

多关节坐标测量机的误差模型

叶 东 黄庆成 车仁生

(哈尔滨工业大学精密仪器及测控技术系 哈尔滨 150001)

摘要 按 Denavit-Hartenberg 方法,建立了多关节坐标测量机末端测头中心相对于机座参考坐标系的测量运动的数学模型。在此基础上,运用矩阵函数的全微分方法,建立起末端测头中心坐标误差与测量运动模型参数误差之间的传递关系。为进一步研究多关节坐标测量机的标定和补偿奠定了理论基础。

关键词 坐标测量机 关节 误差模型

1 引 言

多关节坐标测量机是一种新型的非笛卡尔式的坐标测量机^[1,2]。与普通的笛卡尔式三坐标测量机相比,具有机械结构简单、体积小、测量范围大和灵活方便等特点,主要应用在逆向工程中作为三维数字化工具,以及在现场对大型零部件的几何尺寸测量等领域。

尽管多关节坐标测量机是一种非常有前途的便携式坐标测量机,但测量精度低是其非常致命的弱点,在很大程度上,影响了多关节坐标测量机广泛应用。产生误差的主要原因如下:

- 多关节坐标测量机是仿照人的腰关节、肩关节、肘关节和腕关节结构,将一系列杆件通过旋转关节串联连接,以角度测量基准取代长度基准;
- 由于各杆件、关节等零部件存在加工工艺误差,仪器装配后,多关节坐标测量机结构参数偏离理论设计值比较大,且很难将参数误差控制在一定范围内;
- 这种旋转关节和长杆件结构,对于各杆件参数误差在传递到末端测头上时具有很大的放大作用。

因此,研究并建立起末端测头中心坐标误差与各杆件和关节的参数误差之间的传递关系是必要的。这将为进一步提高多关节坐标测量机的测量精度奠定理论基础。

本文将在建立起多关节坐标测量机测量运动模型基础上,运用矩阵全微分方法,来分析误差,建立误差模型,最后通过计算机仿真验证该误差模型的正确性。

2 杆件间相对位姿的描述

多关节坐标测量机是多杆件串联系统,两杆件间的相对位姿描述是最终求得测头位姿矩阵的基础。它取决于两杆件之间的结构参数、运动形式和运动参数。为分析两相邻杆件的相互关系,首先建立杆件的坐标系。

Denavit 和 Hartenberg 在 1955 年提出了对两个相互连接且相对运动的构件建立两个特殊坐标系的方法,给两杆件相对运动的研究带来方便^[3]。如图 1 所示,设杆件 i , 其与杆件 $i-1$ 通过关节 i 相连,与杆件 $i+1$ 通过关节 $i+1$ 相连。按 Denavit-Hartenberg (简称 D-H) 的方法,杆件 i 坐标系 $\{O_i X_i Y_i Z_i\}$ 的坐标原点设在关节 i 的轴线和关节 $i+1$ 的轴线的公垂线 $D_i O_i$ 与关节 $i+1$ 的轴线相交处, Z_i 轴与关节 $i+1$ 的轴线重合, X_i 轴与上述公垂线重合,且方向从关节 i 指向关节 $i+1$, Y_i 轴按右手法则确定。由图 1 可以看出,一个杆件有四个参数。其中两个参数为杆件本身参数,一个是两关节轴线沿公垂线的距离 a_i ,称为杆件长度;另一个是垂直于 a_i 的平面内两个关节轴线的夹角 α_i ,称为杆件扭角。还有两个参数表示相邻杆件的相互关系,一个是沿关节 i 轴线的两个公垂线的距离 θ_i ;另一个是垂直于关节 i 轴线的平面内两公垂线的夹角 q_i ,即 X_i 和 X_{i-1} 之间的夹角。

