

# 精密长丝杠磨削过程中工件热变形的分析\*

宋洪涛 宾鸿赞

(华中理工大学机械学院CAM室, 武汉 430074)

**摘要** 对丝杠磨削过程中磨削热的热源强度进行了分析与计算, 给出了丝杠内部温度场的计算方法, 对丝杠的热变形规律进行了分析, 通过一个计算实例, 对丝杠磨削过程中的一些热现象进行了总结。

**关键词:** 丝杠磨削; 热变形; 热源强度

## 1 引言

在精密丝杠磨削, 特别是精密长丝杠磨削中, 由磨削温度变化而引起的误差在丝杠总的加工误差中占了很大的比例。为提高丝杠的磨削精度, 必须对丝杠磨削过程中工件的热变形进行有效的控制。了解丝杠磨削过程中丝杠内部的温度场分布及丝杠的热变形规律, 建立丝杠热变形规律的数学模型, 进而得到数学模型的数值解, 才能对热变形误差进行有效的补偿。

对于导热问题的数值求解, 常用的有两种方法: 有限差分法和有限元法。有限差分法由于其方法简单、结果可靠等特点而得到了广泛的应用。

本文首先给出丝杠磨削热变形过程的各种基本假设即简化条件, 推导出丝杠磨削过程中磨削热热源强度的计算公式。在此基础上, 对丝杠内部的温度场分布进行计算, 进而得到丝杠的热变形规律。最后, 通过一个计算实例, 得出一些与丝杠磨削热变形有关的结论。

## 2 基本假设

为简化磨削热变形计算, 可作如下基本假设:

(1) 磨削热源简化为环状热源沿工件轴向移动, 磨削深度恒定, 输入的热量在丝杠任意一段上是等量的;

---

\* 收稿日期: 1996年8月9日

本研究项目得到高等学校博士学科点专项科研基金资助

- (2) 将丝杠看作一均质圆柱体, 直径为丝杠中径;
- (3) 丝杠两端部轴颈部分直径折算成与丝杠中径相同;
- (4) 丝杠圆周表面各处与外界冷却介质换热系数相同;
- (5) 丝杠两端部绝热。

基于这些基本假设, 丝杠内部温度场可以当作二维问题处理。

### 3 热源强度计算

#### 3.1 总发热功率

磨削接触区的总发热功率为<sup>[1]</sup>:

$$q = \frac{1}{J_q} (F_{ff} + F_{fs}) (V_s \pm V_w) \quad (\text{cal/s}) \quad (1)$$

式中,  $J_q$  为热功当量,  $F_{ff}$ 、 $F_{fs}$  分别为摩擦面与剪切面上的切向磨削力,  $V_s$ 、 $V_w$  分别为砂轮与工件的线速度。其中, 逆磨时取“+”号, 顺磨时取“-”号。

#### 3.2 传入工件的磨削热的比率

传入工件的磨削热的比率为<sup>[2]</sup>:

$$R = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{(k\rho c)_s}{(k\rho c)_w} \left(\frac{V_s}{V_w}\right) \left(\frac{A_R}{A}\right)} + \sqrt{\frac{(k\rho c)_e}{(k\rho c)_w} \left(\frac{V_s}{V_w}\right)}} \quad (2)$$

式中,  $k$ 、 $\rho$ 、 $c$  分别代表传热系数、密度与比热容,  $A_R$ 、 $A$  分别为砂轮与工件的实际接触面积与名义接触面积, 在精加工中, 两者的比值约为 0.01, s、w、g 为下标, 分别代表砂轮、工件与磨削液。

#### 3.3 热源强度计算

热源强度为单位时间单位体积上的热源发热量。它等于单位时间内传入工件的磨削热 ( $Rq$ ) 与单位时间内被切除金属的体积  $V_0$  的比值 ( $Rq/V_0$ )。下面分两种情况来进行讨论, 即梯形丝杠磨削与滚珠丝杠磨削。

梯形丝杠磨削一般采用如

图 1(a) 所示的单面磨削方式。近似认为砂轮与丝杠接触部分的截面形状如  $A_1$  所示, 而  $A_1$  的面积为:

$$A_1 = \overline{ab} \cdot a_{p1} = \frac{h_1}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cdot f \sin \frac{\alpha}{2} = h_1 f \tan \frac{\alpha}{2} \quad (\text{mm}^2) \quad (3)$$

则单位时间内被切除金属的体积  $V_{01}$  为:

