

符号网络函数的计算机辅助分析

滕玉鹃

(吉林工学院自动化系 长春 130012)

摘要 通过引入封闭网络,并利用计算机对其进行拓扑分析,一次性求出原网络的节点导纳矩阵的行列式和一阶代数余子式,从而方便、快速地求出全符号的网络函数。

关键词 符号网络函数 封闭网络 节点导纳矩阵

1 引言

符号网络函数是电网络理论中一个活跃的分支,其优越性已得到人们的共识。计算符号网络函数的方法可分为两大类,即拓扑法和数值法。拓扑法的特点是根据网络的某种拓扑图的结构来计算符号网络函数的,因此,特别适合计算全符号的网络函数。本文通过实例,探讨了利用计算机实现全符号网络函数的拓扑方法。

2 封闭网络的引入

假设网络受某一信号源 E_1 激励,描述这一网络的网络方程是

$$AX = bE_1 \quad (1)$$

其中 $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$ 是反映 E_1 影响的加权列向量, $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ 是网络变量构成的列向量,系数矩阵 A 是 $n \times n$ 阶方阵。网络变量 X_i 与 E_1 之间的网络函数为:

$$H(s) = \frac{X_i}{E_1} = \frac{b_1 \Delta_{1i} + b_2 \Delta_{2i} + \dots + b_n \Delta_{ni}}{\Delta} = \frac{N}{D} \quad (2)$$

式中 Δ 和 Δ_j 分别是 A 的行列式和一阶代数余子式。

若将信号源 E_1 换成受 X_i 控制的受控源, 且 $E_1 = -FX_i$, 则 $AX = -bFX_i$, 即:

$$\hat{A}X = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & (a_{1i} + b_1F) & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & (a_{2i} + b_2F) & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & (a_{ni} + b_nF) & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

增广矩阵 \hat{A} 的行列式可表示为:

$$\begin{aligned} \det \hat{A} &= (a_{1i} + b_1F) \Delta_{1i} + (a_{2i} + b_2F) \Delta_{2i} + \dots + (a_{ni} + b_nF) \Delta_{ni} \\ &= \Delta + F(b_1 \Delta_{1i} + b_2 \Delta_{2i} + \dots + b_n \Delta_{ni}) \\ &= D + FN \end{aligned} \quad (4)$$

利用鉴别符号 F , 很容易将 D 和 N 区分开, 从而求出网络函数 $H(s)$ 。

设图 1 所示的网络是由 R, L, C 和 VCCS 型受控源组成的 n 端网络, 如果用导纳 \hat{Y}_s 和受控源 $\hat{g}_m V_{km}$ 替换激励电流源 I_s , 得到封闭网络如图 2 所示, 其节点导纳矩阵 \hat{Y}_n 与原网络的节点导纳矩阵 Y_n 之间有如下关系:

$$\hat{Y}_n = Y_n + \begin{bmatrix} 1 & \dots & k & \dots & m & \dots & n-1 \\ 1 \left[\begin{array}{cccccccc} \hat{Y}_s & 0 & \dots & 0 & \hat{g}_m & 0 & \dots & 0 & -\hat{g}_m & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ n-1 \left[\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{array} \right. \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\det \hat{Y}_n = \det Y_n + \hat{Y}_s \Delta_{11} + \hat{g}_m (\Delta_{1k} - \Delta_{1m}) \quad (6)$$

如果用 \hat{Y}_s 和 $\hat{g}_m V_{km}$ 替换 I_s , 则有:

$$\det \hat{Y}_n = \det Y_n + \hat{Y}_s \Delta_{11} + \hat{g}_m \Delta_{1k} \quad (7)$$

