

空间测绘相机的计算机辅助优化设计

单宝忠 卢 镔 武克用

(中国科学院长春光学精密机械研究所 长春 130022)

摘要 阐述了设计灵敏度分析和优化技术在空间相机设计中的重要性,并介绍了设计灵敏度分析和优化设计的原理及方法在MSC/NASTRAN中的应用。本文在MSC/NASTRAN有限元分析的基础上以光机系统的要求为评价指标,对某空间测绘相机进行了设计灵敏度分析及优化设计,有效地改进了设计。

关键词 设计灵敏度分析 优化设计 空间相机

空间相机所要达到的地面覆盖面积越来越大,地面分辨力也越来越高。相机功能的多样化,使得某些空间相机及其运载平台很庞大。然而,空间相机重量的增加,还增加了相机发射及空间运行维护的费用,使其精度、尺寸稳定性等受到相应的影响,空间相机的轻量化问题就变得越来越突出。在轻量化过程中,为在不降低整机性能的前提下降低质量,不仅要选用较轻的材料,而且要使用简捷可靠的结构。设计者要决定采用何种材料以及如何确定各结构尺寸的匹配。为了达到轻量化的目的,在结构上要尽量考虑采用比刚度大的材料,或通过减小仪器零部件的尺寸来减小质量。对结构复杂的大型仪器则必须采用灵敏度分析及优化技术。

优化和设计灵敏度是密切相关的两个概念。设计灵敏度分析用来计算结构响应对设计参数变化的变化率。这些设计参数通常是指设计变量,可以用来代表壳的厚度、梁的截面积尺寸等。这些变化率(偏导数)即为设计灵敏度系数;设计优化是指改进设计的过程。在MSC/NASTRAN中,设计优化由优化器来完成。优化器是用来寻找最佳设计的计算器。设计灵敏度系数用来协助优化器完成搜索过程。

1 设计灵敏度分析

设计灵敏度分析用来计算结构响应对设计变量变化的变化率,这些偏导数给优化器提供重要的梯度信息。灵敏度分析可以对结构修改进行预测,是结构修改的依据。为了达到同一修改目的,可以有不同的修改部位和方法,因此需要分析如何修改才是最为有效合理的,这一技

术便是灵敏度分析。比如对于小修改,可以推导出各响应对于各尺寸参数改变的斜率,斜率大者灵敏度高。同样,还可以考查修改后引起的不必要的副作用。如不希望改变的特性是否有了不利的改变等。通常,灵敏度分析给出的只是改变趋势,而不是改变幅值上的预测。计算灵敏度系数后,可以用得到的灵敏度信息来进行设计参数的研究。

一个设计灵敏度系数定义为某特定响应品质 r 相对于设计变量 x 的变化率。这些系数是某个响应对一个独立设计变量的偏导数。位移是设计变量的显式方程:

$$u = u(x) \quad (1)$$

其他设计响应可以是这些位移的复合函数,响应 r 也是设计变量的显式,其对变量 x 的函数可写为:

$$r = r[u(x)] \quad (2)$$

灵敏度系数

$$\lambda_j = \left. \frac{\partial r_j}{\partial x_i} \right|_{x^0} \quad (3)$$

这里 x_i 表示第 i 个设计变量, r_j 表示第 j 个响应。所说的响应是指目标函数和起作用约束。这些响应对于设计变量改变的灵敏度,可由一阶向前有限差分近似表示为:

$$\frac{\partial r_j}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta r_j}{\Delta x_i} = \frac{r_j(x^0 + \Delta x_i, u^0 + \Delta u) - r_j(x^0, u^0)}{\Delta x_i} \quad (4)$$

式(4)解释为响应关于设计变量和位移函数两者的函数关系。量 Δu 可由下式计算

$$\Delta u = \frac{\partial \Delta u}{\partial x_i} \Delta x_i \quad (5)$$

式(5)要求位移灵敏度要已知。此位移灵敏度可由静平衡方程的微分计算:

$$[K]\{u\} = \{P\} \quad (6)$$

得到

$$[K] \frac{\partial \{u\}}{\partial x_i} = \frac{\partial \{P\}}{\partial x_i} - \frac{\partial [K]}{\partial x_i} \{u\} \quad (7)$$