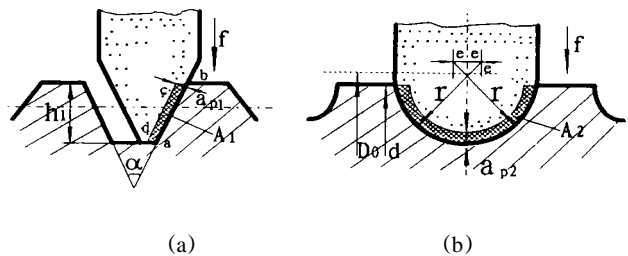


Fig 1 Grinding of trapezoidal leadscrew and ballscrew

$$V_{01} = A_1 \cdot \frac{n_w t_1}{60} = \frac{n_w t_1 h_1 f \tan \frac{\alpha}{2}}{60} \quad (\text{mm}^3) \quad (4)$$

因此, 梯形丝杠磨削时的平均热源强度为:

$$\bar{g}_{w1} = \frac{Rq}{V_{01}} = \frac{60Rq}{n_w t_1 h_1 f \tan \frac{\alpha}{2}} \quad (\text{cal}/(\text{mm}^3 \cdot \text{s})) \quad (5)$$

式中,  $h_1$  为牙形高度,  $\alpha$  为牙形角,  $f$  为径向进给量,  $n_w$  为工件转速,  $t_1$  为被磨丝杠的螺距。

滚珠丝杠磨削一般采用如图 1(b) 所示的双面磨削方式。近似认为砂轮与丝杠接触部分的截面形状如  $A_2$  所示, 而  $A_2$  的面积近似为:

$$A_2 = (2rf - f^2) \cos^{-1} \frac{D_0 - d + 2e}{2r} \quad (\text{mm}^2) \quad (6)$$

则单位时间内被切除金属的体积  $V_{02}$  为:

$$V_{02} = A_2 \cdot \frac{n_w t_2}{60} = \frac{(2rf - f^2) n_w t_2 \cos^{-1} \frac{D_0 - d + 2e}{2r}}{60} \quad (\text{mm}^3) \quad (7)$$

因此, 滚珠丝杠磨削时的平均热源强度为:

$$\bar{g}_{w2} = \frac{Rq}{V_{02}} = \frac{60Rq}{(2rf - f^2) n_w t_2 \cos^{-1} \frac{D_0 - d + 2e}{2r}} \quad (\text{cal}/(\text{mm}^3 \cdot \text{s})) \quad (8)$$

式中,  $r$  为滚道半径,  $D_0$  为丝杠名义直径,  $d$  为丝杠外径,  $e$  为偏心距,  $t_2$  为被磨丝杠的螺距。

在理论计算中, 由于磨削力比较难确定, 发热功率  $q$  也就难以确定, 因而不能直接利用上述方法来计算热源强度。这时, 可以通过下面的经验公式来进行计算:

$$\bar{g}_w = R u_G \quad (9)$$

式中,  $u_G$  为单位时间内切去单位体积金属所消耗的磨削比能, 普通磨削的比能约为 20~ 60J ( $\text{cm}^3 \cdot \text{s}$ )。由于丝杠磨削为精加工, 磨削余量一般很小, 发热量不是很大, 因此可以取  $u_G = 20 \sim 30\text{J} (\text{cm}^3 \cdot \text{s})$ , 梯形丝杠磨削时取小值, 滚珠丝杠磨削时适当取大些。

## 4 丝杠内部温度场计算

把丝杠内部温度场分布看作二维问题, 则其热传导规律可由下式给出:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (10)$$

式中,  $r, z$  定义各点的坐标,  $T$  为各点的温度,  $t$  为时间,  $k$  为材质传热系数,  $\rho$  为材质密度,  $C_p$  为比热容,  $\alpha = k/(C_p \cdot \rho)$  为只与材质有关的系数,  $g$  为单位体积上的热源发热量(在丝杠内部无热源,  $g = 0$ ), 可通过(5)式、(8)式或(9)式来计算。

圆柱体外表面与冷却介质的换热规律可采用第三类边界条件, 即:

$$k \frac{\partial T}{\partial r} + hT = hT_c \quad (11)$$

式中,  $h$  为表面对流换热系数,  $T$  为介质温度。为了计算方便, 将温度零点定义在介质温度上, 即  $T = 0$ , 则丝杠各点温度实际上是与介质温度的差。

