

# 基于复合混沌映射的神经网络模型\*

荆涛 宋建中 杨怀江

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

李洪刚

(长春邮电学院, 长春 130012)

**摘要** 在具有单一映射特征神经网络(CGNN)的基础上,提出了两种具有复合混沌映射关系的神经网络。一种为串联结构,一种为并联结构,并且对两种结构进行了分析和讨论。

**关键词** 混沌 BP网络 Lyapunov 指数

## 1 引言

近年来,应用混沌序列的白噪声统计特性,对明文信息流进行处理,已成为加密或扩频通信的一个可行的研究方向。混沌是服从决定性方程的非线性动力系统的一种复杂的运动状态<sup>[1]</sup>,它一方面具有确定性产生过程;另一方面,它又具有随机性状。

目前各种文献中讨论或给出的混沌信号产生方法都是基于对某一种非线性映射的设计实现<sup>[2~4]</sup>,局限性很大。本文作者曾提出一种基于神经网络的混沌序列产生方法<sup>[5]</sup>,此方法利用具有学习能力的非线性神经网络,则不需要针对某一种非线性映射设计单一的系统结构。下面是这种基于神经网络的混沌产生系统结构图。

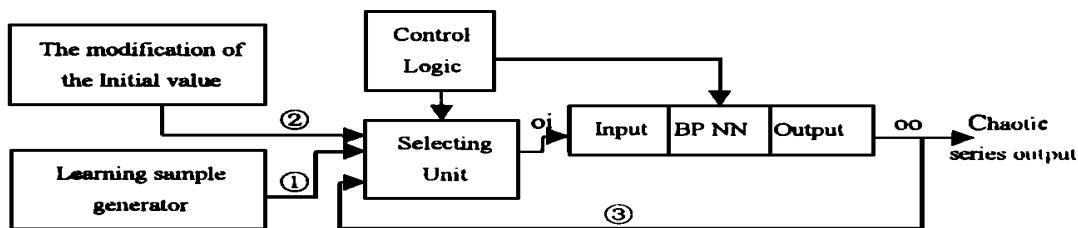


Fig. 1 The structure of the CGNN system

\* 国家自然科学基金项目, 邮电部重点科技发展计划项目资助

收稿日期: 1998- 11- 11

修稿日期: 1998- 12- 16

本模型采用 BP 网络算法, 结合文献<sup>[6]</sup>中提出的非线性规划步长调整算法, 实现对混沌映射序列的学习与产生。这种具有单映射特征的神经网络可以通过控制算法定期或不定期的(伪随机的)对初值进行修改, 以产生不同的混沌序列, 使破译者难于发现序列的相空间特征。通过这种修改, 加强加密信流的抗破译能力。尤其是当模拟混沌序列经二值量化后, 理论上, 破译者不可能通过承担难以忍受的观察值搜索来最终估计出模拟混沌序列。

但在实际中, 这种可能性仍然存在, 其中, 量化的观察值一旦被找到, 则系统的“量化屏障”就被突破了。所以, 模拟加密序列本身的抗破译能力仍然是至关重要的。采用具有复合映射特性的神经网络则可以在增加有限的系统复杂度的基础上获得更高可靠性的混沌加密序列。

复合映射特性是指神经网络具有多个非线性混沌性态相复合的性态。应用 BP 混沌网络实现, 则网络的拓扑结构对应着单一映射网络的串联、并联结构及二者的混合结构, 如图 2、图 3、图 4 所示。

下面我们结合单映射神经网络, 进一步讨论由两个单一网络构成的复合网络。

## 2 具有串联结构的 BP 网络

首先讨论串联结构。将经过不同的映射学习的两 BP 网络如图 2(a)、(b) 连接, 即构成了网络串联结构。

图 2(a) 中, 具有映射 A 性状的第一网络的输出一路耦合到具有映射 B 性状的第二网络, 另一路自反馈到输入端, 构成映射回路。而输入到第二网络的信号经映射 B 输出混沌序列。假定单映射网络输入-输出时延为  $T_s$ , 则图 2(a) 串联结构的网络时延为  $2T_s$  (不计连接时延)。这种串联结构实际上相当于将映射 A 的输出作为映射 B 的初始值, 即映射 A 的输出不依赖于映射 B, 而映射 B 则在不断的更换着初始值。新的网络所形成的映射关系为:

