

# 用检流计测量透镜焦距

袁剑辉 周烈生 邹书文

(中山大学物理系, 广州 510275)

**摘要** 介绍用直流复射式检流计测量透镜焦距的原理和方法, 它适用于测量凸透镜和凹透镜并且有较高的测量精确度。

**关键词** 透镜 焦距 检流计

## 1 引言

测量透镜焦距的方法很多, 通常是采用几何光学方法进行测量, 由成像关系来确定透镜的焦距。但由于不可避免的像差的原因, 靠人眼的主观感觉来判断成像位置不易准确, 这是使测量结果产生误差的主要原因。本文介绍了用直流复射式检流计测量透镜焦距的方法, 让平行光束正入射待测透镜, 只要在光路中测出任意二点的光电流读数, 由光通量的基本概念出发, 就能计算该透镜的焦距, 它既可测薄凸透镜, 也可测薄凹透镜, 且测量方法与计算都很简单。由于是用检流计客观读数, 与像差无关, 因此测量结果有较高的精确度。

## 2 测量原理

如图1所示, 由 He-Ne 激光扩束后的平行光正入射在待测透镜 L 上, 从透镜 L 出来的光束被限制在以焦点 F 为顶点的两圆锥光束内, 很显然, 由于透镜对入射光束的反射和吸收, 损耗了一部分光能, 因此平行光束进入透镜 L 前的光通量和透过 L 后的光通量并不相同, 但从透镜 L 出来的两圆锥形光束中, 垂直于光轴的任一截面上所通过的光通量都是相等的。而且, 只要平行光束具有均匀的亮度, 上述任一截面上也就有均匀的照度。如果我们在两圆锥光束内放置一垂直于光轴的光电探测器, 比如与检流计相连的硒光电池或硅光电池, 测出任意两个位置上的光电流数, 由此可计算透镜的焦距。但在测量时必须注意, 光电池应该放置在光束截面略大于光电池窗口的位置上, 这样, 可减少光束在截面上因照度不均匀所带来的误差。

设所测透镜  $L$  的焦距为  $f$ , 半圆锥角为  $\theta$  通过透镜后的光通量为  $\Phi$  当光电窗口分别放在光路中  $A$ 、 $B$  两点时,  $A$ 、 $B$  距透镜  $L$  的距离分别为  $S_1$ 、 $S_2$ , 检流计上的读数分别为  $I_1$ 、 $I_2$ , 下面分几种情况讨论:

### 2.1 $A$ 在焦点 $F$ 的内侧, $B$ 在外侧

如图1所示, 光束在  $A$  点与光轴垂直的截面的面积为  $\pi[(f - S_1) \text{tg}\theta]^2$ , 设该截面上的照度为  $E_1$ , 则通过该截面的光通量为

$$\Phi = E_1 \pi [(f - S_1) \text{tg}\theta]^2$$

同理, 在  $B$  点, 与光轴垂直的截面上通过的光通量为

$$\Phi = E_2 \pi [(S_2 - f) \text{tg}\theta]^2$$

由于  $\Phi = \Phi$ , 得

$$E_1 (f - S_1)^2 = E_2 (S_2 - f)^2$$

因光电工作在线性范围, 其上的照度与其产生的光电流成正比, 在  $A$ 、 $B$  两点的光电上分别有

$$E_1 = K I_1 \quad , \quad E_2 = K I_2$$

把它们代入上式, 得

$$I_1 (f - S_1)^2 = I_2 (S_2 - f)^2$$

得待测透镜  $L$  的焦距为

$$f = \frac{\frac{I_1 S_1}{I_1 + I_2} + \frac{I_2 S_2}{I_1 + I_2}}{1} \quad (1)$$

### 2.2 $A$ 、 $B$ 同在焦点 $F$ 的内侧

如图2所示, 在  $A$ 、 $B$  两点, 与光轴垂直的截面上所通过的光通量分别为

$$\Phi = E_1 \pi [(f - S_1) \text{tg}\theta]^2$$

$$\Phi = E_2 \pi [(f - S_2) \text{tg}\theta]^2$$

按前面分析, 得

$$I_1 (f - S_1)^2 = I_2 (f - S_2)^2$$

得待测透镜焦距为

$$f = \frac{\frac{I_1 S_1}{I_1 - I_2} - \frac{I_2 S_2}{I_1 - I_2}}{1} \quad (2)$$

