

基于熵不确定性概念的 机器人位姿精度理论(一)^{*} ——评价指标体系的建立

阎 华 刘桂雄 郑时雄

(华南理工大学机电工程系 广州 510641)

摘要 从信息论的观点出发,探索利用信息熵的概念来研究机器人的位姿精度理论。建立了机器人位姿信息传输模型,提出基于熵概念的机器人位姿精度新评价指标体系,论文还对它有望弥补解决目前机器人位姿精度理论中研究不足的可能性进行分析探讨。

关键词 机器人 位姿精度 熵方法

1 引 言

目前机器人位姿精度理论研究领域主要包括^[1]:通过对机器人机构进行误差分析,建立机器人手部位姿误差模型,并对模型进行求解;机器人位姿误差补偿和机器人精度综合。其欠缺之处主要体现在:对由机器人机构误差源误差引起的各参数误差的概率分布进行了假设,不能客观地分析由这些误差引起的机器人手部位姿误差,以及多数情况下未能考虑测量误差因素的影响。具体表现在以下两个方面:

①为了方便各参数误差的合成,在机器人位姿误差建模及求解过程中,通常将各参数误差假设为一些常规分布(如正态分布、均匀分布等),并进一步假设这些参数误差的方差的大小。如机器人手末端线性MCPC位姿误差模型为^[2]:

机器人手末端位置误差: $\delta = \delta(\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\mathcal{V}_n)$

机器人手末端姿态误差: $d = d(\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta x, \Delta y, \Delta\mathcal{V}_n, \Delta z_n)$

其中: n 为机器人杆件个数; $\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta x, \Delta y$ 分别为杆件坐标系坐标轴间的偏移与转角误差 n

^{*} 国家自然科学基金资助项目(59605022)和国家教育部博士点基金资助项目(98056106)

+ 1 维向量; $\Delta Y_n, \Delta z_n$ 为坐标轴间的偏移与转角误差; 文献[2]中假设 $\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta x, \Delta y$ 及 $\Delta Y_n, \Delta Z_n$ 服从一些常规分布, 并假设合成后的机器人手部位姿误差近似地服从标准正态分布。

② 机器人位姿误差补偿过程多数情况下未能考虑测量误差因素的影响。机器人位姿误差补偿过程如图 1 所示。即机器人按给定的指令位姿 \vec{R}_0 运动, 用一定的测量系统实时记录机器人在测量坐标系中的测得位姿 \vec{R}'_c 。通过坐标变换, 得到机器人基础坐标系中的末端的测得位姿 \vec{R}' 。然后将 \vec{R}' 与 \vec{R}_0 比较, 得出机器人末端的位姿误差 $\Delta\vec{R}$ 。接着调用机器人位姿误差模型, 求得机器人关节误差向量 $\Delta\vec{q}$, 去调整机器人控制器, 以减小或消除这个误差, 从而使机器人的精度得到提高与改善。在这个过程中, 测量因素对补偿结果的影响主要有两点, 即测量仪器、测量方法等和测量坐标系与机器人坐标系转换的影响。故最后得到的测得位姿 \vec{R}' 就不是机器人的实际位姿 \vec{R} , 而由此得到的用来计算补偿量 $\Delta\vec{q}$ 的位姿误差 $\Delta\vec{R}$ 也不是机器人的实际位姿误差了。目前机器人位姿精度理论很少考虑到这些测量因素的影响^[3-4]。

