

多环柔性铰链平行机构的综合分析及解耦

吴一辉

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

摘要 当微定位台的结构是多环、多自由度时, 由于空间的限制, 通常其运动方程是耦合的, 需对它进行综合分析和解耦。本文用螺旋理论对多自由度柔性铰链的运动和动力学解耦问题进行研究和探讨, 并以一实例说明了其解耦设计方法。这对准确实现指定动作、正确设定驱动点的位置、合理确定机构的结构形式, 最大限度地减小各自由度间的动态干涉有很重要的意义。

关键词: 多环; 柔性铰链; 解耦

1 引言

与其它许多机构相比, 柔性铰链机构在实现微定位、微操作等方面具有很多显著的优点。例如, 它可以用线切割或其它放电加工的方法制成整体式结构, 结构简单、紧凑、重量轻, 降低了加工难度; 它避免了传统的大多数机构无法克服的摩擦、噪声、空回等不良特性; 它不需要润滑, 可以用于真空环境下等。

用该机构设计的各种微定位工作台、微操作器等已广泛用于微/纳技术领域, 并已充分证明它在许多现代技术中的重要作用。然而, 这种柔性机构在机构学中尚属相对未知和待开发的领域, 目前还没有非常成熟的技术。

当微定位台的结构是多环、多自由度时, 由于空间的限制, 通常其运动方程是耦合的, 需对它进行综合分析和解耦。本文用螺旋理论对多自由度柔性铰链的运动和动力学解耦问题进行研究和探讨, 并以一实例说明了其解耦设计方法。这对准确实现指定动作、正确设定驱动点的位置、合理确定机构的结构形式, 以期最大限度地减小各自由度间的动态干涉有很重要的意义。

文中假定在整个变形过程中每个铰链的转动均为线性转动, 两铰链之间的连杆是绝对刚性的。

2 平行机构输入输出关系的表述

多环、多个自由度的平行铰链机构可看作是图1的系统,它由固定铰链、输出杆、平台及多个运动链组成。该系统除运动付之外,均可等效为普通机构。

对于任一给定机构,如果认为机构的约束为 C , 则其自由度 $f = 6 - C$ 。如平面机构的约束数是 3, 则在给定约束条件下该机构的最大自由度就是 3。机构中一些运动付是由驱动器直接驱动的, 我们把这些运动付称为主动铰链, 其余的称为被动铰链。一般主动铰链的数目与机构的自由度相等也是 f , 而每一运动链中应含有 f 个运动付和 $f - 1$ 个连杆。

平台被运动付约束后, 只允许沿着单位螺旋 $\$ = (S_2; S_2^0)$ 作螺旋运动, 其运动螺旋为 $(\omega; r_2 \times \omega + v_2)$, 即可用角速度矢量 ω 和刚体上与坐标原点重合点的线速度矢量 v_2 来表示。

$$\$ _2 = \omega + v_2 \quad (1)$$

式中, $\$$ 是对偶标记。

当第 i 个运动链中各运动付的微动量是 $\omega^i, \omega^i, \dots, \omega^i$; 各运动付的矩矢是 $\$^i_1, \$^i_2, \dots, \i_i 时, 输出杆的运动是各运动付运动的线性组合

$$\$ _2 = \omega^i_1 \$^i_1 + \omega^i_2 \$^i_2 + \dots + \omega^i_i \$^i_i \quad (2)$$