此方程在 MSC/NASTRAN 中求解以获得位移灵敏度。一旦这些已知,所有响应的灵敏度就可由式(4)得到。

2 优化设计

基本的优化问题描述如下:

$$\text{目标函数 } \text{Minimize } F(\vec{x}) \quad (8)$$

$$\text{不等约束 } \text{Subject to } g_j(\vec{x}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, M \quad (9)$$

$$\text{等式约束 } h_k(\vec{x}) = 0 \quad (10)$$

$$\text{边界约束 } x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad (11)$$

$$\text{设计变量 } \vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

MSC/NASTRAN 中的优化算法是基于梯度的算法,除函数值外,还要用函数梯度来帮助数值寻优。优化过程:通过计算梯度 $\nabla F(\vec{x})$ 和 $\nabla g_j(x)$, 确定可行搜索方向向量 \vec{S} ; 沿此方向向量执行一维搜索, 确定步长系数 α^* ; 设定新设计点 $\vec{x}^q = \vec{x}^{q-1} + \alpha^* \vec{S}$, 进行收敛性检验, 如果满

足, 则结束。否则重复上述过程。

2.1 确定搜索方向

对单一独立变量, 一阶向前插值为

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (12)$$

Δx 为 x 方向的微小变量。

多数情况下, 设计变量为向量, 其偏导数的合成矢量或梯度可写为

$$\nabla F(\vec{x}) = \begin{Bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial \alpha_n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{F(x + \Delta x_1) - F(x)}{\Delta x_1} \\ \vdots \\ \frac{F(x + \Delta x_n) - F(x)}{\Delta x_n} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

此梯度向量方向目标函数增长最快。如果要使目标函数的值最小, 就沿梯度的负方向移动, 目标函数梯度的负方向 \vec{S} 为最速下降的方向, 此方向目标函数下降最快, 即为搜索方向。

$$\vec{S} = -\nabla F \quad (14)$$

2.2 确定最大步长

确定搜索方向后, 继续向下搜索直到满足约束边界或沿此方向达到最低点。这要求在给定方向上走若干步, 同时要估算函数值。对一个给定搜索方向 \vec{S} 和设计变量向量 \vec{x} , 在某一搜索方向上的最优设计可写作:

$$\vec{x} = \vec{x}^0 + \alpha^* \vec{S} \quad (15)$$

这时, 设计变量维数由 n 变为 1, 参数为 α^* , 此过程变为一维搜索。当搜索完成时, 得到了此特定方向上的最佳设计。此值定义为 α^* 。此时,

$$\begin{aligned} F &= F(\vec{x}^0 + \alpha^* \vec{S}) \\ g_j &= g_j(\vec{x}^0 + \alpha^* \vec{S}) \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (16)$$

由 $F(\alpha^*)$ 的麦克劳林级数对 α^* 的一阶导数可得此 α^*

$$F(\vec{x}^q) = F(\vec{x}^{q-1} + \alpha^* \vec{S}) \quad (17)$$

其麦克劳林级数的一阶近似表示为

$$F(\vec{x}^q) = F(\vec{x}^{q-1}) + \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial F(\vec{x}^{q-1})}{\partial \alpha_i} \right] \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial \alpha^*} \right] \right\} \alpha^* \quad (18)$$

或

$$F(\vec{x}^q) = F(\vec{x}^{q-1}) + \left[\frac{dF(\vec{x}^{q-1})}{d\alpha^*} \right] \alpha^* \quad (19)$$

$$\frac{dF(\vec{x}^{q-1})}{d\alpha^*} = \nabla F(\vec{x}^{q-1}) \cdot \vec{S} \quad (20)$$

$$\alpha_{est}^* = \frac{0.1 |F(\vec{x}^{q-1})|}{\left[\frac{dF(\vec{x}^{q-1})}{d\alpha^*} \right]} \quad (21)$$

此 α_{est}^* 使目标函数减小 10%。同样, 对约束条件:

$$\alpha_{est}^* = \frac{g_j x^{q-1}}{d g_j (x^{q-1})} \quad (22)$$

取最小的 α_{est}^* 作为最大步长。

由式(15)可得出设计空间的新起点。重复上述过程,直到满足要求为止。

2.3 收敛判断

在数值优化过程中,必须定义优化的收敛条件,每一周期所得的设计与此条件相对比,检验是否已达到优化目标。在 MSC/NASTRAN 中,由 Kuhn-Tucker 条件来定义。

MSC/NASTRAN 中用的近似方程采用目标函数和约束条件的泰勒级数展开,对一个目标函数 $f(x)$, 一个已知值 $f(x^0)$ 在独立变量变化 Δx 时的无限级数为:

$$f(x^0 + \Delta x) = f(x^0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x^0} \cdot \Delta x + \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x^0} \cdot \frac{\Delta x^2}{2} + \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_{x^0} \cdot \frac{\Delta x^3}{3} + \dots \quad (23)$$