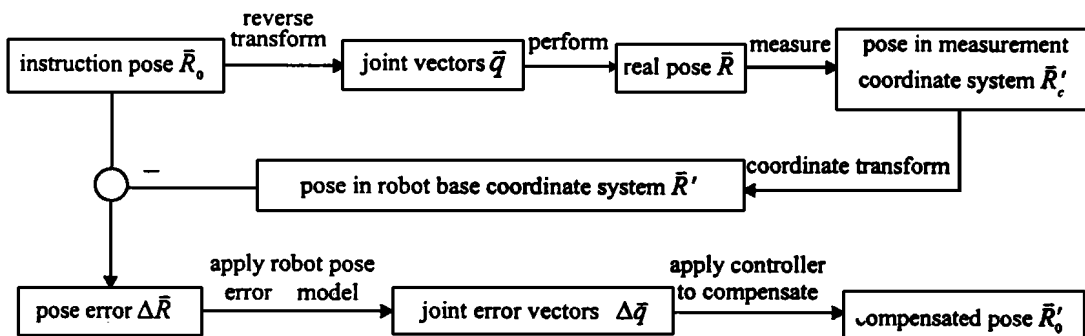


Fig. 1 Compensation process of robot pose error

2 利用信息熵的概念研究机器人位姿精度

针对上述的机器人位姿精度理论中存在的不足之处, 下文作者将尝试从信息论的观点出发, 从另一个角度来研究机器人的位姿精度, 力求能解决现有机器人位姿精度理论中存在的问题。

2.1 基于熵概念的机器人位姿信息传输模型

“熵”最早属于热力学的范畴, 而它的统计学意义则是由奥地利物理学家路德维希·波耳兹曼在著名的波耳兹曼公式: $s = k \ln w$ (k ——波耳兹曼常数; s ——熵; w ——微观态数;) 中提出的。该式的物理意义是: 熵 s 越大, 微观态数 w 越多, 分子运动越混乱, 熵可作为分子运动混乱程度的量度。这就是熵的统计学意义, 它表明了熵与几率之间的联系。

在我们的生活中, 存在着大量的概率或由概率描述的“不确定性”问题, 若把这些概率扩展为信号源每个信号出现的几率, 就创立了信息熵。而这些“不确定性”问题则可视作信息源。每一种信息源都对应着由相应的概率描述的不确定性, 所有这些不确定性都可用信息熵这个统一的概念来描述, 信息熵的大小又和信号源每个信号的概率分布有着密切的关系。这是近年来迅速发展的基于熵概念的不确定性分析方法, 已成为误差研究领域的热门。美国 Wyoming 大学的 Meinoy. J. E. 等人介绍了利用熵的概念从 M 种包含零平均高斯误差的位姿算法中有效

地选择一种机器人位姿算法的技巧^[5], 俄罗斯学者 Arutyumov, P. A. 基于 BIPM ([法] 国际权威局) 有关测量不确定性的原始副本指南中所规定的标准化、标定、实验鉴定方面的使用原则, 研究测量不确定性的熵估计, 结果表明其溶入了信息论、测量理论和概率论的发展趋势^[6]; 我国在该领域的起步较晚, 至今仍为探索性的研究^[7-8]。

由信息论的观点可知, 信息的传输模型如图 2 所示。信源是以信号作为载体的信息的来源; 信道是载荷着信息的信号所通过的通道, 即传送信息的媒介; 信宿是信息传送的对象; 干扰是外界引入或信道本身的一些杂乱的信号, 这些信号影响了信源输入信号和信宿输出信号间确定的关系。若把机器人的位姿传递过程视为信息传输过程, 则可根据信息论的原理, 把机器人各运动参数、各关节和手臂以及手末端位姿分别看作信息论信息传输模型中的信源、信道和信宿, 而机器人各误差