为了进行数值计算, 将 (10) 式和 (11) 式离散化, 分别以  $\Delta r$ 、 $\Delta z$  和  $\Delta t$  表示离散间隔, 用矩形区域网格化方法, 分别以  $(i, j)$  相对  $(r, z)$  来定义周围上的不同单元, 如图 2 所示。从某个时间零点开始,  $n$  个时间间隔后,  $(i, j)$  点 (实质上是整个圆周) 的温度用  $T_{i,j}^{n+1}$  表示 (上标表示分析的时刻, 下标  $i, j$  表示分析点的空间位置), 则 (10) 式可离散化为:

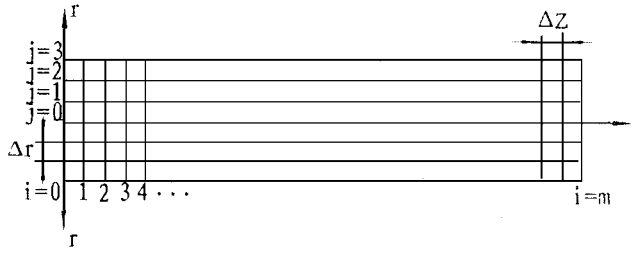


Fig 2 Unit division

而 (11) 式可离散化为:

$$-(1 + \frac{1}{2j})B T_{i,j+1}^{n+1} - (1 - \frac{1}{2j})B T_{i,j-1}^{n+1} + (1 + 2B + 2C)T_{i,j}^{n+1} - CT_{i+1,j}^{n+1} - CT_{i-1,j}^{n+1} = T_{i,j}^n + \Delta T_{i,j}^{n+1} \quad (12)$$

式中,  $B = \alpha\Delta t/\Delta r^2, C = \alpha\Delta t/\Delta z^2, \Delta T_{i,j}^{n+1} = \alpha\Delta t g_{i,j}^{n+1}/k$  为  $\Delta t$  时间内热源热量进入  $(i, j)$  单元造成的温升。而 (11) 式可化为  $k \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta r} + hT_{i,j}^{n+1} = 0$ 。令  $j = N$  (在圆周上),  $H = \frac{2\Delta r}{k}h$  ( $H$  为表征磨削液冷却效果的系数), 则在圆周外虚点 ( $j = N + 1$ ) 上:

$$T_{j,N+1}^{n+1} = T_{i,N-1}^{n+1} - HT_{i,N}^{n+1} \quad (13)$$

另外, 在轴心线上, 由罗必塔法则  $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ , 又由同一横截面的同一圆周上温度相等假设, 可得  $T_{i,1}^{n+1} = T_{i+1}^{n+1}$ , 在两端点, 由于假设端部绝热, 可得  $T_{m+1,j}^{n+1} = T_{i,j}^{n+1}, T_{m+1,j}^{n+1} = T_{m-1,j}^{n+1}$ , 则 (10) 式可离散化为

$$-4BT_{i,1}^{n+1} + (1 + 4B + 2C)T_{i,0}^{n+1} - CT_{i+1,0}^{n+1} - CT_{i-1,0}^{n+1} = T_{i,0}^n \quad (14)$$

由 (12)、(13)、(14) 式即可列出圆柱体上各点温度  $T_{i,j}^{n+1} (i = 0 \sim m, j = 0 \sim N)$  所满足的差分方程, 从而即可求得圆柱体内各点的温度分布。

### 5 丝杠热伸长计算

现已求出丝杠截面上各离散单元的温度  $T_{i,j}^{n+1}$ , 如图 3 所示, 则各截面上的平均温度  $\bar{T}_i$  可用离散单元的温度及各离散单元在截面上所占的面积比表示如下:

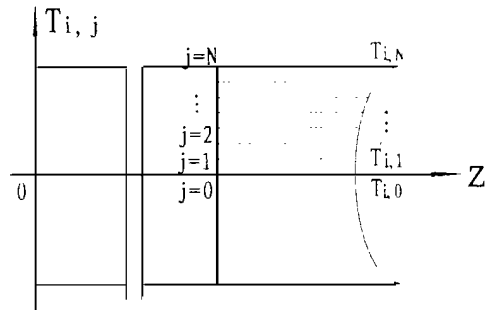


Fig 3 Mean temperature at every section

$$\bar{T}_i = \frac{1}{4N} T_{i,0} + \frac{8}{4N} T_{i,1} + \frac{16}{4N} T_{i,2} + \dots + \frac{4N-1}{4N} T_{i,N} \quad (15)$$

令  $T = 0$ , 则圆柱体相对  $T$  温度时在长度上的总伸长量  $\Delta L$  为:

$$\Delta L = \frac{\lambda L \left( \sum_{i=1}^{m-1} \bar{T}_i + \frac{\bar{T}_0 + \bar{T}_m}{2} \right)}{m} \tag{16}$$

