易位, 360齿分度台起始位置不变。 $n = 12$, 先在正常状态下(即 γ, β 角很小) 测出棱体及多齿台的分度误差, 然后使 $\beta = 50, \gamma = 1.7^\circ$; 再次测定, 测量值见表2。从表2的数据中可看出, 当 $\beta, \Delta\beta$ 和 γ 不为0时, 对两个互比件引入的系统误差是明显的, 当修正系差后, 其测量结果与 $\beta = 0, \gamma = 0$ 状态下的测量结果就很接近。

Table 2 Influence of angle β , angle γ on the measuring results and the demonstrating data

measuring position	deviation of polygon ($''$)						Indexing error of index table 360# ($''$)				
	$\beta \approx 0$ $\gamma \approx 0$	$\beta \approx 50''$ $\gamma \approx 1.7$	$\Delta\beta_i$	$\Delta\beta_i \times \sin 1.7^\circ$	after systematic error is corrected	error value (6)=	$\beta \approx 0$ $\gamma \approx 0$	$\beta \approx 50''$ $\gamma \approx 1.7^\circ$	error value (1)	the first class harmonic of col.(9)	col.(9) subtract the first class harmonic (11)=(9)-(10)
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)=(2)-(4)	(5)-(1)	(7)	(8)	(9)=(8)-(7)	(10)	(11)=(9)-(10)
0°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	-0.45	-0.61	-4.8	-0.14	-0.47	-0.02	-0.04	0.43	-0.47	-0.53	0.06
60	0.55	0.02	-16.0	-0.47	0.19	-0.06	-0.10	1.01	-1.11	-1.24	0.13
90	-0.28	-0.45	-5.2	-0.16	-0.29	-0.01	0.01	1.83	-1.82	-1.95	0.13
120	0.06	0.05	0.1	0	0.05	-0.01	0.07	2.48	-2.41	-2.46	0.05
150	0.36	0.48	3.1	0.09	0.39	0.03	0.14	2.75	-2.61	-2.64	0.03
180	-0.07	-0.14	-5.6	-0.17	0.03	0.10	0.11	2.52	-2.41	-2.44	0.03
210	0.51	0.47	-5.4	-0.16	0.63	0.12	0.11	1.95	-1.84	-1.91	0.07
240	0.43	0.25	-9.8	-0.29	0.54	0.11	0.06	1.15	-1.09	-1.20	0.11
270	-0.16	-0.26	-6.5	-0.19	-0.06	0.10	0.06	0.45	-0.39	-0.49	0.10
300	-0.08	-0.12	-3.5	-0.10	-0.02	0.06	0.01	-0.11	0.12	0.02	0.16
330	0.70	0.79	1.5	0.04	0.75	0.05	0.06	-0.17	0.23	0.20	0.03
P-V	1.15	1.40			1.22	0.18	0.24	2.92	2.84	2.84	0.13

2.3 关于测量误差引起的一次谐波误差

测量误差亦会产生一次谐波误差,作者进行了计算机仿真计算,设测量误差呈正态分布, $\sigma = 0.10$, 测量点 $n = 12$, 计算了十组数据其平均幅值为0.016。由于此类误差引起的一次谐波误差较小, 本文不再讨论, 以下提到的一次谐波系统误差皆指由自准直仪十字丝倾斜和圆分度器具倾斜综合影响所引起的。

3 消除系统误差的方法

3.1 两仪器互比法

上面已述, 在每测回起始位置依序改变后, 其倾斜角 β_i 的大小与相位都不变的被测件会引入一次谐波系统误差, 另一被测件不会引入此误差。

3.2 对径测定法

在用棱体和测角仪互比或者两测角仪互比时, 在第一组测定后, 系统误差影响为:

$$\Delta A_{1i} = \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin(\theta + \Phi_0) \quad (10)$$

此后, 上面的互比件在原位置转动 180° 则得

$$\begin{aligned} \Delta A_{2i} &= \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin(\theta + 180^\circ + \Phi_0) \\ &= -\beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin(\theta + \Phi_0) \end{aligned} \quad (10)$$

因而 $\Delta A_{1i} = -\Delta A_{2i}$, 则

$$\Delta A_i = \frac{\Delta A_{1i} + \Delta A_{2i}}{2} = 0 \quad (12)$$

若第一组测定后, 将自准直仪重新安置在与第一组位置相隔 180° 的对径位置, 进行第二组测定, 也可取得相同的效果。

因此, 对径测定的两组数据, 一次谐波系统误差的影响为绝对值相同, 符号相反, 因而可取平均值来消除其影响。

4 减小系统误差的方法

上面介绍的两种方法, 虽可消除自准直仪十字丝倾斜和器具倾斜的综合影响(即 ΔA_i), 但是也各有其短处。两仪器互比法, 测一个数据, 要分别转动两台仪器, 操作不太方便; 至于对径测定法, 在测大型测角仪器时不论是转动测角仪或自准直仪, 都难以做到, 且测量工作量要增加一倍。因此, 还须研究减少此类误差的方法, 分析式(6)和式(9)可知, 要使 ΔA_i 、 ΔB_i 小, 只要使 γ 、 β 小就可以达到目的, 而精心调整自准直仪和置于上面的被测件就可以使得 γ 和 β 较小。 γ 对 ΔA_i 及 ΔB_i 都起作用, 因此, 调整好自准直仪是关键。