可见, 将信号源进行适当的转换, 并求出转换后的封闭网络的节点导纳矩阵的行列式, 即可求出原网络的各种网络函数。

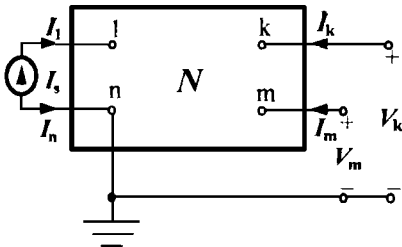


Fig. 1 N-port network

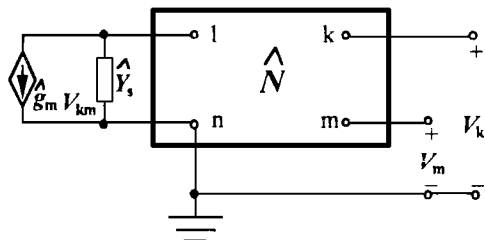


Fig. 2 Closed network of fig. 1

3 符号网络函数的计算

以图 3 为例, 将晶体管用电压控制电流源模拟, 并将信号源用 \hat{Y}_s 和 $\hat{g}_m V_0$ 替换, 得到封闭网络如图 4 所示。图中用 b_1, b_2, \dots, b_8 分别代表各支路, 画出封闭网络的电流图和电压图如图 5 所示。

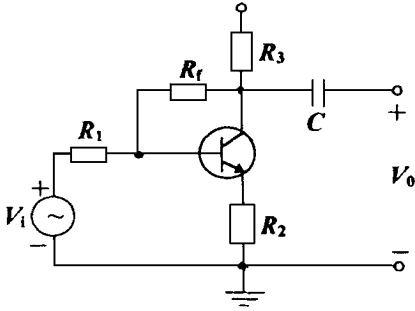


Fig. 3 Amplified circuit

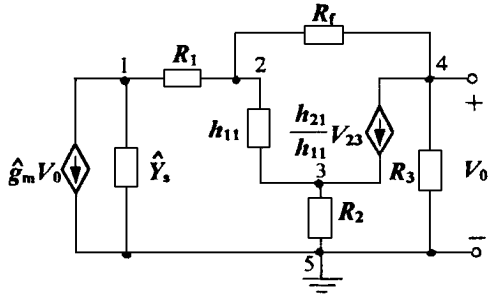


Fig. 4 Closed network of fig. 3

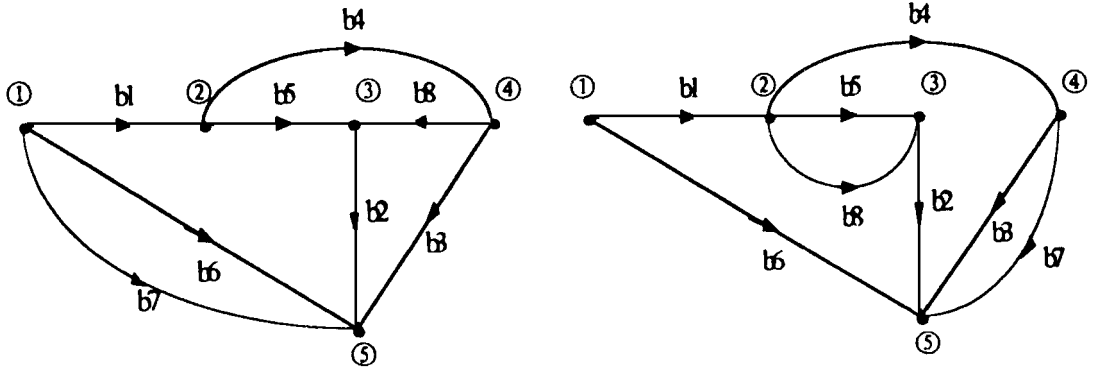


Fig. 5 Current graph and voltage graph

利用计算机求出电流图和电压图的所有共有树为(详见文献 1):

- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| + 1 2 3 4 | + 1 2 3 5 | + 1 4 5 7 |
| + 2 3 4 6 | + 1 2 3 6 | + 1 4 6 8 |
| + 1 3 4 5 | + 3 4 5 6 | + 1 4 7 8 |
| + 1 3 4 8 | + 3 4 6 8 | + 1 3 5 6 |
| + 1 2 4 5 | + 2 4 5 6 | + 1 3 6 8 |
| + 1 2 4 6 | + 2 4 6 8 | - 1 2 7 8 |
| + 1 2 4 7 | + 2 3 5 6 | |
| + 1 2 4 8 | + 1 4 5 6 | |

其中 $1, 2, \dots, 8$ 分别代表 b_1, b_2, \dots, b_8 。

所有共有树的树支导纳积的代数和即为 $\det \hat{Y}_n$, 由此可得:

$$\begin{aligned} \det \hat{Y}_n &= \frac{1+h_{21}}{h_{11}R_1R_f} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{1}{R_1R_2R_3} \left(\frac{1}{h_{11}} + \frac{1}{R_f} \right) \\ &+ \hat{Y}_s \left[\frac{1+h_{21}}{h_{11}} \left(\frac{1}{R_1R_3} + \frac{1}{R_1R_f} + \frac{1}{R_2R_f} + \frac{1}{R_3R_f} \right) \right. \\ &+ \left. \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{R_1R_3} + \frac{1}{R_1R_f} + \frac{1}{R_3R_f} + \frac{1}{R_3h_{11}} \right) \right] \\ &+ \hat{g}_m \left(\frac{1+h_{21}}{h_{11}R_1R_f} + \frac{1}{R_1R_2R_f} - \frac{h_{21}}{h_{11}R_1R_2} \right) \\ &= \det Y_n + \hat{Y}_s \Delta^{11} + \hat{g}_m \Delta^{14} \end{aligned} \quad (8)$$

输入阻抗

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \frac{\Delta_{11}}{\det Y_n} \\ &= \frac{(1+h_{21})[R_3(R_1+R_2)+R_2(R_1+R_f)]+h_{11}(R_1+R_3+R_f)+R_1R_f}{(1+h_{21})(R_2+R_3)+h_{11}+R_f} \end{aligned} \quad (9)$$

电压传输系数

$$\begin{aligned} A_v &= \frac{V_{45}}{V_{15}} = \frac{\Delta_{14}}{\Delta_{11}} \\ &= \frac{(1+h_{21})R_2R_3+h_{11}R_3-h_{21}R_3R_f}{(1+h_{21})[R_3(R_1+R_2)+R_2(R_1+R_f)]+h_{11}(R_1+R_3+R_f)+R_1R_f} \end{aligned} \quad (10)$$

4 结 束 语

描述线性、定常、松弛网络的网络函数是网络响应变量的拉氏变换与激励变量的拉氏变换之比。不论用什么样的网络方程计算网络函数, 最终都是在频域内计算网络方程系数矩阵的行列式和一阶代数余子式。本文通过对封闭网络进行分析, 一次就能以分离的形式将原网络的节点导纳矩阵的行列式和一阶代数余子式全部计算出来, 简化了分析过程, 而且计算结果中不含冗余项, 提高了网络全符号分析的效率。

参 考 文 献

- 1 滕玉鹃, 乐全根. 寻找公共树的一种计算机算法. 光学 精密工程, 1995, 3(6): 122~127
- 2 全茂达, 朱英辉. 符号网络函数与不定导纳矩阵. 北京: 高等教育出版社, 1984. 31~53

Computer-Aided Analysis of Symbolic Network Functions

TENG Yu-Juan

(*Department of Automation, Jilin Institute of Technology, Changchun 130012*)

Abstract

In this paper, the closed network is cited and analysed topologically by means of computer. The determinant and the first-order cofactors of the nodal-admittance matrix of the original network are obtained one time, so that the all symbolic network functions are gotten conveniently and rapidly.

Key words: Symbolic network function, Closed network, Nodal-admittance matrix

滕玉鹃 女, 1964年10月生。1991年毕业于武汉工学院, 获工学硕士学位。现在吉林工学院自动化系任教。