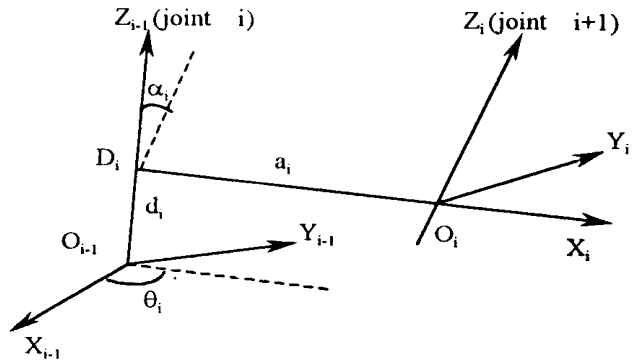


Fig. 1 Interrelation of Arms

在用 D-H 法建立了杆件坐标系后, $\{O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}\}$ 与 $\{O_i X_i Y_i Z_i\}$ 之间的变换可以用坐标系的平移、旋转来实现。可先令 $\{O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}\}$ 绕 Z_{i-1} 轴旋转 θ 角,再沿轴 Z_{i-1} 平移 d_i ,然后沿 X_i 轴移动 a_i ,最后绕 X_i 轴旋转 α 角,使 $\{O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}\}$ 与 $\{O_i X_i Y_i Z_i\}$ 重合。用变换矩阵表示,则有

$$T_{i-1i} = Rot(Z, \theta) Trans(0, 0, d_i) Trans(a_i, 0, 0) Rot(X, \alpha)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & a_i\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & a_i\sin\theta \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_i & q_i \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, R_i 和 q_i 分别是 3×3 旋转矩阵、 3×1 平移矢量。

3 测量运动模型

多关节坐标测量机从机械结构上可以看成是一个开式运动链,它是六个杆件和一个测杆通过六个旋转关节串联而成。开链的一端固定在机座上,另一端是自由的,安装测头,其结构简

图如图 2 所示。

图中,各杆件坐标系按 D-H 方法建立。 $\{O_0X_0Y_0Z_0\}$ 是机座参考坐标系,杆件 1 相对于机座参考坐标系 $\{O_0X_0Y_0Z_0\}$ 的位姿矩阵记作 T_{01} 。杆件 2 相对于杆件 1 坐标系 $\{O_1X_1Y_1Z_1\}$ 的位姿矩阵记作 T_{12} 。杆件 2 相对于机座参考坐标系 $\{O_0X_0Y_0Z_0\}$ 的位姿矩阵是 T_{01} 和 T_{12} 乘积,记作 T_{02} 。依此类推,测头坐标系相对于机座参考坐标系 $\{O_0X_0Y_0Z_0\}$ 的位姿矩阵记作 T_{07} , 一个 4×4 齐次矩阵,即

$$T_{07} = T_{01}T_{12}T_{23}T_{34}T_{45}T_{56}T_{67} \quad (2)$$

式中, T_{01}, \dots, T_{67} 由式(1)确定。多关节坐标测量机的结构是特殊的,即相邻关节轴线相互垂直且相交于一点,因此,参数 a_i, α_i, d_i 都是固定的常数,称为杆件结构参数,而 θ 是变化的,称为关节变量。

在式(2)中, T_{07} 反映了测头在空间相对于基坐标系的坐标位置和姿态。对于多关节坐标机来说,我们只关心测头在空间的坐标位置矢量,而不需要了解测头的空间姿态。这里,设测头中心位置矢量记作 $P = (x, y, z)^T$ 。根据式(1)和式(2)可以写出测头中心位置的测量运动方程:

$$\begin{aligned} P &= (R_1R_2R_3R_4R_5R_6)q_7 \\ &+ (R_1R_2R_3R_4R_5)q_6 + (R_1R_2R_3R_4)q_5 \\ &= (R_1R_2R_3)q_4 + (R_1R_2)q_3 + R_1q_2 + q_1 \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)测量运动方程包括三个坐标分量方程,他们都是各杆件的结构参数和各关节变量的函数,因此,式(3)可简写成矢量函数形式,即

$$P = f(a, d, \alpha, \theta) \quad (4)$$

这里, $a = (a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6)^T, d = (d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7)^T$

$\alpha = (\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6)^T, \theta = (\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6)^T$