这要求所有 $f(x^0)$ 在 x^0 的各阶导数已知,但这通常很困难,要近似表示为:

$$f(x^0 + \Delta x) = f(x^0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x^0} \cdot \Delta x \quad (24)$$

Δx^2 及更高阶项被略去,其近似级别为 Δx^2 。

对设计变量为向量的情况,目标函数和约束变成:

$$\begin{aligned} F(\vec{x}^0 + \Delta \vec{x}) &= F(\vec{x}^0) + (\nabla F)_{x^0} \cdot \Delta \vec{x} \\ g_j(\vec{x}^0 + \Delta \vec{x}) &= g_j(\vec{x}^0) + (\nabla g_j)_{x^0} \cdot \Delta \vec{x} \end{aligned} \quad (25)$$

判断获得最优解的依据是 Kuhn-Tucker 条件。对无约束的情况,目标函数梯度为 0。对有约束的情况,控制方程为拉格朗日函数

$$L(\vec{x}, \vec{\lambda}) = F(\vec{x}) + \sum_{j=1}^M \lambda_j g_j(\vec{x}) \quad \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (26)$$

系数 λ_j 称为拉格朗日乘子。

Kuhn-Tucker 条件表明:拉格朗日函数 $L(\vec{x}, \vec{\lambda})$ 在最优设计点 \vec{x}^* 处的梯度必须为 0。同时,考虑到原始优化目标函数和不等约束条件、等式约束。Kuhn-Tucker 优化的必要条件为

条件 1 \vec{x}^* 在可行域内,是可行的。对所有 $j, g_j(\vec{x}^*) \leq 0$

条件 2 $\lambda_j g_j(\vec{x}^*) = 0$

条件 3 $\nabla F(\vec{x}^*) + \sum_{j=1}^M \lambda_j \nabla g_j(\vec{x}^*) = 0 \quad \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (27)$

条件 2 表明,对于不起作用约束,拉格朗日乘子为 0。

这些条件的物理解释为:目标函数的梯度和 λ_j 倍起作用约束的梯度的矢量和必须为 0。

3 设计灵敏度分析及优化实例

以某空间测绘相机为例,进行灵敏度分析及优化。有限元模型如图 1 所示。由于结构多为薄壁板及筒,有限元模型以壳单元为主,同时,壳单元在优化过程中也便于变量选择和控制。单元数为 7042,节点数为 9211。

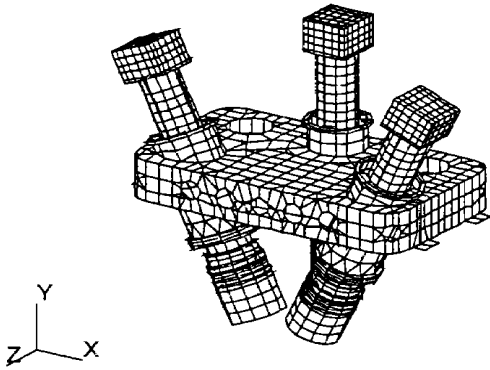


Fig. 1 Finite elements of a space plotting telescope

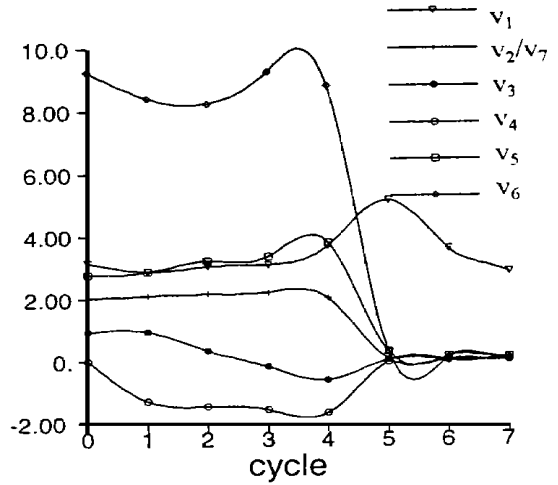


Fig. 2 Sensitivity coefficient of the first frequency

在有限元优化设计模型建立时, 选取壳单元的厚度作为设计变量, 根据各部分结构的位置及在结构中的作用, 选则了七个设计变量, 分别为: CCD 箱壁 v_3 、支架上板 v_1 、遮光筒壁 v_4 、支架支筒 v_6 、支架边框 v_7 、光学镜筒 v_2 、支架筋板 v_5 。其变量定义符号及初始参数值如下表所示。

Table 1 List of design variables

design variable	associated parameter	initial value	lower limit	upper limit	design variable	associated parameter	initial value	lower limit	upper limit
1	V_1	5	1	20	5	V_5	5	1	20
2	V_2	3	1	10	6	v_6	5	1	20
3	v_3	3	2	10	7	v_7	5	1	20
4	v_4	3	1	10					