具有 f 个自由度的机构, 属于 f 维的螺旋空间。设螺旋空间的基为 N_1, N_2, \dots, N_f , 那么铰链矩矢可表示为基底的线性组合。

$$\$^i_j = r^i_{j1} N_1 + r^i_{j2} N_2 + \dots + r^i_{jf} N_f \quad (3)$$

令 S^i_j 为第一个运动链中的一个主动铰链, 而 ω^i_j

为相应的输入, 那么此时与第 i 个运动链中所有被动链正交的矢量 P^i_j , 由不包含 S^i_j 的 $f - 1$ 个矢量 $S^i_1, S^i_2, \dots, S^i_f$ 来决定[3], 即

$$P^i_j = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & \dots & \dots & n_f \\ r^i_{j1} & r^i_{j2} & \dots & \dots & r^i_{jf} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ r^i_{j-1} & r^i_{j-1} & \dots & \dots & r^i_{j-1} \\ r^i_{j+1} & r^i_{j+1} & \dots & \dots & r^i_{j+1} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ r^i_j & r^i_j & \dots & \dots & r^i_j \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中, n_1, n_2, \dots, n_f 是对应于基底 N_1, N_2, \dots, N_f 是对应于基底的相互独立的矢量且与 $\$ _2$ 属于同一螺旋空间, 对于 f 个自由度的微动机构, 有 f 个主动铰链, 把螺旋运动的旋量方程转换为矩阵式, 则为

$$\omega = (P_1, P_2, \dots, P_f)^T S \quad (5)$$

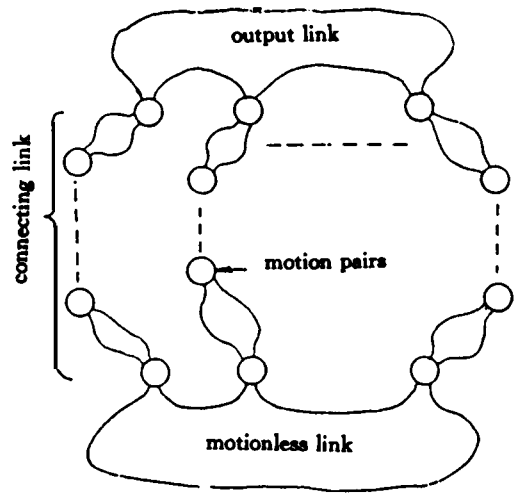


Fig. 1 Parallel mechanism with flexure hinges

这里,

$$\omega = (\omega S_1 \times P_1 \omega S_2 \times P_2 \dots \omega S_f \times P_f)^T \quad (6)$$

(5) 式表示的是机构的输入输出关系, 因此 Jacobian

$$J = [(P_1, P_2, \dots, P_f)^T]^{-1} \quad (7)$$

3 平行机构的综合分析

如图2所示, 假设输出杆上有一力螺旋($f_1; r_1 \times f_1 + C_1$), 沿着单位螺旋 $\$1 = (S_1; S_1^f)$ 作用于输出杆上, 那么此力螺旋对输出杆在运动副所允许的虚位移上的瞬时功, 应等于力 f_1 和力矩 C_1 引起的瞬时功之和

$$\delta W = (f_1 \cdot v_2 + C_1 \cdot \omega_2 + a_{12} a_{21} \times f_1 \cdot \omega) \delta t \quad (8)$$

展开并整理可得

$$\delta W = \{ (f_1 \omega_2 [(h_1 + h_2) \cos \alpha_{12} - a_{12} \sin \alpha_{12}] \} \delta t \quad (9)$$

而另一方面, 运动螺旋与力螺旋的互易积为

$$\$1 \quad \$2 = f_1 \omega_2 [(h_1 + h_2) \cos \alpha_{12} - a_{12} \sin \alpha_{12}] \quad (10)$$