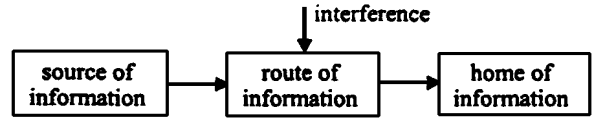


Fig. 2 Transmission model of information

则看作是信息传输模型中信道处的干扰, 从而将机器人位姿信息传递过程同信息论的信息传输完全等效起来, 建立如图 3 所示的机器人位姿信息传输模型。

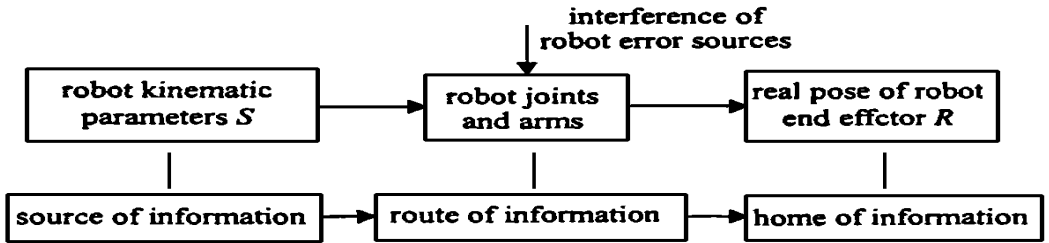


Fig. 3 Transmission model of robot pose information

包含信息的信号, 其取值常有一定范围, 这种取值范围可为一连续区间, 也可为一离散集合。按照其取值的不同, 相应的信源称为连续信源或离散信源。在图 3 中, 连续信源 S (机器人各运动参数) 的信息熵 $H(S)$ 可表示为:

$$H(S) = - \int P(s) \log p(s) ds \quad (1)$$

其中, $p(s)$ 为 S 的概率密度函数。由于信道处机器人各误差源干扰的存在, 信源机器人各运动参数 S 发出的信号到达信宿后得到实到到位姿 R (而不是测得位姿)。当 R 已知后, 各运动参数 S 的残留熵为:

$$H(S|R) = - \int p(r) p(s|r) \log p(s|r) ds dr \quad (2)$$

式中, $p(s|r)$ 为 S 在 R 已知时的条件概率, $p(r)$ 为 R 的概率密度函数。 S 的残熵又称为 S 的条件熵, 它与 S 的无条件熵之差定义为 S 和 R 的互信息, 即:

$$I(S;R) = H(S) - H(S|R) \quad (3)$$

它表示当 R 已知后, S 不确定性(熵)的减少。即 R 已知后, 从 R 中获得的关于 S 信息, 这就是 R 关于 S 的互信息。

2.2 基于熵概念的机器人位姿精度评价指标及物理意义

由以上说明我们可以看到, 若在机器人位姿信息的传输过程中不存在机器人各机构误差

源的干扰, 那么当 R 已知后, 将能够获得 S 的全部信息, 则 S 的残留熵 $H(S|R)$ 就为 0, 而 S 和 R 的互信息 $I(S;R)$ 也将最大, 其大小为 $H(S)$ 。而且 $H(S|R)$ 和 $I(S;R)$ 的大小将随机器人机构各误差源干扰的大小和分布的不同而变化。因此, 在这里拟提出如下的机器人位姿精度评价指标。

① 机器人位姿不确定性 $H(S|R)$ 。其定义由式(2) 得出, 物理意义为 $H(S|R)$ 越大, 残留不确定性越大, 即误差源干扰越大, 而由机器人机构各误差源引起的机器人位姿误差也就越大; 反之亦然。它反映了机器人机构各误差源以及机器人位姿误差的大小。

② 机器人位姿信息传输的信息量 $I(S;R)$ 。其大小由式(1) ~ (3) 得出, 物理意义: $I(S;R)$ 越大, 不确定性减少的程度越高, 即通过信道传输的信息量越大, 也就是误差源的干扰越小, 它反映了机器人机构各误差源处干扰的大小。

③ 机器人位姿信息传输效率 η 。定义为:

$$\eta = \frac{I(S;R)}{H(S)} \quad (4)$$

可作为附加评价指标, 其物理意义是反映了机器人机构各误差源对机器人手部位姿的影响程度。 η 越大则影响越大, 反之亦然。

综上所述, 我们考虑用机器人位姿不确定性 $H(S|R)$ 、机器人位姿信息传输的信息量 $I(S;R)$ 和机器人位姿信息传输效率 η 作为机器人位姿精度评价指标, 构成新的机器人位姿精度理论评价指标体系。