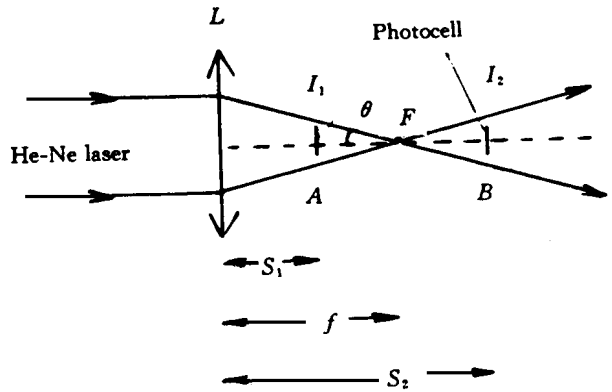


Fig. 1  $A$  is at the in-side of focus while  $B$  out-side

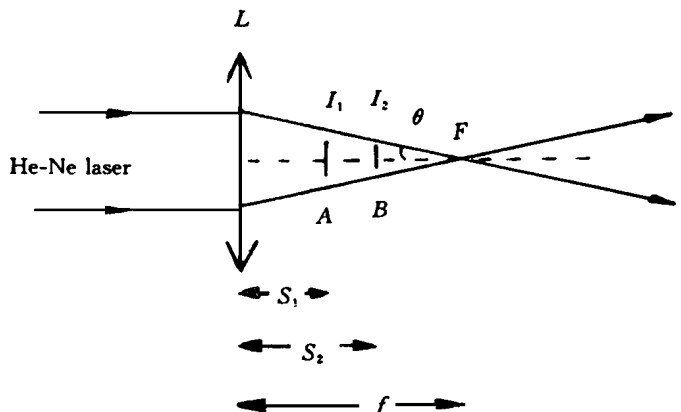


Fig. 2 Both  $A$  and  $B$  are at the in-side of focus

### 2.3 A、B 同在焦点 F 的外侧

如图3所示。在 A、B 两点, 与光轴垂直的截面上通过的光通量分别为

$$\Phi_1 = E_1 \pi [(S_1 - f) \operatorname{tg} \theta]^2$$

$$\Phi_2 = E_2 \pi [(S_2 - f) \operatorname{tg} \theta]^2$$

仍按上述分析, 得

$$I_1 (S_1 - f)^2 = I_2 (S_2 - f)^2$$

则所测焦距为

$$f = \frac{\overline{I_1 S_1} - \overline{I_2 S_2}}{\overline{I_1} - \overline{I_2}} \quad (3)$$

对凹透镜情况亦同样分析。

### 2.4 A、B 两点只能在焦点的同一侧

在此情况下, 如图4所示。

在 A、B 两点, 与光轴垂直的截面上通过的光通量分别为

$$\Phi_1 = E_1 \pi [(-f + S_1) \operatorname{tg} \theta]^2$$

$$\Phi_2 = E_2 \pi [(-f + S_2) \operatorname{tg} \theta]^2$$

仍如上述分析, 得

$$I_i (-f + S_i)^2 = I_2 (-f + S_2)^2$$

得凹透镜的焦距为

$$f = \frac{\overline{I_1 S_1} - \overline{I_2 S_2}}{\overline{I_1} - \overline{I_2}} \quad (4)$$

一面(1)(2)(3)(4)式就是在测量薄凸透镜及薄凹透镜时, 将光电池窗口放在圆锥形

光束中不同位置时的焦距表达式, 我们可以把(1)(2)(3)(4)式归纳为一个式子

$$f = \frac{\overline{I_1 S_1} \pm \overline{I_2 S_2}}{\overline{I_1} \pm \overline{I_2}} \quad (5)$$

(5)式中,  $f$ 、 $S_1$ 、 $S_2$  均以透镜中心为原点, 顺光路为正。

通过对图1-图4及表达式(5)的分析, 我们可得出对测量薄透镜焦距的简要表述: 不论待测透镜是薄凸透镜还是薄凹透镜, 若光电池窗口的两个测点 A、B 处在焦点的同一侧(即 A、B 同在焦点的内侧或同在焦点的外侧), 则待测透镜的焦距由(5)式取“-”号计算; 若两测点 A、B 分别处在焦点的两侧(即一在焦点的内侧, 一在焦点的外侧), 则所测透镜的焦距由(5)式取“+”号计算。若(5)式计算结果  $f > 0$ , 则待测透镜为凸透镜, 若  $f < 0$ , 则为凹透镜。