可见, 式(9)、(10) 右边相同, 表明力螺旋和运动螺旋的互易积正是该两螺旋产生的虚功率, 即

$$\$1 \quad \$2 = \delta W \quad (11)$$

因此, 两螺旋互易积为零的解析式可写成

$$(h_1 + h_2) \cos \alpha_{12} - a_{12} \sin \alpha_{12} = 0 \quad (12)$$

如果两轴线相交, 则 $a_{12} = 0$, 此式变成更为简单的形式

$$(h_1 + h_2) \cos \alpha_{12} = 0 \quad (13)$$

在这种情况下, 不论该力螺旋的力及力矩多大, 都不对物体做功, 不能使物体改变约束允许下的螺旋运动状态, 这就是反螺旋的互逆性。

对于利用图2所示的运动付的微动机构, 瞬时运动是绕 $\$2$ 轴的纯转动, $h_2 = 0$, 这时要满足(13) 式使两螺旋互逆, 则力螺旋的节距也要为零, $h_1 = 0$ 。这表明与该运动付轴线相交、平行或沿轴的纯力, 都不能改变输出杆的运动状态。此外, 当 $h_1 =$, 力螺旋是一纯力偶时, 两螺旋也是互逆的。

综上所述, 对于具有 C 个约束, f 个自由度的平行铰链机构, 可确定出分别与 P_1, P_2, \dots, P_f 相对应的反螺旋, 从而使所有运动链中的 $f - 1$ 个运动付都具有对力矩矢 $\$1_i$ 的高刚性。换句话说就是, f 维螺旋空间由代表机构运动的元素组合, 而反螺旋空间 V^1 由代表机构所产生的力和力矩所组成。机构中每个运动链的 $f - 1$ 个运动付(不包括主动铰链)对于属于空间 V^1 的一个矩矢具有高刚性, 而对属于 V^1 的其它矩矢具有低刚性, 而 J 矩阵就是由每个运动中的 $f - 1$ 个运动付在高刚性方向的力和力矩的矩矢所确定的。

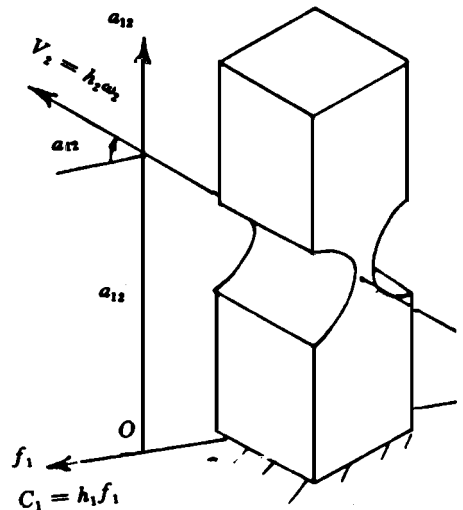


Fig. 2 The concept of reciprocal crew in flexure hinges

4 空间平行机构的分析示例

对于六个自由度的空间机构, 设三个相互垂直的正交单位矢量 i, j 和 k , 则对于一个螺旋空间, 其空间机构的基是 (i, j, k, i, j, k) 。对应的六个坐标是 $X, Y, Z, \theta_x, \theta_y$ 和 θ_z , 则系统的动能

$$T = (mx^2 + my^2 + mz^2 + I_x\theta_x^2 + I_y\theta_y^2 + I_z\theta_z^2)/2 \quad (14)$$

$$U = \left\{ \sum_{i=1}^6 (k_i\delta_i^2) \right\}/2 \quad (15)$$

$$D = \left\{ \sum_{i=1}^6 (d_i\dot{\delta}_i^2) \right\}/2 \quad (16)$$

式中, m ——移动体质量;

I_x, I_y, I_z ——移动体绕 X, Y, Z 轴的惯性矩;

K_i, d_i ——刚度系数和阻尼系数;