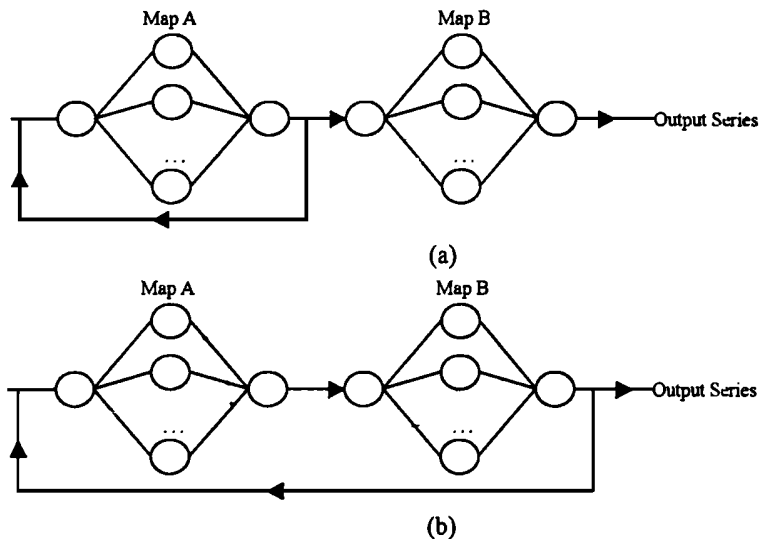


Fig. 2 The serial structure

$$\left. \begin{aligned} x_{k+1} &= A(x_k) \\ O_{k+1} &= B(A(x_k)) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

图 2(b) 中, 第一网络的输出经第二网络输出混沌序列, 而第二网络的输出再反馈到第一网络

的输入端, 构成映射回路。其网络时延为  $4T_s$ 。所形成的新的映射关系为:

$$\left. \begin{aligned} x_{k+1} &= B(A(x_k)) \\ O_{k+1} &= B(A(x_k)) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

如果两网络的神经元均采用相同的特征函数, 如 S 型函数, 则根据网络映射关系, 可以将两种串联结构分别等价如图 3(a)、(b) 所示的两种二输入-输出反馈型网络(反馈输入结构只存在于序列发生期间; 而在映射学习期间, 不存在反馈输入)。在映射学习期间, 两对输入-输出分别对应映射 A、B 的  $x_k$  和  $x_{k+1}$ , 网络结构对应 2: X: 2 结构(实验中选择的是 2: 8: 2 结构)。

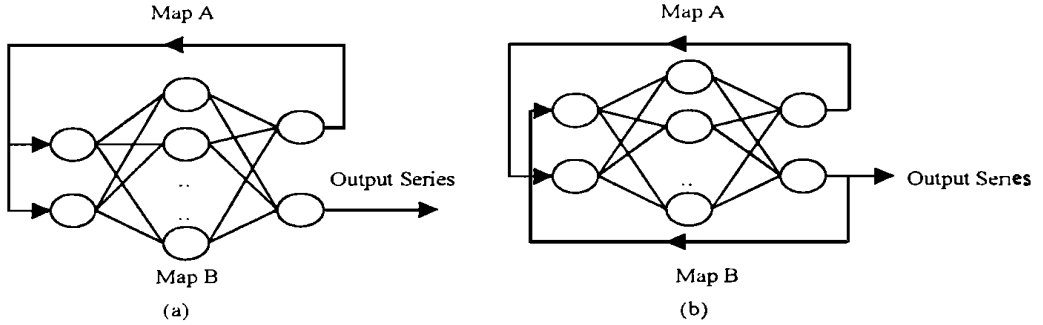


Fig. 3 The other form of the serial structure

如按图 3(b) 构造串联网络, 映射 A 选择 Sin 正弦映射, 映射 B 选择 Logistic 映射, 根据式(2)得到复合后映射关系:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \sin(\beta \cdot x_k - \theta) \\ &\cdot (1 - \mu_2 \cdot \sin(\beta \cdot x_k - \theta)) \\ &= \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \sin(\beta \cdot x_k - \theta) \\ &\quad - 2 \cdot \mu_1 \cdot \mu_2^2 \cdot \cos(2 \cdot \beta \cdot x_k - \theta) \end{aligned}$$

固定  $\mu_2 = 0.75, \mu = \mu_1$ , 则有

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= 0.75 \cdot \mu \cdot \sin(\beta \cdot x_k - \theta) \\ &\quad - 1.125 \cdot \mu \cdot \cos(2 \cdot \beta \cdot x_k - \theta) \end{aligned}$$

复合映射的 Lyapunov 指数为:

$$\lambda = \lim_N \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \log \left| 0.75 \cdot \mu \cdot \beta \cdot (\cos(\beta \cdot x_k - \theta) - 3 \cdot \sin(2 \cdot \beta \cdot x_k - \theta)) \right|$$