式中,  $\lambda$  为材质的线膨胀系数,  $L$  为圆柱体长度。

## 6 计算举例

梯形丝杠全长  $L_0 = 5000$  mm, 螺纹中径  $d_2 = 79$  mm, 左轴颈长  $L_1 = 650$  mm, 左轴颈直径  $D_1 = 60$  mm, 右轴颈长  $L_2 = 350$  mm, 右轴颈直径  $D_2 = 60$  mm, 螺纹长度  $L_3 = L_0 - L_1 - L_2 = 4000$  mm, 螺距  $t_1 = 12$  mm。若磨削行程工作台速度  $V = 1$  mm/s, 取  $\Delta Z = 12$  mm, 则  $\Delta t = \Delta Z/V = 12$  s。取  $j = 3$ , 则  $\Delta r = 13$  mm。按丝杠中径把丝杠折算成圆柱体, 则  $m = 381$ ,  $i_{c1} = 17$ ,  $i_{c2} = 350$ 。其中  $i = i_{c1} \sim i_{c2}$  段为要磨削的螺纹部分, 仅在此区域有  $\Delta T$  注入。

与工件、砂轮和磨削液的特性有关的各系数值如表 1 所示<sup>[3]</sup>。

Table 1 Characteristic data of workpiece, wheel and fluid

	material	$k$ (w/(m·s))	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C_P$ (kJ/kg)	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)
workpiece	38CrMoAl	61	7865	0.46	$1.665 \times 10^{-5}$
wheel	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	46	4000	0.77	/
fluid	oil	0.15	820	2.0	/

当砂轮线速度  $V_s = 25$  m/s, 工件线速度  $V_w = 1$  mm/s 时, 传入工件的磨削热的比率  $R$  约为 5.28%。因此, 梯形丝杠磨削时由磨削热而引起的丝杠表面温升  $\Delta T$  约为 3。

设丝杠外表面与磨削液的对流换热系数  $h = 50$  w/(m<sup>2</sup>·s), 则  $H = \frac{2\Delta r}{k} h = 0.02$ 。确定了以上各未知量的值, 即可对丝杠内部的温度场分布进行计算。

解差分方程时遇到的主要问题是形如  $AT = B$  的方程的解法, 其中系数矩阵  $A$  是  $n$  阶大型宽带对角稀疏矩阵。由于系数矩阵中非零元素是带状的, 带区外均为零元素, 因此, 在存储和求解过程中可以只考虑带区内的非零元素, 这样就减少了许多计算工作量和存储空间。鉴于  $A$  中严格对角占优, 对角线上元素均为主元(即绝对值最大的元素), 因此选用列选主元高斯消去法。全部程序用 C 语言编写, 计算框图如图 4 所示, 计算结果如图 5、图 6 所示。

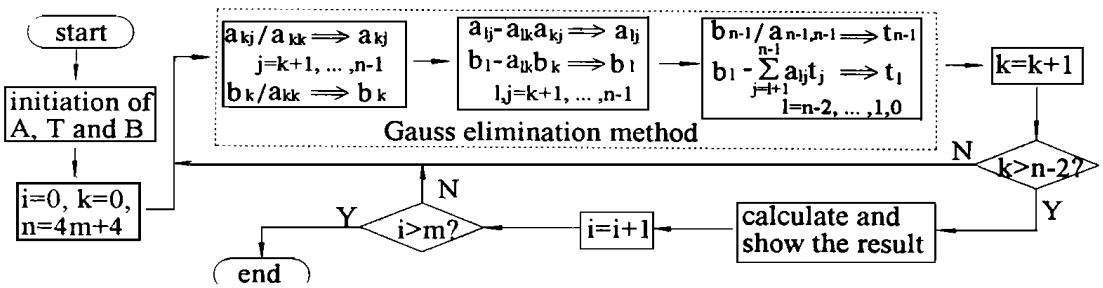


Fig. 4 Block diagram of the calculation

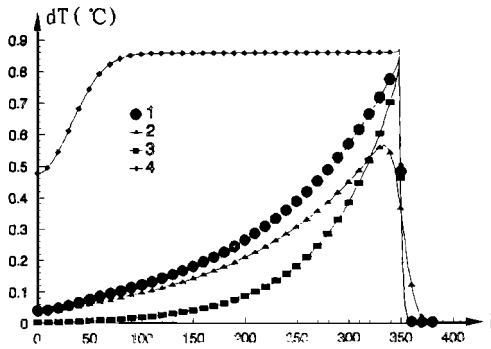


Fig 5 Temperature distribution corresponding to every grinding position

1. Temperature distribution at the end of grinding ( $H = 0.02$ )
2. Temperature distribution after cooling for 6 min ( $H = 0.02$ )
3. Temperature distribution at the end of grinding ( $H = 0.04$ )
4. Temperature distribution without grinding fluid ( $H = 0.0$ )