(1) 自准直仪的调整

① 摆动法

若被检测角仪器安置在平板上, 且仪器的转轴垂直于平板, 而反射面与平板相垂直, 将自准直仪对准反射面, 摆动自准直仪, 观察反射像横线的上下移动量, 拧动调整螺丝, 使自准直仪绕视轴旋转, 直至反射像的横线在摆动自准直仪时没有上下移动。

② 直角棱镜法

放置一块斜面没有镀反射膜的直角棱镜, 使其斜面对向自准直仪, 直角棱镜的安放面须与平板平行。若自准直仪的十字丝倾斜, 则由直角棱镜反回的像与十字丝不平行, 转动自准直仪, 直至反射像与分划板十字丝平行。

(2) 棱体的调整

当用棱体作陪测件来测量其它的圆分度器件时, 棱体可通过可调夹具同轴地安装在被测件上, 用三点或四点对棱体进行调平。为使棱体轴线与被检仪器轴线的平行度误差较小, 可采用谐波计算法调整棱体, 即先用自准直仪测出对棱体各工作面的反射像在高低方向的角度值, 然后进行谐波分析, 算出各点去除一次谐波量的值, 再用三点或四点将调整点读数调至对应点的数值即可。

5 结 语

1) 排列互比法用于超精测角时, 若置于上面的被测器具倾斜 β , 自准直仪十字丝倾斜 γ 角, 则导致每测回起始点两互比件易位和 β 的大小和相位角都不变的被测产生呈一次谐波规律的系统误差, 其幅值 $\Delta A_i = \beta_i \cdot \sin \gamma$, 即当 $\beta = 1$ 、 $\gamma = 1$ 时, 产生的最大系统误差为 $\Delta A = \pm 1.05 \pm 1$ 。由于以前没有探明这种误差源, 测量者不太注意 γ 角的调整, 导致在用排列互比法测量圆分度误差时, 有时所产生的这类系统误差已远超过被测器具分度误差的允许值, 这在超精测角时尤应注意。

2) 若被测器具有角晃动 $\Delta\beta_i$ (或棱体各工作面相对于基准面垂直度误差的变化量), 而自准直仪十字线又倾斜 γ 角, 则导致本身存在有 $\Delta\beta_i$ 的被测件产生附加系统误差 $\Delta B_i = \Delta\beta_i \cdot \sin \gamma$ 。

3) 用对径测定法可以消除呈一次谐波规律的系统误差, 但工作量会增大一倍。而精心调整自准直仪和置于上面的互比件, 使 γ 和 β 较小, 可同时使引入的系统误差 ΔA_i 及 ΔB_i 都减小。

4) 对用排列互比法测出的分度误差进行谐波分析, 若发现一次谐波量幅值较大, 则表明测量系统调整不好或被检器具不正常, 要寻找原因。

Research on the Systematical Error of Permutation Intercomparison Method Using in Superprecision Angle Measurement

Fan Tianquan, Xie Changwen, Lu Deji, Geng Lihong, Gao Xuedong
(Institute of Optics & Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209)

Abstract

In this article, the reason of the systematical error in measurement result when indexing error is measured by permutation intercomparison method is described in theory. It is mainly due to the inclination of collimator's graticule & polygon or instrument and the different inclination of each reflection surface. It is proved by experiment. A method for reducing and eliminating this systematical error is described in the paper.

Key words: Angle measurement, Permutation intercomparison method, Systematical error

范天泉 男, 1955年6月生。1978年毕业于上海机械学院量仪设计与制造专业。高级工程师, 光学专业硕士学位指导教师, 中国计量测试学会量仪器专委会委员, 中国光学学会测试专委会委员, 四川省计量测试学会几何量专委会副主任。从事计量测试技术研究, 是“超精圆度测量及微机处理技术”(获1988年中国科学院科技进步将三等奖)、“多面棱体自动测量系统”(获1990年中国科学院科技进步将二等奖)项目主要完成者之一; 负责的“万能工具显微镜光栅数显及微机辅助测量系统”(获1992年中国科学院科技进步奖三等奖); 是“778-光电经纬仪”(获1994年中国科学院科技进步将二等奖)完成者之一。