Lyapunov 指数分布如图 4 所示。从图中可见, 自  $\mu_1 = 2.416\dots$  开始, 复合映射进入相当长的一段混沌区间, 换句话说, 其可选混沌区间的稳定性(即混沌区间没有避之不及的周期窗口)要比 Logistic 映射好。

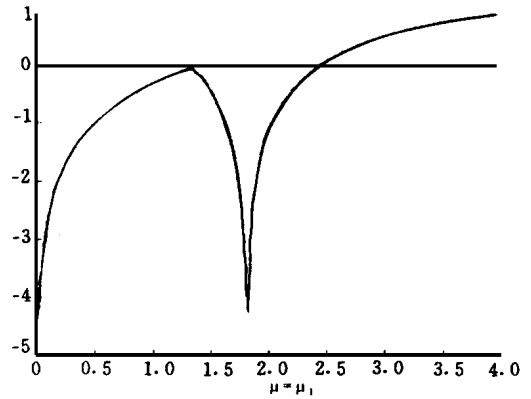


Fig. 4 The Lyapunov exponent distribution of the compound map of the Logistic map and Sin map

### 3 具有并联结构的 BP 网络

下面讨论单映射网络的并联结构。将分别具有映射 A、映射 B 性状的两混沌网络如图 5 (a) 连接即构成了混沌网络的并联结构。两并联网络各自构成映射回路, 两网络输出序列经输出控制下的二选一开关输出混沌序列。有意思的是, 如果输出控制单元由具有某一映射特性的神经网络构成, 其输出控制信号为网络输出经二值量化得到, 则并联结构输出将更为复杂( 涉及到本章的混沌序列复杂度计算将另文介绍)。控制逻辑为:

$$\left. \begin{aligned} O_{k+1} &= O_{1,k+1} & \text{当 } O_c &= 1 \\ O_{k+1} &= O_{2,k+1} & \text{当 } O_c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad O_c \text{ 为控制信号} \quad (3)$$

根据并联网络拓扑结构, 如果两网络的神经元的特征函数  $f_1 = f_2$ , 如 S 型函数, 则网络结构可等价于图 5(b) 所示的 2: X : 2 结构( 实验中采用 2: 8: 2 网络结构)。网络时延为  $T_s$ , 忽略控制时延)。在映射学习期间, 网络不具有反馈结构, 两输入- 输出对分别对应两种映射的训练样