需要说明的是, 在测量时可用白纸作屏来观察圆锥光束截面大小变化情况, 很容易判断测

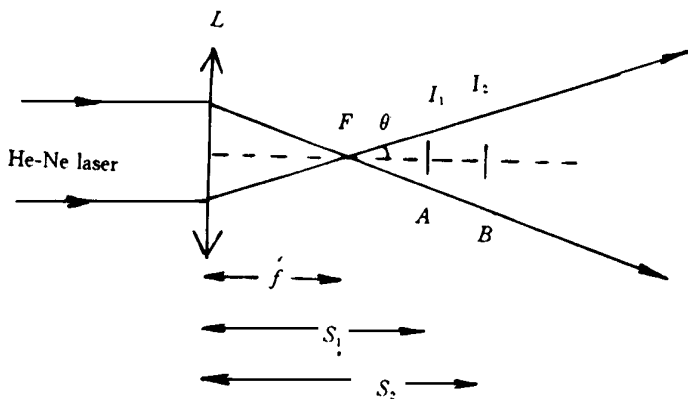


Fig. 3 Both A and B are at the outside of focus

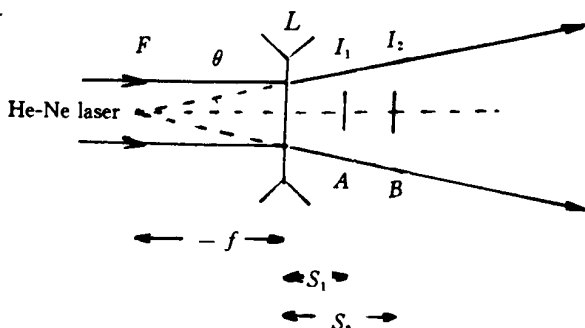


Fig. 4 Both A and B are at the same side of focus

点 A、B 是在焦点的内侧还是外侧,从而确定对(5)式中的“±”号是取“+”号还是取“-”号来计算待测透镜的焦距。

1) 1,2测点:对应图2,  $S_1 = 5.65\text{cm}$ ,  $I_1 = 51.4$ ,  $S_2 = 6.95\text{cm}$ ,  $I_2 = 100.7$ ,由(5)式取“-”号计算

$$f = \frac{\overline{51.4} \times \overline{5.65} - \overline{100.7} \times \overline{6.95}}{51.4 - 100.7} = 10.20(\text{cm})$$

2) 3,4测点:对应图3,  $S_1 = 13.75\text{cm}$ ,  $I_1 = 102.2$ ,  $S_2 = 14.10$ ,  $I_2 = 84.4$ ,由(5)式取“-”号计算

$$f = \frac{\overline{102.2} \times \overline{13.75} - \overline{84.4} \times \overline{14.10}}{102.2 - 84.4} = 10.26(\text{cm})$$

3) 2,3测点:对应图1,  $S_1 = 6.95\text{cm}$ ,  $I_1 = 100.7$ ,  $S_2 = 13.75\text{cm}$ ,  $I_2 = 102.2$ ,由(5)式取“+”号计算

$$f = \frac{\overline{100.7} \times \overline{6.95} - \overline{102.2} \times \overline{13.75}}{100.7 - 102.2} = 10.36(\text{cm})$$

按图1由(5)式取“+”号计算的还有

4) 1,4测点:  $f = 10.40\text{cm}$

5) 1,3测点:  $f = 10.39\text{cm}$

6) 2,4测点:  $f = 10.37\text{cm}$

上面是同一透镜对四个测点作不同组合的焦距  $f$  的计算,与其标算值  $10.019\text{cm}$  相比,表明了有比较满意的测量结果,从而验证了本文介绍的实验方法和计算表达式的可靠性,为测量透镜焦距开拓了一种新的测量方法。

我们还对二个焦距不同的凸透镜及一个凹透镜作过测量,结果如表1所示。

Table 1 The measured data from different lenses

lens	postion of A and B	$S_1$ (cm)	$I_1$	$S_2$ (cm)	$I_2$	$f$ (cm)
convex <sub>1</sub>	Fig. 1	8.15	89.5	21.8	82.7	14.84
convex <sub>2</sub>	Fig. 3	7.25	82.5	8.37	35.3	5.13
concave	Fig. 4	5.8	99.8	7.75	79.0	-9.93

### 3 测量方法

为了能取得满意的测量效果,必须对仪器进行调节和注意对器件的选用。

#### 3.1 平行光

可用常用的平行光管未产生平行光,若光管的通光孔径大于待测透镜的孔径,必须在透镜前加一圆孔光阑,使透镜的透光面积刚能充满透镜 L。也可选用分光计上的平行光管,如杭州光学仪器厂的 JYJ 型1 分光计,其平行光管的通光孔径  $23\text{mm}$ ,适合对一般透镜的测量。由于此光管狭缝前面已装有一小块毛玻璃片,而毛玻璃能起漫射作用,使光管出来的平行光束有均匀的亮度,从而在圆锥光束各截面上能获得比较的均匀的照度。不论采用何种平行光管,都要对平行光进行仔细的调节。