灵敏度分析及优化模型以轻量化为目标, 目标函数为质量最小。同时考虑到光学系统对机械系统静、动态刚度的要求, 以最小一阶固有频率和自重条件下静态变形为约束条件, 进行灵敏度分析及优化设计。

3.1 灵敏度分析

本例计算了总体质量、一阶固有频率、静态变形对各变量的灵敏度系数, 这里只列出一阶固有频率对各设计变量的灵敏度系数, 如图 2 所示。

由图 2 可以看出, 一阶固有频率对支架筋板的灵敏度最高, 通过对支架筋板的修改, 可最大限度地改变频率值。同时, 注意到, 在 5 次迭代之后, 各设计变量的灵敏度趋近于 0, 说明此设计点的一阶固有频率对各设计变量的偏导数为 0, 是此优化目标的极值点。可作为优化的目标。

3.2 优化设计

对上例进行优化, 通过 8 次迭代, 达到了优化目标, 各变量每次迭代的变化如图 3 所示。目标函数及约束条件的变化历程如图 4 所示。通过优化, 可以看到, 图 3、图 4 中各曲线的末端接近水平, 说明各设计变量和目标函数都已经收敛, 达到了优化目标。

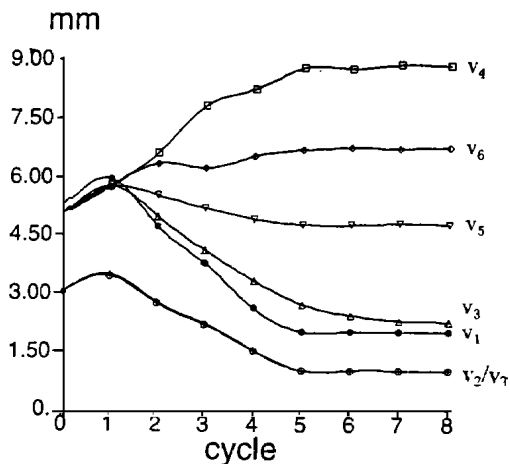


Fig. 3 Design variables and the number of iteration

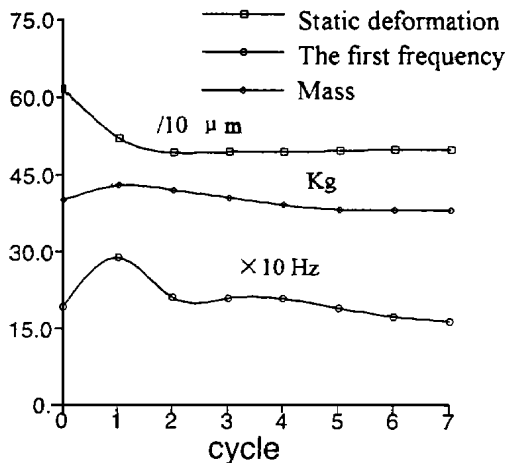


Fig. 4 Object function and restraint and the number of iteration

优化结果显示, 整机质量由初始的 39.8695 kg 降低到 37.9538 kg, 一阶频率为 162.766 Hz 满足最低 160 Hz 的要求, 而静态变形也由 6.1497 μm 减小为 4.9941 μm 。

所有数据都表明, 通过优化设计, 有效地改进了设计, 达到了优化的目标。

4 结 论

利用有限元灵敏度分析及优化设计, 对复杂的大型空间光学仪器进行设计改进是行之有效的。

通过对某空间测绘相机的分析, 可以看到, 在改进整机的动态、静态刚度的同时, 有效地减小了重量, 达到了设计优化的目的。

参 考 文 献

- 1 Moore Gregory J, Ph.D. M sc/Nastran Design Sensitivity and Optimization MSC/Nastran User's Guide, Version 68

Design Sensitivity Analysis and Optimization of Space Telescope

SHAN Bao-Zhong, LU E, WU Ke-Yong
(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

Abstract

The importance of design sensitivity analysis and optimization technology is expounded. The principle and method of design sensitivity analysis and optimization technology are used in MSC/NASTRAN. Using the finite element program MSC/NASTRAN, the paper used the technology on a space telescope basing on the optical and mechanical system's requirements, and improved it effectively.

Key words: Design sensitivity analysis, Optimization design, Space telescope

单宝忠 男, 生于 1970 年 3 月, 1996 年获吉林工业大学机械学硕士学位, 现为中国科学院长春光学精密机械研究所博士研究生, 主要从事光学仪器的整机力学分析及优化工作。