

文章编号 1004-924X(2026)17-2642-14

基于曲面趋势建模的拼接探测器点云去噪

杨云竹^{1,2}, 王之一^{1*}, 王建立^{1,2}, 刘昌华¹, 张胜博^{1,2}, 孙政奇^{1,2}, 姚凯男^{1,2}

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要:针对实际测量曲面点云中存在异常扰动的问题,提出一种基于 Hermite-Birkhoff 径向基函数(Hermite-Birkhoff Radial Basis Function, HRBF)隐式曲面建模的点云协同去噪方法,以提高复杂曲面点云的结构恢复精度与噪声抑制能力。首先,利用 HRBF 隐式曲面对点云趋势进行建模,并结合残差分析实现异常点的初步检测与剔除。随后,引入扩散正则化机制构建统一变分模型,对曲面结构进行进一步细化恢复,实现曲面结构信息与噪声扰动的分离。实验结果表明,相比基础 HRBF 方法,本文方法的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)下降约 7.8%,峰谷值(Peak-to-Valley Value, PV)下降约 49.0%,平均法向误差(Mean Normal Error, MNE)下降约 34.5%,同时能够有效抑制局部异常扰动并保持曲面整体趋势与局部几何连续性。所提出方法在复杂噪声条件下具有较好的稳定性,为复杂曲面点云的高精度结构恢复与噪声抑制提供了一种有效途径。

关键词:拼接探测器;点云去噪;隐式曲面;Hermite-Birkhoff 径向基函数;扩散正则化

中图分类号:TP181;TN215 **文献标识码:**A

doi:10.3724/OPE.20263417.2642 **CSTR:**32169.14.OPE.20263417.2642

Surface trend modeling-based denoising for mosaic detector point clouds

YANG Yunzhu^{1,2}, WANG Zhiyi^{1*}, WANG Jianli^{1,2}, LIU Changhua¹, ZHANG Shengbo^{1,2},
SUN Zhengqi^{1,2}, YAO Kainan^{1,2}

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences,
Changchun 130033, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

* Corresponding author, E-mail: wangzhiyi18@mails.ucas.edu.cn

Abstract: To address anomalous disturbances in measured surface point clouds, a collaborative denoising method based on Hermite - Birkhoff radial basis function (HRBF) implicit-surface modeling is proposed to improve structural recovery accuracy and noise-suppression performance for complex surfaces. First, the global trend of the point cloud is modeled using an HRBF implicit surface, and residual analysis is employed to preliminarily identify and remove anomalous points. Subsequently, a unified variational model incorporating diffusion regularization is introduced to further refine the surface structure, enabling the effective separation of structural information from noise disturbances. Experimental results demonstrate that,

收稿日期:2026-05-20;修订日期:2026-06-04.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 12133009, No. 12573084)

compared with the conventional HRBF method, the proposed approach reduces the root mean square error (RMSE), peak-to-valley value (PV), and mean normal error (MNE) by approximately 7.8%, 49.0%, and 34.5%, respectively. Local anomalous disturbances are effectively suppressed while the global surface trend and local geometric continuity are preserved. The proposed method exhibits favorable stability and robustness under complex noise conditions, providing an effective approach for high-precision structural recovery and denoising of complex surface point clouds.

Key words: mosaic detector; point cloud denoising; implicit surface; Hermite-Birkhoff radial basis function; diffusion regularization

1 引言

现代大口径、大视场的天文望远镜通常采用多块探测器在焦平面进行拼接,以实现大面积焦平面覆盖^[1-3]。在拼接装调过程中,单个探测器可能产生局部翘曲,各探测器之间也存在高度差和倾斜误差,这会导致焦平面偏离理想像面,使系统的成像质量降低^[4-5]。因此,需要在多阶段多工况下对探测器阵列的平面度进行高精度检测^[6]。