### 3.2 共轴调节

将平行光管、待测透镜和光电池都放在光具座上, 调节它们的中心处在导轨平行的直线上, 使光电池在导轨上移动时, 其圆孔窗口的中心保持与圆锥光束截面的中心重合。

### 3.3 光电池

探测器可用硅光电池或硒光电池, 为了使它们工作在线性范围, 平行光的亮度不能太强, 可通过调节狭缝宽度来改变亮度。光电池装在盒子里, 其圆孔窗口不能太大, 以孔径5-10mm, 为宜, 适合测量不同焦距的透镜。

### 3.4 检流计

可采用内阻较小的直流复射式检流计(或数字式检流计), 测量时可通过调节平等光的亮度, 使检流计在 $\times 0.1$ 档内工作, 这样可避免检流计换档测量带来的误差, 同时由于在这一衰减档测量时亮度不太强, 可使光电池在线性范围内工作。

### 3.5 测量

测量时光电池盒平面要与导轨垂直, 并且两个测点A、B不要相互离得太远, 光电池盒所在的圆锥光束的截面要略大于光电池的圆孔窗口。这样, 可减少光束在传播过程中能量的损耗和同一截面照度不均匀所带来的测量误差。可将两个测点A、B选择在焦点附近, 有利于提高测量精确度。

## 4 测量举例

我们用小功率 He-Ne 激光、JJY 型 1 分光计上的平行光管、圆孔窗口孔径为5mm 的硒光电池及 AC15/2型检流计 ( $\times 0.1$  档测量), 对实验室常用的、孔径为36mm、焦距标算值为10.019cm 的薄凸透镜进行测量。表2是光电池窗口置放在焦点内外侧的四个不同位置(如图5所示)的测量结果。

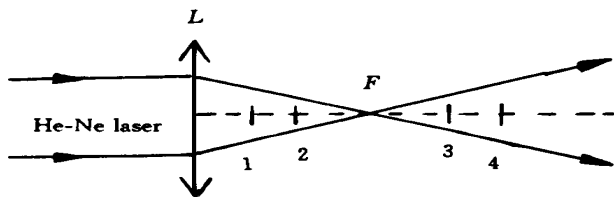


Fig. 5 The four detected point of photocell

表2中1、2、3、4表示光电池置放在不同测点的编号,  $S$  是各测点至透镜的距离,  $I$  是各测点的光电流读数。

下面用表2中不同测点的数据来计算焦距  $f$ 。

Table 2 The data at different detected point

test point	1	2	3	4
$S$ (cm)	5.65	6.95	13.75	14.10
$I$	51.4	100.7	102.2	84.4

## 5 结果分析

从上面的测量举例可以看到, 对每一次焦距  $f$  的计算, 都是单独一次的测量结果。下面我们通过误差传递的基本公式对焦距  $f$  作误差估算, 通过分析系统误差, 找出测量焦距  $f$  的最佳

方式。

由(5)式得焦距 $f$ 的误差

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial I_1} \Delta I_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial I_2} \Delta I_2 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial S_1} \Delta S_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial S_2} \Delta S_2 \right| \quad (6)$$

其中

$$\frac{\partial f}{\partial I_1} = \frac{1}{I_1 \pm I_2} \cdot \frac{S_1 - f}{2 I_1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial I_2} = \frac{1}{I_1 \pm I_2} \cdot \frac{\pm S_1 - f}{2 I_2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial S_1} = \frac{I_1}{I_1 \pm I_2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial S_2} = \frac{\pm I_1}{I_1 \pm I_2}$$

把它们代入(6)式,得

$$\Delta f = \frac{1}{I_1 \pm I_2} \cdot \left[ \frac{|S_1 - f|}{2 I_1} \Delta I_1 + \frac{\pm |S_2 - f|}{2 I_2} \Delta I_2 + \frac{I_1 \Delta S_1 + \pm I_2 \Delta S_2}{2} \right] \quad (7)$$

由于 $\Delta I_1 = \Delta I_2 = \Delta I$ ,  $\Delta S_1 = \Delta S_2 = \Delta S$ , 其中 $\Delta I = \Delta S$ 分别表示检流计、光具座毫米尺上最小分格的读数误差,(7)式可写成

$$\Delta f = \frac{1}{I_1 \pm I_2} \cdot \left[ \left( \frac{|S_1 - f|}{I_1} + \frac{\pm |S_2 - f|}{I_2} \right) \Delta I / 2 + \left( \frac{I_1}{I_1 \pm I_2} + \frac{\pm I_2}{I_1 \pm I_2} \right) \Delta S \right] \quad (8)$$