δ_i ——驱动器的轴向弹性变形量。

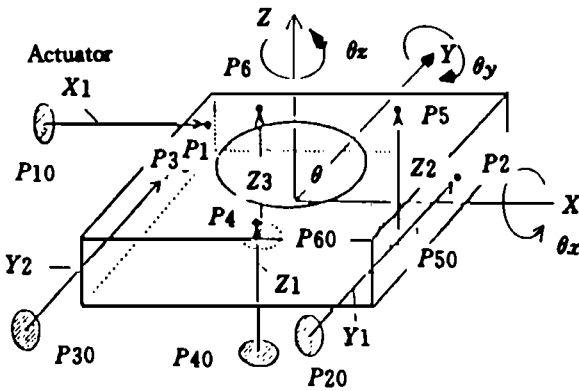


Fig. 3 The model of micromotion piezodriven stage with 6 DOF

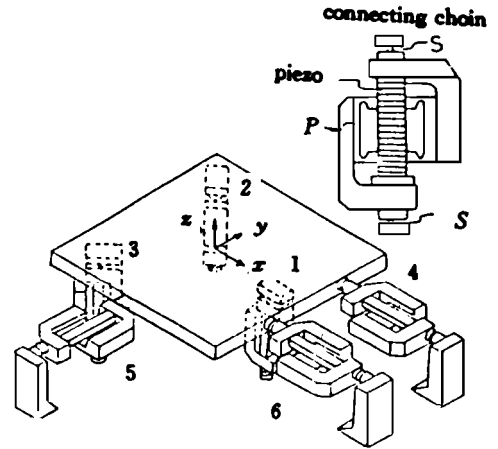


Fig. 4 Piezodriven decoupling micromotion stage with 6 DOF

在方程 (14) 和 (15) 中, 驱动器的弹性变形 $\delta_i (i = 1 \sim 6)$ 可表示为

$$\delta = J^{-1} (\$ - JAu)$$

式中, $\$$ ——位移矢量;

δ ——轴向弹性变形矢量;

u ——作用于压电元件上的电压矢量;

$A = \text{diag} [a_i] (i = 1 \sim 6)$ ——电压-位移关系的增益矩阵;

$J = [j_{ij}] (i, j = 1 \sim 6)$ ——驱动器位移/工作台位移关系的雅可比矩阵

对图3所示的结构, Jacobian 矩阵可表示为

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -\gamma_1 & \beta_1 \\ 0 & -1 & 0 & \gamma_2 & 0 & \alpha \\ 0 & -1 & 0 & \gamma_3 & 0 & -\alpha^3 \\ 0 & 0 & 1 & \beta_4 & -\alpha_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \beta_5 & -\alpha_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \beta_6 & -\alpha_6 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中点 $\{\alpha, \beta, \gamma_i\} (i = 1 \sim 6)$ 是图3所示力作用点的位置, 则拉格朗日方程可表示为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = f_i, (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (18)$$

从方程(13)至(18)可推出系统的动态方程

$$M\ddot{x} + D\dot{x} + Kx = KJA\dot{u} + DJA\ddot{u} \quad (19)$$

式中: $M = \text{diag}[m, m, m, I_x, I_y, I_z]$ 是移动部分的转动惯量矩阵;

K —— 轴向刚度系数矩阵;

D —— 轴向阻尼系数矩阵;

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & 0 & k_{51} & k_{61} \\ 0 & k_{22} & 0 & k_{42} & 0 & k_{62} \\ 0 & 0 & k_{33} & k_{43} & k_{53} & 0 \\ 0 & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{54} & k_{64} \\ k_{51} & 0 & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{65} \\ k_{61} & k_{62} & 0 & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中, $k_{11} = k_x, k_{22} = 2k_y, k_{33} = 3k_z$

$$k_{42} = k_y(\gamma_2 + \gamma_3), k_{43} = k_z(\beta_4 + \beta_5 + \beta_6)$$

$$k_{44} = k_y(\gamma_2^2 + \gamma_3^2) + k_z(\beta_4^2 + \beta_5^2 + \beta_6^2)$$

$$k_{51} = k_x\gamma_1, k_{53} = -k_z(\alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6)$$