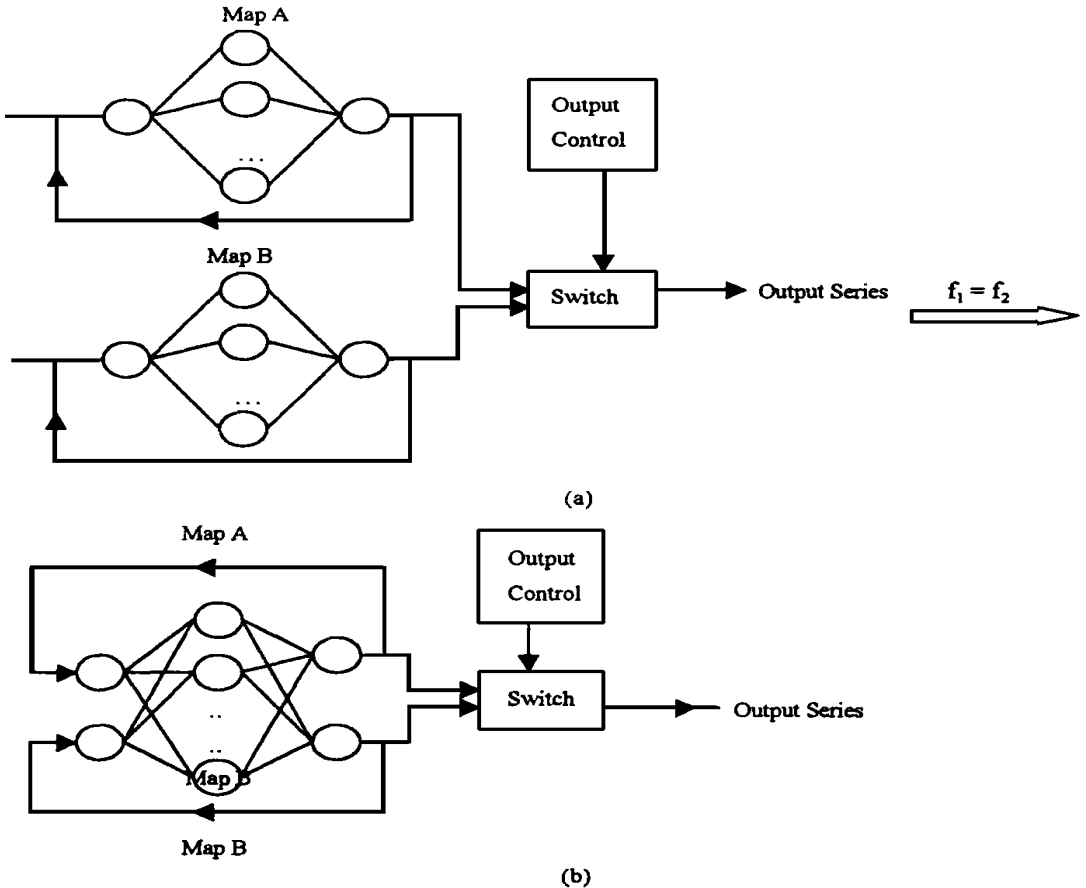


Fig. 5 The parallel structure

按图 5(b) 构造并联网络结构, 映射 A 选择 Logistic, 映射 B 选择 Tent 映射, 采用 2: 8: 2 网络结构, 第一输入输出对应 Logistic 映射的训练样本对, 第二输入输出对应 Tent 映射训练样本对, 训练效果见图 6。其中, 实线对应训练样本对  $x_k$  和  $k_y$ , 虚点对应网络实际输入输出  $Ol_k$  和  $Oo_k$ , 背景虚点显示的是最初的  $Ol_k$  和  $Oo_k$  关系, 前景虚点反映的是最后 5000 次学习的效果。

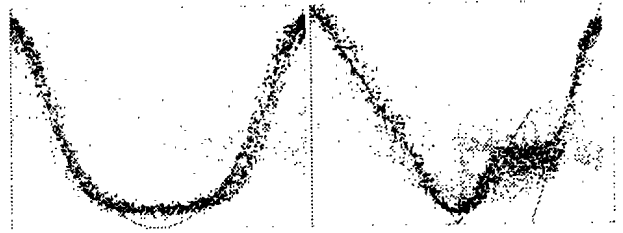


Fig. 6 The training result of the parallel structure

由于网络对不同映射的学习能力存在差异, 具体的来讲, 针对某一类映射学习效率高的网络参数并不一定能对另一类映射也保持同样的高效, 因而在学习过程中, 需首先考虑网络参数对具体选择的多个映射的学习效率如何, 再综合确定选用那一个参数集能够胜任复合映射学习。归根结蒂, 网络学习效率取决于所学映射的复杂度, 对于连续且处处可导的函数, 复杂度是指映射函数的次数或是其泰勒展开式逼近式的最高次数(如正弦函数的泰勒展开式只需达到二次或三次即可); 如果是分段函数, 复杂度指的是映射区间内分段的个数及每段内函数次数或其泰勒展开式逼近式的最高次数, 映射在映射区间内次数越高, 网络的学习效率就越低, 学习次数则必须越多。不过, 这并不会对本文涉及的“使网络最终具有混沌性”的问题有太大影响, 实践证明, 使用具有复合映射特性的网络结构可以产生与高次映射相同的输出效果, 因为低次映射经复合后实际上就具有了高次映射的映射关系, 而复合映射的先独立学习再进行复合的过程, 与直接学习高次映射关系相比, 复杂度要低的多。

在完成对 2: 8: 2 网络训练之后, 利用柏内庭法求得网络二路输出序列的最大 Lyapunov 指数。

第一输入输出对应学习 Logistic 映射, 分两次选定不同的网络初值,  $oi_1 = 0.2157569, oi_2 = 0.2147569$ , 得到两序列, 其最大 Lyapunov 指数为:  $\lambda_{1,B} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=2}^{N-1} \ln \left| \frac{dk}{do} \right| = 4.563003, \lambda_B > 0$  说明第一路输出序列为混沌序列。

第二输入输出对应学习 Tent 映射, 分两次选定不同的网络初值,  $oi_1 = 0.2537569, oi_2 = 0.2527569$ , 得到两序列, 其最大 Lyapunov 指数为:  $\lambda_{2,B} = 1.184159, \lambda_B > 0$  说明第二路输出序列亦为混沌序列。