式中“ $\pm$ ”号的含义与(5)式等同。

由于 $(\frac{I_1}{I_1 \pm I_2} + \frac{\pm I_2}{I_1 \pm I_2}) > (\frac{I_1}{I_1 - I_2} - \frac{I_2}{I_1 - I_2})$ ,  $|+ S_2 - f| < |- S_2 - f|$ , 因此(8)式中取“+”号时所算得的 $\Delta f$ 要小于取“-”号时所算得的 $\Delta f$ (对凹透镜不能比较,因为它只能按(5)式中的“-”号而不能取“+”号计算)。也就是说,当光电池的测点 $A$ 、 $B$ 分别在焦点的两侧时,由(5)式取“+”号计算的焦距 $f$ 误差小,而光电池的测点 $A$ 、 $B$ 均在焦点的同一侧时,由(5)式取“-”号计算的焦距 $f$ 误差较大。因此在测量中采用不同的测点,其计算公式不同,也就有不同的系统误差。

以 $\Delta I = 0.5$ (格),  $\Delta S = 0.05$ (厘米)最大读数误差来考虑并代入(8)式,对前述测量举例中各焦距 $f$ 逐一按(8)式作误差计算,将各焦距 $f$ 的结果表达如下:

表1:

$$1) 1, 2 \text{ 测点, } f = 10.2 \pm 0.5(\text{cm}), \frac{\Delta f}{f} = 5\%$$

$$2) 3, 4 \text{ 测点, } f = 10 \pm 2(\text{cm}) \quad \frac{\Delta f}{f} = 20\%$$

$$3) 2, 3 \text{ 测点, } f = 10.36 \pm 0.06(\text{cm}) \quad \frac{\Delta f}{f} = 0.6\%$$

$$4) 1, 4 \text{ 测点}, f = 10.40 \pm 0.07 (\text{cm}) \quad \frac{\Delta f}{f} = 0.7\%$$

$$5) 1, 3 \text{ 测点}, f = 10.39 \pm 0.06 (\text{cm}) \quad \frac{\Delta f}{f} = 0.6\%$$

$$6) 2, 4 \text{ 测点}, f = 10.37 \pm 0.06 (\text{cm}) \quad \frac{\Delta f}{f} = 0.6\%$$

表2:

convex <sup>1</sup>	$f = 14.8 \pm 0.07 (\text{cm})$	$\frac{\Delta f}{f} = 0.5\%$
convex <sup>2</sup>	$f = 5.1 \pm 0.2 (\text{cm})$	$\frac{\Delta f}{f} = 4\%$
concave	$f = 10 \pm 1 (\text{cm})$	$\frac{\Delta f}{f} = 10\%$

比较上面误差计算结果可以看出,当光电池测点 A、B 分别在焦点两侧时,它们的误差最小,绝对误差  $\Delta f < 0.1 \text{cm}$ ,相对误差  $\frac{\Delta f}{f} < 1\%$ ;而测点 A、B 处在焦点时同一侧时,它们的误差大,绝对误差  $\Delta f > 0.2 \text{cm}$ ,相对误差  $\frac{\Delta f}{f} > 4\%$ 。因此,测凸透镜焦距时,应将光电池放在焦点两侧测量,由(5)式取“+”号计算,其系统误差最小。而对凹透镜焦距的测量,只能将光电池放在焦点的同一侧测量,由(5)式取“-”号计算。

#### 参 考 文 献

- 1 林抒,龚镇雄.普通物理实验.北京:人民教育出版社,1981,377~382
- 2 福里其. C3,季莫列娃 A B.普通物理学.吉林大学物理系普通物理教研室,程路合译.北京:人民教育出版社,1963,355~359

## The Measurement of Focal Length of A lens With Galvanometer

YUAN Jian-Hui, ZHOU Lie-Sheng, ZOU Shu-Wen

(Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275)

#### Abstract

The principle and method of measuring focal length of a lens by use of D. C. multiplex reflecting galvanometer are introduced. It is valid for both convex and concave lenses and has a comparative high precision.

**Key words:** Lens, Focal length, Luminous flux, Galvanometer

袁剑辉 男,1944年出生。1969年毕业于中山大学物理系,副教授。一直从事普通物理实验教学工作,发表论文十多篇。