

镜面面型误差的曲面方程处理方法

吴清文

(中国科学院长春光学精密机械研究所 长春 130022)

摘要 在论述 Zernike 多项式的优缺点的基础上, 提出用曲面方程处理方法来处理镜面面型。最后, 讨论了曲面方程法的适应性和局限性。

关键词 面型 误差 最小二乘法 均方根

1 引言

镜面表面变形带来了光学性能的降低, 对于天文光学和空间光学中的小像差系统, 比较适合于用变形引起的波面误差(镜面的起伏)的方法来评价镜面的面型质量。自从 1934 年 F. Zernike 构造出 Zernike 多项式^[1]以来, 它一直被光学界用以表示镜面面型或光学系统的波差, 并在工程项目中得到广泛应用^[2-11], 是因为它具有如下两方面的优点:

(1) 在单位圆上正交。函数系的正交使不同多项式的系数相互独立, 对消除偶然因素的干扰很有利。

(2) 和光学设计者惯用的 Seidel 像差系数很容易建立起联系。如果空间相机能自动消除某项像差(如离焦), 则可去掉该像差项, 然后求取相应的残余面型误差作为镜面的面型误差, 从而获得最佳的面型或波差。

然而光学镜面往往并不完全满足 Zernike 多项式的条件, 比如镜面由于中心开孔或形状并不为圆形(如长条镜), 而使 Zernike 多项式的各项失去正交性。另外, 在计算过程中采用最小二乘法求系数, 当多项式的阶数增至较多时求解极不稳定, 系数矩阵可能有严重病态, 反而影响了其求解精度。这样对高精度镜面的面型处理不利, 因而本文拟采用结构设计人员较为熟知的曲面方程(以常见的球面为例)处理方法来衡量镜面的面型误差。

2 用标准球面方程处理镜面面型误差

2.1 方法的提出及假设

一个球面镜组件, 在载荷作用下, 镜面上的每一点的位移由以下三个因素组成:

(1) 镜面面型的变化, 即相对于设计标准球面的偏离(实际上, 任何一个球面镜加工完成之后总是存在面型误差的, 已经偏离了标准球面);

(2) 球面的曲率半径的偏离;

(3) 球面的球心 $O(a, b, c)$ 位置的偏离。

前两个因素在光学设计时对球面镜本身提出精度要求, 即面型误差和半径误差要求。往往半径误差的允许值在几何尺度上比面型精度大 4~5 个数量级, 同时半径误差可以通过调整光学元件之间的间隔或通过调焦方式来补偿。球心的偏离指标通常是对装配、校正以及光机结构的稳定性提出的, 其允许误差的几何尺度也比面型精度大几个数量级, 并且球心的轴向位移也可以通过调焦获得补偿。因此镜面面型误差的曲面方程处理法基于以下两点假设:

(1) 镜面变形为线性微小变形;

(2) 镜面的总体形状尚未发生变化, 也即如果变形前镜面是球面, 变形后依然保持球面的总体形状。

通过有限元法进行工程分析, 我们可以求出标准镜面上一系列节点在载荷作用下的新坐标位置, 可以将这些点拟合出一个具有新的半径和球心位置的新球面。然后分别考察面型误差、半径偏差、球面位移(其中包括两个镜面倾斜、两个横向位移和一个镜面轴向位移)是否满足光学设计对镜面提出的允许偏差指标。至于这时它已引入的像差及其组成情况, 对光机系统工程分析人员来讲并不十分关心, 因为其任务是保证光学元件的统计面型精度以及镜面的空间位置稳定性, 所以产生了本文要讨论的方法。

2.2 球面面型误差处理的基本步骤

标准球面方程的拟合, 实际上是要根据变形数据找到满足残差平方和最小的标准球面方程

$$R^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 \quad (1)$$

确定其中的常数 R, a, b 和 c 。理论上说, 任何一组不共面的四点均能决定一个球面。这种拟合方法, 可以将镜面上的所有 n 个采样点按 C_n^4 组合, 计算出 C_n^4 个球面和球心, 最后根据所求得的所有球心和半径按某种统计规律求取整个曲面的球心和半径。这种方法计算量大, 引入的计算误差也相应地增加, 并且其统计规律并不已知, 所以处理过程很难进行, 不便采用。

假设理想球心为 $O(a, b, c)$, 则变形后曲面上各离散点 $P_i(x_i, y_i, z_i)$ 相对于球心 O 的距离的残差平方和

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2 \quad (2)$$

$$l_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 + (z_i - c)^2} \quad (3)$$