3 解决现有机器人位姿精度理论中存在问题的可能性探讨

由于在上述的基于信息熵概念的机器人位姿精度研究中, 把误差处理的关注点放在误差能量分布及其对测量结果的影响上, 那么就可能对复杂的误差问题进行分析, 解决现有机器人位姿精度理论中存在的问题。具体说明如下:

① 由以上各式可以看出, 式中只涉及到关于 $p(s)$ 、 $p(s|r)$ 及 $p(r)$ 的函数的积分。由于在实际的计算中, 函数的积分运算可以用数值计算来代替, 因此, 即使 $p(s)$ 、 $p(s|r)$ 及 $p(r)$ 的表达式极其复杂或根本无法用式子表达, 各积分值也可以求出。这说明如果将机器人误差分析中的各参数作为信息论中的信号来处理, 利用信息熵可以作为不确定性的度量这一特点, 将其作为机器人位姿精度的评价指标, 就无需对误差源误差以及由其引起的各参数误差的概率分布进行假设。

② 对于由各误差源误差引起的各参数误差的概率分布, 有望可以根据误差源的实际概率分布情况求出。例如对于由关节间隙误差

引起的机器人机构中某一结构参数 h (两相邻轴的间距) 的误差分布可以按下面方法求出。

如图 4(a) 所示为一转动副, 轴在轴套中的位置可以用轴的中心线在轴套端面上的投影点 I 来表示, 而轴在轴套中的活动范围则可以表示为以径向间隙 r_c 为半径, 理想运动副轴线在轴套端面中的投影点 O 为圆心的一个误差圆, 如图 4(b) 所示。图中, R 为轴套横截面内圆半径; r

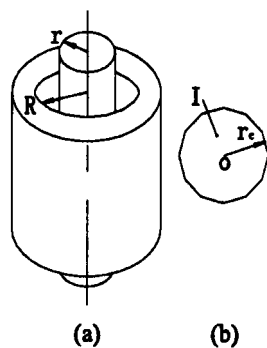


Fig. 4 Rotation pair space model

为轴的横截面半径。

如图 5 所示,圆 O_1 、 O_2 分别为两相邻转动副的误差圆,由于间隙误差的影响,两轴线的位
置分别由原来的 O_1 、 O_2 偏移到 O_1 、 O_2 ,则参数 h 的实际值变为 h 。根据图中几何关系可以得
出:

$$\Delta h = h - h = \Delta u_2 - \Delta u_1 \quad (5)$$

式中 Δu_1 、 Δu_2 分别为两相邻轴沿 h 方
向的径向偏移量。因此,由式(5)以看
出,参数 h 的误差 Δh 的概率分布与两
误差圆半径 r_{c1} 、 r_{c2} 的大小以及轴线投
影点在误差圆中的位置的概率分布有
关。前者的影响因素主要有间隙量、油膜粘度和运动副尺寸公差等,而後者的影响因素主要是
关节力或力矩。

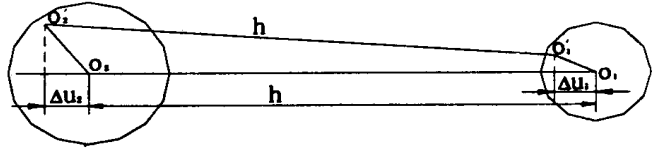


Fig. 5 Schematic diagram of parameter error calculating

。前者的影响因素主要有间隙量、油膜粘度和运动副尺寸公差等,而後者的影响因素主要是
关节力或力矩。

③ 在考虑测量误差的情况下,式(2) ~ (4) 中的 R 是机器人实到位姿,而不是测得位姿
 R 。因此在计算时,需要考虑到测量不确定性。实际上 R 并不可知,只能知道 R 。在知道了 R 以
后 S 的不确定性为 $H(S|R)$ 。这一不确定性包括两部分,一部分是由于机构误差源误差引起
的不确定性 $H(S|R)$;另一部分是由于测量因素引起的不确定性,即测量不确定性 $H_{测}$ 。对于
两个相互独立的系统 A 和 B 的复合系统 AB ,其熵为:

$$H(AB) = H(A) + H(B)$$

因此有:

$$H(S|R) = H(S|R) + H_{测}$$

故

$$H(S|R) = H(S|R) - H_{测} = - \int p(r) p(s|r) \log p(s|r) ds dr - H_{测}$$

上面式中, $H_{测}$ 可以用信息熵来表达^[9]。因此,对于机器人位姿误差的分析中,如何考虑测量因
素的影响,也可以用信息熵的概念来解决。

本文探索从信息论的观点去研究机器人的位姿精度的方法,通过建立了机器人位姿信息
传输模型,提出基于熵概念的机器人位姿精度新评价指标体系,对它有望弥补解决目前机器人
位姿精度理论中研究不足的可能性进行分析探讨。但具体应用还要进行大量研究工作,本方法
的进一步研究结果将在另文发表。

参 考 文 献

- 1 阎 华,刘桂雄,郑时雄. 机器人位姿误差建模方法综述. 华南理工大学学报, 1999; 26(2)
- 2 Zhuang Hanqi, et al. Error-model-based robot calibration using a modified CPC model. Robotics & Com-
puter-Integrated Manufacturing, 1993, 10(4): 287 ~ 299
- 3 Wu Chi-haur. A kinematic CAD tool for the design and control of a robot manipulator. The International
Journal of Robotics Research, Spring, 1984, 16(1): 58 ~ 67
- 4 Sugimoto K, Okada T. Compensation of Positioning Errors Caused by Geometric Deviations in Robot Sys-
tem. Robotics Research-The Second International Symposium, 1985: 231 ~ 236

- 5 Mcinroy J E, Saridis G N. Techniques for selectinng pose algorithms. *Automatica*, 1994, 30(3): 471 ~ 487
- 6 Arutyunor P A. New view at the expression of uncertainty in measurement. *Micoelektronika* (Russian), 1994, 23(3): 18 ~ 27
- 7 刘桂雄, 钟先信等. 三节点式全光纤补偿网络信息论分析研究. *光电工程*, 1995, 22(4): 6 ~ 10
- 8 刘桂雄, 郑时雄, 阎华, 缪秀娥. 基于熵概念的机器人位姿不确定性的分析方法探讨. *宇航计测技术*, 1997年增刊, 28 ~ 32
- 9 林洪桦. 现代测量误差分析及数据处理(七)——测量不确定度及其熵表示法. *计量技术*, 1997, 7: 38 ~ 41

Robot Pose Accuracy Theory Based on Entropy Uncertainty Concept(1) ——Establishing Evaluation Index System

YAN Hua, LIU Gui-Xiong, ZHENG Shi-Xiong

(Dept. of Mechatronic Engineering,
South China University of Technology, Guangzhou 510641)

Abstract

From the viewpoint of information theory, this paper discuss to study robot pose accuracy theory using information entropy. Transmission model of robot pose information is established and new robot pose accuracy evaluation index system based on entropy is presented. In addition, possibility of remedy the studying inadequate in present robot pose accuracy theory is analyzed discussed.

Key words: Robot, Pose accuracy, Entropy method

阎 华 女, 1971 年生, 1992 年毕业于北方交通大学机械制造专业, 1995 年考入华南理工大学机械学专业机器人技术方向攻读硕士学位, 现为该校机械制造专业博士研究生, 主攻方向为机器人精度理论。参加 3 项国家、部省基金项目的工作, 先后发表国内外论文 8 篇。