$$k_{54} = -k_z(\alpha_4\beta_4 + \alpha_5\beta_5 + \alpha_6\beta_6)$$

$$k_{55} = k_x\gamma_1^2 + k_z(\alpha_4^2 + \alpha_5^2 + \alpha_6^2)$$

$$k_{61} = -k_x\beta_1$$

$$k_{62} = k_y(\alpha + \alpha^3)$$

$$k_{64} = -k_y(\alpha\gamma_2 + \alpha^3\gamma_3)$$

$$k_{65} = -k_x\beta_1\gamma_1$$

$$k_{66} = k_x\beta_1^2 + k_y(\alpha^2 + \alpha^6)$$

式中, k_x —— X_1 致动器的轴向刚度矩阵;

k_y —— Y_1, Y_2 致动器的刚度矩阵;

k_z —— Z_1, Z_2, Z_3 的刚度矩阵。阻尼矩阵可通过用 d_x, d_y, d_z , 替换方程(19) 中的 k_x, k_y, k_z , 获得。

K 和 D 的非对角元素导致了六个自由度系统的耦合振动, 而在工作台设计过程中消除由非对角元素造成的动态干涉是至关重要的, 因为它可以导致工作台定位及响应能力的下降。对于该六自由度系统, 假设 Q_1, Q_2, Q_3 是 i, j, k 方向的力偶, 而 Q_4, Q_5, Q_6 是过原点分别沿平行于 i, j, k 方向的作用力。根据上一节的分析, 应选择一种运动付及合适的受力点, 使得工作台只在 Q 指导的方向上具有高刚性, 而其它方向的刚度都很低, 也就是要使 *Jacobian* 矩阵所对应的刚度阵为对角阵, 即令

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \gamma_2 = \gamma_3 = 0 \\ \beta_1 &= 0 \\ \alpha_2 + \alpha_3 &= 0 \\ \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 &= 0 \\ \beta_4 + \beta_5 + \beta_6 &= 0 \\ \alpha_4\beta_4 + \alpha_5\beta_5 + \alpha_6\beta_6 &= 0 \end{aligned}$$

这就是该六自由度系统解耦的充分条件。解耦之后的六自由度工作台如图4示。解耦后各自由度的固有频率就可按照单自由度系统的计算方法——解拉格朗日方程获得。

5 结 论

利用螺旋理论和 *Jacobian* 矩阵对多自由度柔性铰链式微定位机构进行了综合分析,提出了多自由度微定位系统的解耦设计方法。即由机构给定的约束条件决定螺旋空间的基,得出反应其输入输出关系的 *Jacobian* 矩阵,该矩阵的元素是由被动铰链的互易螺旋所组成的。也就是说,这些被动铰链只有在互易螺旋指定的那个力和运动下是刚性的,而对其他力和运动来说是非刚性的。利用该结果来确定运动副的形式和设置可减小或避免自由度间的干扰。

参 考 文 献

- [1] 吴一辉. 纳米分辨率压电式微定位系统的研究. 中国科学院长春光机所1996年度博士论文
 [2] 黄真著. 空间机构学. 机械工业出版社, 1991
 [3] Hara A. Synthesis of Parallel Micromanipulators. Transactions of the ASME, 1989, **111**: 34 ~ 39
 [4] Yoshiyaki TOMITA. Decoupling Method of Ultra -Stage Using Parallel Linkage Mechanism. Int J Japan Soc Prec Eng, 1992, **26**(1): 123 ~ 127

Synthesis and Decoupling for Parallel Mechanism of Multiple Links with Flexure Hinges

Wu Yihui

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
 Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

Abstract

Due to space limit, the motion equations are often coupled when the micro positioning stage has multiple links and freedoms. Thus, synthesis and decouple are necessary. In this paper, the Screw Theory was applied to study the problem and an example was given to explain this decoupling design method. Then this will be a great help to obtain fine motion accuracy, correct driving point position and the reasonable structure to reduce dynamic interference between freedoms.

Keywords: Multiple links, Flexure hinge, Decoupling

吴一辉 女, 1965年生, 1996年在长春光机所获得博士学位。主要从事微定位技术的研究, 现为长春光机所物理站在站博士后人员。近四年内发表有关论文近20篇。