$P = (p_x \ p_y \ p_z)^T \quad f = (f_x \ f_y \ f_z)^T$

4 误差模型

多关节坐标测量机测头中心的坐标误差 ΔP 主要是由各杆件的结构参数误差($\Delta d_i, \Delta \alpha_i, \Delta \alpha$) 和关节变量误差 $\Delta \theta$ 所决定的。 $\Delta \theta$ 是由于在多关节坐标测量机装配过程中,角度光学编码器的零位与理论模型中关节旋转零位不重合而产生的零位偏置误差; Δd_i 反映的是杆件长度误差; Δa_i 是由于相邻关节的旋转轴线不相交于一点而产生的误差; $\Delta \alpha$ 是两相邻杆件不垂直产生的角度误差。

假设这些参数误差足够小,对式(4)进行全微分,可近似得到测头的空间坐标误差方程

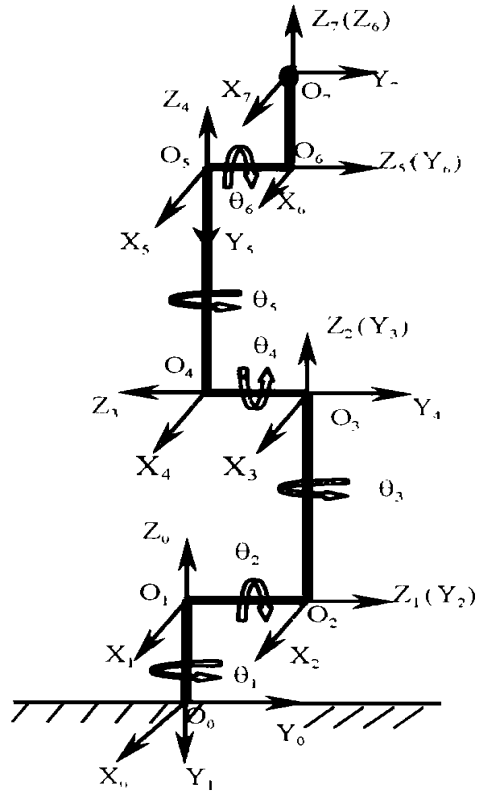


Fig. 2 Diagram of M multi-joint coordinate measuring machine

$$\Delta P = \frac{\partial f}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial f}{\partial l} \Delta l + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial f}{\partial \theta} \Delta \theta \quad (5)$$

其中,

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial a} \Delta a &= \sum_{i=1}^6 \frac{\partial f}{\partial a_i} \Delta a_i & \frac{\partial f}{\partial l} \Delta l &= \sum_{i=1}^7 \frac{\partial f}{\partial l_i} \Delta l_i \\ \frac{\partial f}{\partial \alpha} \Delta \alpha &= \sum_{i=1}^6 \frac{\partial f}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i & \frac{\partial f}{\partial \theta} \Delta \theta &= \sum_{i=1}^6 \frac{\partial f}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i \end{aligned}$$

将式(5)用矩阵方式简单描述,即

$$\Delta P = J \delta \Delta \delta \quad (6)$$

这里,

$$\Delta P = (\Delta p_x \quad \Delta p_y \quad \Delta p_z)^T$$

$J \delta$ 是一个 3×25 的误差系数矩阵,即

$$J \delta = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial a_1} & \cdots & \frac{\partial f_x}{\partial a_6} & \frac{\partial f_x}{\partial l_1} & \cdots & \frac{\partial f_x}{\partial l_7} & \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_6} & \frac{\partial f_x}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial f_x}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial f_y}{\partial a_1} & \cdots & \frac{\partial f_y}{\partial a_6} & \frac{\partial f_y}{\partial l_1} & \cdots & \frac{\partial f_y}{\partial l_7} & \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_6} & \frac{\partial f_y}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial f_y}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial f_z}{\partial a_1} & \cdots & \frac{\partial f_z}{\partial a_6} & \frac{\partial f_z}{\partial l_1} & \cdots & \frac{\partial f_z}{\partial l_7} & \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_6} & \frac{\partial f_z}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial f_z}{\partial \theta_6} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$\Delta \delta$ 是一个 25×1 的误差参数矢量,即

$$\Delta \delta = (\Delta \alpha_1 \dots \Delta \alpha_6 \quad \Delta l_1 \dots \Delta l_7 \quad \dots \quad \Delta \alpha_6 \quad \Delta \theta_1 \quad \dots \quad \Delta \theta_6)^T \quad (8)$$