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i \quad (4)$$

由于变形前或变形后拟合出的球面上所有点到球心的距离均为常数, 所以可直接取 $R = \bar{l}$ 。由此可以推导出

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n l_i^2 - 2R \sum_{i=1}^n l_i + nR^2 = \sum_{i=1}^n l_i^2 - nR^2 \quad (5)$$

要得到最佳球面拟合, 则需使 $\sigma^2 = \min$ 。由式(3)和(5)可以看出, 残差平方和表达式中

a, b, c 三参数是独立变量, 且都分别与 σ^2 存在二次函数关系, 二次项系数大于 0, 每个变量均能使 σ^2 取得极小值, 且其极值为单值。

基于上述推导, 本文采用最小二乘法的原理, 利用最优化方法中的等步长一维搜索法(步长为 step)进行球面拟合。设球心 $P_c(a_c, b_c, c_c)$ 为变形前的标准球心, 设计球面半径为 R_0 , 然后按以下步骤进行计算:

(1) 读入镜面上所有节点的新坐标、球心坐标 a_c, b_c, c_c 和半径 R_0 , 给定步长 step (取 step [RM S]), 并设 $a = a_c, b = b_c, c = c_c$

(2) 计算变形后曲面上任何一点 P_i 与 P_c 的距离 l_i 及其残差平方和 $\sigma_0^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (l_i - R)^2$, 取

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i$$

(3) 取 $a_c = a_c + \text{step}$, 计算出新的距离残差平方和 σ^2 及半径 R

(4) 若 $\sigma^2 < \sigma_0^2$, 则继续取 $a_c = a_c + \text{step}$, $\sigma_0^2 = \sigma^2$, 并重复(3)

(5) 若 $\sigma^2 > \sigma_0^2$, 则停止, 并取 $a_c = a_c - \text{step}$, 重复步骤(3), 计算新的残差平方和 σ^2 和半径 R

(6) 若 $\sigma^2 < \sigma_0^2$, 则继续取 $a_c = a_c - \text{step}$, $\sigma_0^2 = \sigma^2$, 并重复(3) 直到 $\sigma^2 > \sigma_0^2$ 为止。倒数第二步的 a_c 则为所求的球心的 a_0 。

(7) 依次将步骤(3) ~ (6) 中的 a_c 换成 b_c 和 c_c , 并重复步骤(3) ~ (6), 求出相应的 b_c 和 c_c

(8) 缩小步长(如取 step ([RM S]/10), 重复步骤(2)~ (7))

到此拟合球面的任务就完成了, 新拟合出的球面半径为 $R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i$, 球面方程为 $R^2 = (x - a_c)^2 + (y - b_c)^2 + (z - c_c)^2$ 。曲面上离散点与球心间距离的均方差 σ 为变形后镜面的面型误差 RM S, 球面半径变化为 $\Delta R = R - R_0$, 球心坐标变化为 $\Delta a = a - a_c, \Delta b = b - b_c, \Delta c = c - c_c$ 。

该问题实际上是三个设计变量、一个目标函数的最优化问题。目标变量是残差平方和, 而设计变量 a_c, b_c, c_c 是所求球心点的坐标值, 其初值是原始球心坐标 a_c, b_c, c_c 。它们对于残差平方和而言是独立变量, 且当固定其中两个参数后, 球面域内残差平方和问题变为圆域内的残差平方和问题, 第三个参数只有落在球心上才能使残差平方和最小, 所以每个变量都有且仅有一个值与最小残差平方和相对应, 上述程序搜索到的球心唯一地满足球面拟合条件。拟合后的镜面上节点到球心距离的均方根 σ 即为变形后镜面镜面的面型误差的 RM S 值, 残差的最大和最小值之差即为面型误差的 PV 值。

3 问题讨论

有限元程序的报告数据——变形值, 类似于干涉检查所得的检测数据, 本文试图获得一个适用于 CAE 软件的专用程序而做了相应的工作。标准球面方程拟合法用以处理镜面面型误差, 直观、简便, 它适用于光机工程系统设计, 不关心镜面变形引入的像差组成成分及其量值大

小,只关心面型精度是否超差。这种方法使用的是最小二乘法概念,但无需进行矩阵方程求解,消除了病态方程的弊端,简便易行,容易理解,适应性强。它完全可以推广到其他曲面,如抛物面、椭球面等非球面的拟合,只是在计算残差时须作适当修正。该方法经两年多试用,效果甚好,同时也发现一些缺陷,下面略作讨论和说明。