在使用光谱共焦位移传感器等非接触式光学探针测量拼接探测器后,可以获得探测器表面的三维点云,用于后续平面度计算,然而得到的点云数据往往包含噪声。首先,光源强度的波动会干扰光谱信号^[7],在数据中表现为点云高度值的随机波动。其次,在扫描测量过程中,编码器误差、采集同步误差等因素会导致点云中出现局部的不连续和非均匀等情况^[8-9]。此外,环境振动、温度变化等外部因素也在一定程度上引入低幅值的测量扰动^[10-11]。由于平面度的评价通常基于点云数据与最佳拟合平面之间的最大偏差,所以数据中的噪声显著影响最终计算结果。因此,对点云数据进行有效的去噪处理,对于提高平面度检测结果的准确性和可靠性具有重要意义。

针对点云数据的去噪问题,多年来,国内外的研究人员提出了多种处理方法。赵夫群等^[12]在通过半径滤波算法中引入点云密度特征以改进参数选取,利用邻域平均值作为阈值去除噪声。刘永生等^[13]通过改进双边滤波权重因子,在去除小尺度随机噪声的同时更好地保持了几何特征。刘彤等^[14]提出一种基于多特征相似性的离群噪声去除方法,利用聚类后度量点云簇间的多特征相似性,实现离群噪声簇的准确剔除。近年来,深度学习方法也应用于点云去噪^[15]。Pis-

tilli等^[16]提出的GPDNet通过多层级动态更新特征空间的邻域图结构,从而学习局部几何关系以实现点云去噪。De Silva Edirimuni等^[17]提出IterativePFN,通过构建级联图卷积模块来模拟传统滤波的迭代过程。然而,深度学习方法应用于探测器面型测量时,难以获得充足的高质量标注数据,模型泛化能力受限。传统滤波或聚类方法虽然实现简单,但多侧重于局部几何特征的平滑或异常点剔除,容易忽略曲面整体趋势结构,从而难以有效刻画点云的全局几何特征^[18]。因此,在保持全局几何结构的同时抑制局部噪声,仍然是点云去噪领域需要进一步研究的重要问题。

针对上述问题,本文提出一种基于曲面趋势建模的拼接探测器点云去噪方法。该方法首先利用曲面趋势模型对点云数据进行整体形貌建模,通过构建描述点云整体变化特征的趋势曲面,以反映探测器焦平面的整体结构特性;随后计算各点相对于趋势曲面的残差,并根据残差分布特征识别异常点,实现点云去噪处理。与传统基于局部邻域的点云滤波方法相比,该方法能够充分利用点云整体曲面结构信息,在保持真实表面形貌特征的同时有效抑制异常点对曲面拟合的影响,从而提高平面度计算的稳定性和准确性。

2 原理

从几何建模的角度来看,探测器表面点云可以视为某一连续曲面的离散采样,测量噪声表现为相对于该曲面的随机偏离,具有局部性和随机性,而真实表面形貌则表现为具有连续性和整体结构特征的曲面。因此,此类点云的去噪问题可以理解为在含噪离散采样数据中恢复真实曲面趋势的问题。去噪后的点云数据能够更客观地

反映探测器表面的真实几何特征,从而为平面度评价提供更可靠、可重复的基准,避免因噪声引起的虚假凹凸对评价结果的干扰,并为后续的精密装配等环节提供高保真的输入数据,其过程如图 1 所示。

本文方法的整体去噪过程包括三个步骤:首

先,建立 Hermite-Birkhoff 径向基函数(Hermite-Birkhoff Radial Basis Function, HRBF)隐式曲面趋势模型,对点云整体形貌进行建模;随后,基于残差统计实现异常点剔除;最后,通过扩散正则化 HRBF 模型对数据进行进一步去噪。算法流程如图 2 所示。