选择另一神经网络作为选一控制单元, 该网络具有 Logistic 映射特性, 其输出序列作为控制信号:

$$\left. \begin{aligned} O_c &= 1 & OO_k < r \\ O_c &= 0 & OO_k \geq r \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中  $r$  为阈值,  $OO_k$  为控制单元神经网络输出, 归一化  $0 \leq OO_k < 1$ , 则  $0 \leq r < 1$ 。结合式 (4), 有

$$\left. \begin{aligned} O_{k+1} &= O_{1,k+1} & OO_k < r \\ O_{k+1} &= O_{2,k+1} & OO_k \geq r \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

当选用不同的  $r$  值, 我们得到并联网络经二选一输出的序列的最大 Lyapunov 指数, 见表

2. 从表中可以看出, 对应不同  $r$  值的输出序列的最大 Lyapunov 指数均大于 0, 表明输出序列是混沌序列。另外, 观察数据发现, 随着  $r$  值的增大, 最大 Lyapunov 指数亦逐渐增大, 结合上面得到的 2: 8: 2 网络两路输出序列的最大 Lyapunov 指数,  $\lambda_{1,B} = 4.563003$ ,  $\lambda_{2,B} = 1.184159$ ,  $\lambda_{1,B} > \lambda_{2,B}$ , 我们可以明白其中的原因, 随着  $r$  值的增大, 二选一输出序列的“窗口”逐渐移向具有 Logistic 映射特性的输出一端, 因此二选一后的输出序列最大 Lyapunov 指数值也就相应增加了。

Table 1

$r$	0.1	0.3	0.5	0.6	0.7	0.9
$\lambda_B$	4.15747	4.44706	4.6553	4.72263	4.78739	5.04133

## 5 结 论

通过以上分析, 我们可以归纳出复合映射神经网络结构的两条性质:

① 当两神经网络的神经元特性函数  $f_1(x) = f_2(x)$  时, 无论串联、还是并联结构均可等价于多输入-输出节点对的网络, 不过, 网络的学习性能要受到网络对不同映射学习效率的共同制约, 学习效率低于采用两个网络独立学习时的情形;

② 图 2 至图 4 所示均对应图一中控制逻辑为序列发生状态, 当网络处于映射学习期间时, 网络不存在反馈结构, 因此学习网络仍然是前馈型网络。比较串联及并联两种结构: 并联结构时延 ( $T_s$ ) 一般小于同等网络复杂程度下的串联结构时延 ( $2T_s$  或  $4T_s$ ); 而欲使并联结构发挥作用, 则还需增加合适的输出控制单元, 而串联结构无需这样即可实现, 不过, 并联结构中的控制单元亦可用另一神经网络构成(如实验中那样), 从而使输出序列混沌性状更出色; 值得注意的是, 由式(1)、(2)可以看出, 串联结构(尤其是第二种串联结构)等价于由两个映射经嵌套而生成新的映射, 其混沌特性并不一定优于嵌套前的映射, 甚至于, 新的映射将可能破坏使 Lyapunov 指数大于 0 的条件。因此, 这种结构使用时需格外注意。

### 参 考 文 献

- 1 刘秉正. 非线性动力学与混沌基础. 长春: 东北师范大学出版, 1994
- 2 杨维明. 时空混沌和耦合映象格子. 上海: 上海科技教育出版社, 1995
- 3 王亥, 胡健栋. Logistic-Map 混沌扩频序列. 电子学报, 1997, 25(1): 19~23
- 4 赵春明等. 混沌序列的数字发生及其在通信中的应用. 东南大学学报, 1995, 25(4): 131~142
- 5 荆涛等. 一种基于神经网络的混沌序列产生方法. 已接到“通信学报”录用通知
- 6 李众立, 王成端. 神经网络自适应学习步长的研究. 电子科技大学学报, 1996, 25(6): 644~648

## The Model of Neural Network Based on the Compound Chaotic Map

JING Tao, SONG Jian-Zhong, YANG Huai-Jiang  
(*Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,*  
*Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022*)

LI Hong-Gang  
(*Changchun Institute of Post and Telecommunication, Changchun 130012*)

### Abstract

Based on the neural network having a single map's feature, two neural network model which behave the compound chaotic map are presented in this paper. The one's structure is serial, the other's structure is parallel. At last the performance of the two structures is analyzed and discussed and compared.

**Key words:** Chaos, BP Neural Networks, Lyapunov exponent

荆 涛 男, 1969年6月生。毕业于国防科技大学电子工程系信息工程专业, 现为中科院长春光机所博士研究生, 主要从事混沌、神经网络、模糊控制以及保密通信等领域的研究。