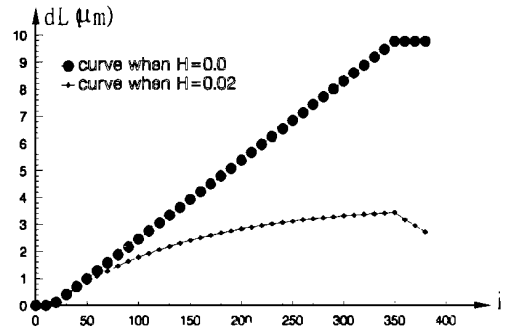


Fig 6 Thermal deformation corresponding to every grinding position

## 7 总 结

通过对计算结果及中间计算过程的分析,可得到如下总结性规律:

(1)从图 5 可以看出,磨削液的冷却效果对工件的温升影响很显著,具体表现在表面对流换热系数  $h$  的大小上。 $h$  变大时(也即  $H$  变大),工件温升明显减少。当不用磨削液(即  $H = 0$ )时,工件内的温度分布基本保持稳定的高温,但  $h$  值需作大量的试验方能找出其规律,比较难确定;

(2)由磨削热引起的工件表面温升也比较难确定,它同样直接影响着工件温升的大小;

(3)磨削刚开始时工件温升几乎等于零,几分钟之后,工件内的温度分布会有一个稳定状态;

(4)磨削热对工件温度分布的影响仅局限于工件和砂轮接触部分附近,远离此区域则影响较小(图 5);

(5)由于磨削过程中不断有磨削热注入,所以丝杠温度的变化趋势总是升高的,即靠近尾座一侧的温度高于靠近头架一侧的温度(图 5);

(6)从图 6 可以看出,工件热变形随磨削过程中丝杠内部热量的积聚而不断上升,但变化的趋势是先快后慢,磨削结束时达到最大值,此后,经淋浴冷却后热变形逐渐减小;

(7)如图 6 所示,当不用磨削液时,工件热变形呈线性增加,其最大值为有磨削液时最大值的近 3 倍。工件的累积热变形在没有磨削液时可达到  $1936\ \mu\text{m}$  (约 2 mm),而,  $H = 0.02$  时为  $893\ \mu\text{m}$ ,  $H = 0.04$  时为  $545\ \mu\text{m}$ 。因此,长丝杠磨削时的热变形量是很大的,必须加以控制。

通过以上的分析与计算,对丝杠磨削过程中工件热变形的规律及其影响因素以及热变形的大小有了比较清楚的了解,为热变形测量传感器的设计制作提供了理论依据,为热变形误差的控制策略研究方面打下了基础。

### 参 考 文 献

- [1] 诸兴华主编 磨削原理 北京:机械工业出版社,1988
- [2] Shaw M C. A Simplified Approach to Workpiece Temperatures in Fine Grinding Annals of the C I R P, 1990, **39**(1): 345~ 347
- [3] Lavine A S, Jen T C. Thermal Aspects of Grinding: Heat Transfer to Workpiece Wheel, and Fluid A S M E Journal of Heat Transfer, 1991, **113**: : 296~ 303
- [4] 陈卓宁. 高精度丝杆磨削误差的微机辅助实时测量与控制的研究 华中工学院博士学位论文, 1988
- [5] 俞昌铭编著. 热传导及其数值分析. 北京:清华大学出版社, 1981
- [6] 小 信夫 大 二郎 星野高志 ボールねじの熱膨脹に する研究(差分法にする温度分布計算). 精密工学会志, 1987, **53**(12): 1899~ 1904

## On the Thermal Deformation of the Workpiece During Long Precision Leadscrew Grinding

Song Hongtao, Bin Hongzan

(Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

### Abstract

The intensity of the grinding heat source during leadscrew grinding was analysed and calculated. The method to calculate the temperature field in the leadscrew was given and the thermal deformation law of the leadscrew was studied. Finally, some thermal phenomena related to leadscrew grinding processes were summarized through a calculation example.

**Key words:** Leadscrew grinding, Thermal deformation, Intensity of the heat source

宋洪涛 男, 1969 年 4 月生, 华中理工大学机械学院 CAM 室博士生。1994 年毕业于湖南大学机械工程系, 获工学硕士学位。现主要从事丝杠热变形误差控制方面的研究。