5 仿真验证

为了验证误差模型的正确性,采用计算机仿真方法,步骤如下:

(1) 设定各杆件结构参数的理论值和误差值,如表 1 所示。

Table 1 Normal parameters and actual errors of links

| link | a_i | Δa_i | d_i | Δd_i | α_i | $\Delta \alpha_i$ | $\Delta \theta_i$ |
|------|-------|--------------|-------|--------------|------------|-------------------|-------------------|
| No. | mm | mm | mm | mm | rad | rad | rad |
| 1 | 0 | 0.10 | 100 | -0.05 | $-\pi/2$ | 0.0010 | 0.0014 |
| 2 | 0 | -0.08 | 150 | 0.11 | $\pi/2$ | 0.0014 | -0.0023 |
| 3 | 0 | -0.12 | 450 | 0.06 | $\pi/2$ | -0.0012 | 0.0017 |
| 4 | 0 | 0.03 | 100 | 0.13 | $-\pi/2$ | 0.0017 | 0.0010 |
| 5 | 0 | 0.07 | 350 | -0.04 | $-\pi/2$ | 0.0010 | -0.0014 |
| 6 | 0 | -0.14 | 100 | 0.05 | $\pi/2$ | -0.0010 | 0.0010 |
| 7 | 0 | 0 | 150 | -0.03 | 0 | 0 | 0 |

(2) 取 20 组关节变量的组合,要求保证末端测头在整个测量空间尽可能地均匀分布。

(3) 将表 1 中各杆件的理论参数、实际参数和 20 组关节变量分别代入式(3),计算 20 组理论坐标值和实际坐标值,并计算出实际的空间坐标误差。

(4) 将表 1 中的理论参数、参数误差和 20 组关节变量分别代入式(6)、(7)和(8),计算出测头的空间坐标误差。

经过以上四步计算,其结果列于表 2 中。

Table 2 Simulation results

| No. | Joint variable ($^{\circ}$) | normal coordinates | actual error | error model |
|-----|--|--------------------------------|--------------|---------------------|
| | $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)$ | P (mm) | $\ E\ $ (mm) | $\ \Delta P\ $ (mm) |
| 1 | (0 0 0 0 0 0) | (0 150 1050) | 3.648 | 3.650 |
| 2 | (- 90 10 10 90 10 10) | (66.53 403.646 636.53) | 3.942 | 3.952 |
| 3 | (- 90 0 0 90 0 0) | (150 500 550) | 4.029 | 4.041 |
| 4 | (90 90 90 90 90 90) | (200 350 150) | 0.949 | 0.927 |
| 5 | (10 80 30 150 30 140) | (211.979 145.894 287.833) | 1.311 | 1.293 |
| 6 | (90 70 90 130 40 30) | (213.24 119.589 169.933) | 1.989 | 1.984 |
| 7 | (0 90 0 0 0 0) | (950 150 100) | 2.743 | 2.746 |
| 8 | (- 90 - 90 0 90 0 90) | (150 600 - 250) | 3.169 | 3.162 |
| 9 | (90 0 - 90 0 90) | (300 150 - 250) | 1.069 | 1.043 |
| 10 | (30 150 60 130 80 160) | (112.002 110.994 - 102.182) | 0.487 | 0.467 |
| 11 | (40 30 60 150 0 0) | (- 33.671 - 115.071 177.21) | 2.180 | 2.190 |
| 12 | (90 0 0 90 0 0) | (- 150 - 500 550) | 3.928 | 3.939 |
| 13 | (50 - 80 50 40 - 60 40) | (- 499.527 - 733.569 230.205) | 3.694 | 3.703 |
| 14 | (60 40 60 150 10 10) | (18.218 - 108.91 201.66) | 2.184 | 2.192 |
| 15 | (120 90 120 - 20 70 50) | (- 631.721 660.874 187.184) | 2.063 | 2.089 |
| 16 | (0 - 90 0 0 0 0) | (- 950 150 100) | 3.864 | 3.849 |
| 17 | (- 90 - 90 - 90 - 90 - 90 - 90) | (- 200 350 150) | 2.165 | 2.143 |
| 18 | (40 150 50 160 90 130) | (- 33.663 187.312 - 50.344) | 0.503 | 0.475 |
| 19 | (90 90 0 0 0 0) | (- 150 950 100) | 2.743 | 2.746 |
| 20 | (- 120 140 20 60 10 150) | (- 164.49 - 495.465 - 265.903) | 1.763 | 1.735 |