1. 由于程序运行过程中,针对给定的节点不断地寻找新的球心、半径,可能因为所选节点的不同而影响计算结果,所以该方法较适合于整个镜面的误差处理,而不适合于其中的个别小子域,特别是在节点数较少时。

2 程序不直接反映球心、半径的宏观变化所带来的波差影响,所以在处理面型误差时可能会出现如图 1 所示的特例^[12]。当镜子的背部均布三支撑点的支撑半径越来越小时,镜面面型误差也越来越小,这是因为镜面越来越趋于光滑所致。所以在考虑支撑结构时,单独以该程序所计算的面型误差去衡量支撑效果是不够全面的,尚需考虑整个结构的刚度。

3 像差处理的其他方法:

A 可以在频域内进行像差快速处理。将面型检测的空间信号规化到单位圆上,然后进行付立叶变换(FFT)将其转化为频域信号。若信号曲线在某点处出现较强的波峰,则说明该处有相应的波差存在。这种方法类似于 Zernike 多项式法。

B 将镜面变形作一定统计后,经一定处理后表达成某种像差的表达式,如火星观测者相机项目中,将光学系统的背焦长变化表示为镜面的挠曲变形和次镜的放大率的函数^[13]。

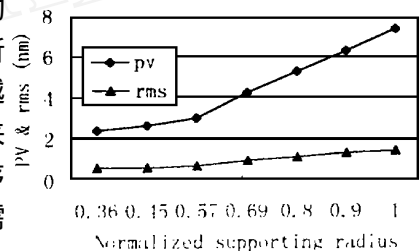


Fig 1 PV & rms vs normalized radius

参 考 文 献

- Born Max, Wolf Emil Principles of Optics New York: Pergamon Press, 1975. 464: 767~ 772
- 牛玉石 反射望远镜 北京: 科学出版社, 1985
- Major Michael J. A XAF telescope developed with refined metrology system. OE Reports, February 1995
- Cho Myung K, Richard Ralph M. Structural and optical properties for typical solid mirror shapes Proc SPIE, Advances in Optical Structure Systems, 1990, 1303: 78~ 95
- Foman Steven E, Sultana John A. Evaluation of mirror thermal distortions from temperature measurements Proc SPIE, Advances in Optical Structure Systems 1990, 1303: 65~ 77
- Miller T L, Grigg R D. Balanced thermal deflection approach for beam handling in medium power optical systems Proc SPIE, Optical Systems Engineering IV, 1984, 150~ 154
- 伍树东, 郑辉 干涉条纹的微处理机分析. 光学学报, 1983, 3(9): 815~ 819
- 伍 凡 温度对大型光学镜子质量的影响 光学工程, 1986, (4): 24~ 29
- Parks Robert E Thermal response of a lightweight, Gas-Fusion mirror blank Proc SPIE, Advanced Optical Manufacturing and Testing 1993, 1994: 218
- Hatheway Alison E. Evaluating optical surfaces with MSC/Nastran A paper presented at the 1991 MSC World Users' Conference, 1991
- Perason E, Stepp L. Response of large optical mirrors to thermal distributions Proc SPIE, Structural

Mechanics of Optical Systems II, 1987, 748: 215

- 12 吴清文 空间相机主镜的力学、温度场特性和轻量化研究: [博士学位论文], 长春: 中国科学院长春光学精密机械研究所, 1997
- 13 Applegate Roger W. The effects of thermal gradients on the Mars Observer Camera primary mirror. Proc SPIE, Design of optical instruments, 1992, 1690: 376~ 386

Treating with Surface Figure Error of Mirror/Lens by Means of Surface Equation

WU Qing-Wen

*(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)*

Abstract

The advantage and disadvantage of Zernike polynomials is stated, and an approach to treating with the surface figure error of mirror/lens by means of surface equation is presented. The advantage and limitation of the method is discussed.

Key words: Surface figure, Error, Least squares method, Root of Mean Squares (RMS)

吴清文 男, 1968年12月出生于四川省简阳县。1987年考入哈尔滨工业大学精密仪器系, 1991年、1994年先后获得学士、硕士学位。1997年于长春光学精密机械研究所获得博士学位。现从事光学仪器CAD/CAE及塑料注塑模具CAD/CAE工作, 参与多项空间光学遥感器的CAD/CAE工作。在《光学精密工程》《空间科学学报》《光学技术》《塑料科技》等刊物上发表学术论文20余篇。