从表 2 所示的计算结果,可以得出以下结论:

- 测头中心的位置误差在空间不同位置上是不相同的。
- 对于各杆件结构参数的微小误差,测头中心的位置误差是很大的。最大误差为

4.029mm。

· 误差模型式(6)所计算出的误差与实际误差基本一致,这证明了本文所建立的误差模型,在微小误差的前提下,能近似地反映实际误差。

另外,又做了多组误差参数的验算工作。将表 1 中 Δd_i 和 Δa_i 分别放大和缩小 10 倍,重复上面的计算,20 组末端测头中心位置误差的变化范围在 $\pm 0.1\text{mm}$ 。对于 Δa_i 和 $\Delta \theta_i$ 也分别做同样的实验,对 Δa_i ,20 组测头中心位置误差的变化范围在 $-1.5\text{mm} \sim 10\text{mm}$;对 $\Delta \theta_i$,20 组测头中心位置误差的变化范围在 $-2\text{mm} \sim 21\text{mm}$ 。以上实验结果说明: Δd_i 和 Δa_i 对末端测头坐标误差的影响很小,这主要是因为这两个参数误差都是长度误差,在误差传递过程中不会被放大; Δd_i 和 $\Delta \theta_i$ 对末端误差的影响非常大,主要因为这两个参数误差都是角度误差,在误差传递过程中与杆件长度相乘而被放大。

6 结 论

本文在 D-H 分析方法基础上,建立了多关节坐标测量机的测量运动模型和误差模型。通过计算机仿真计算,验证了所建立的误差模型是正确的。同时,也发现微小的杆件结构参数误差和关节的零位偏置误差会带来很大的测头中心位置误差。因此,为提高多关节坐标测量机的测量精度,可以采取以下措施:

- (1) 提高各零、部件的加工精度和多关节坐标测量机的装配精度;
- (2) 改善关节的回转结构的刚性,减小关节旋转轴系的晃动;
- (3) 提高角度编码器的角分辨力;
- (4) 采取高精度的标定方法,获得各杆件参数的实际误差,进行补偿。

参 考 文 献

- 1 张之江,车仁生等. 仿生计量学的新领域——视觉坐标测量机. 宇航计测技术, 1998, 18(4): 13~17
- 2 付中正,叶东等. 新型关节式三坐标测量机的研究. 工具技术, 1997, 31(1): 38~40
- 3 Denavit J, Hartenberg R. A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices. ASME Journal of Applied Mechanics, 1955, 77(6): 215~221
- 4 Ahmad Shaheen. Analysis of robot drive train errors, their static effect, and their compensations. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988, 4(2): 117~128
- 5 钱吉林,李照海. 矩阵及其广义逆. 武汉:华中师范大学出版社, 1988

A Error Model for Multi-joint Coordinate Measuring Machine

YE Dong, HUANG Qing-Cheng, CHE Ren-Sheng

(Dept. of Precision Instruments, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract

By using homogenous coordinate transformation principle and Denavit-Hartenberg analysis method, a measurement kinematics model and a error model for multi-joint coordinate measuring machine, of which the movement of the probe center is relative to machine reference frame, is constructed. And the model is validated by contrast between the theory calculation and actual errors. It establishes firm theory base for deeply developing calibration method for multi-joint coordinate measuring machine.

Key words: Coordinate measuring machine, Joints, Kinematics model, Error model

叶东男, 1968年6月出生, 1995年哈尔滨工业大学精密仪器及机械专业硕士研究生毕业, 现在哈尔滨工业大学精密仪器及机械专业攻读博士学位。主要从事现代坐标测量技术的研究。