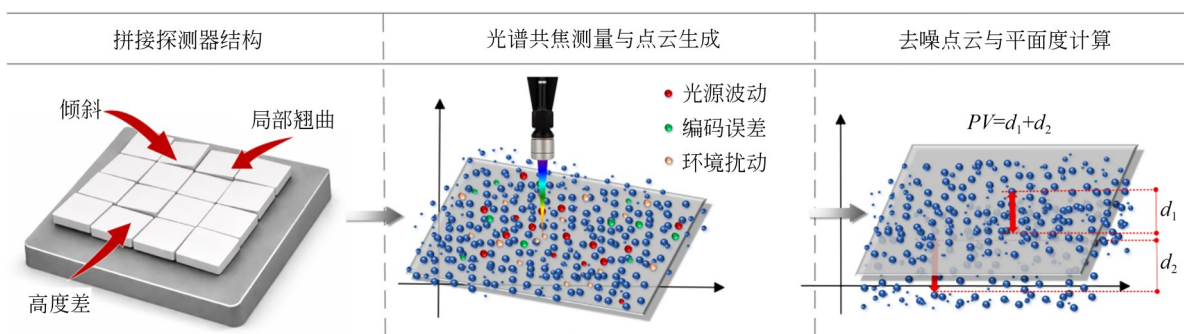


图 1 数据采集与处理过程

Fig. 1 Workflow of data acquisition and processing

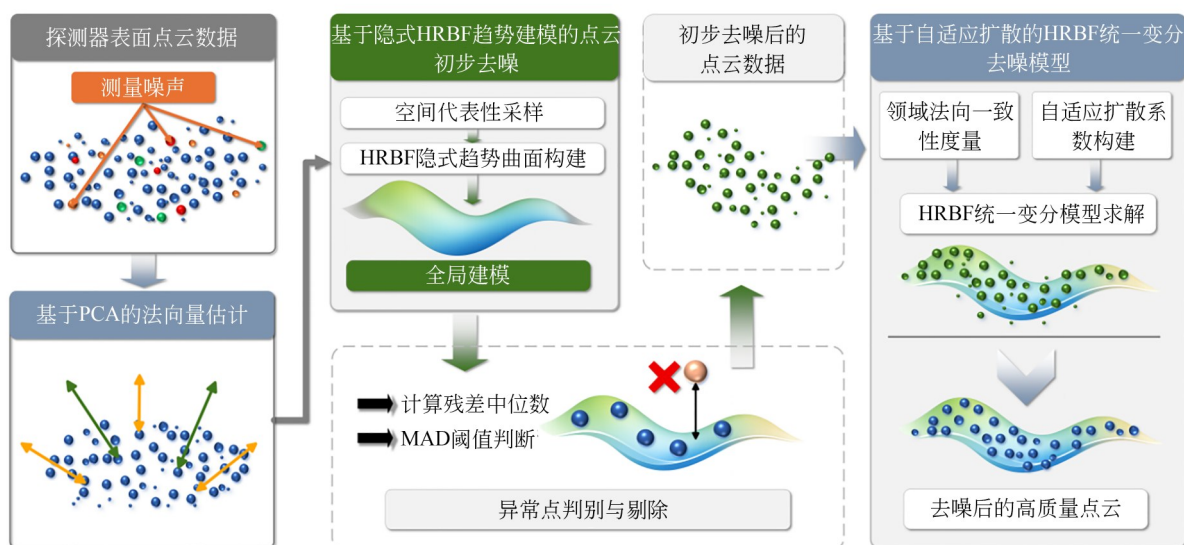


图 2 基于曲面趋势建模的点云去噪算法流程

Fig. 2 Flowchart of point cloud denoising algorithm based on surface trend modeling

2.1 隐式曲面建模理论

HRBF 是一类基于径向基函数理论的隐式曲面建模方法^[19]。该方法能够有效融合几何位置与局部法向信息,对曲面进行 Hermite-Birkhoff 插值,因而在曲面重建领域得到了广泛应用^[20-22]。

设 $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ 为开集,考虑定义在 Ω 上的 Hilbert 空间 $\mathcal{H}_\psi \subset C^k(\Omega)$, 设 $\lambda_i: \mathcal{H}_\psi \rightarrow \mathbf{R}$ 为定义在空间 $\mathcal{H}_\psi$ 上的连续线性泛函,则插值问题可以表示为

$\lambda_i(f) = d_i, i = 1, \dots, M$ 。Hermite-Birkhoff 测量泛函可以统一表示为 $\lambda_{x,y}(f) = (D^\gamma f)(x)$ 。设给定采样点集合 $X = \{x_i\}_{i=1}^N, x_i \in \Omega$, 以及对应的梯度信息 $g_i \in \mathbf{R}^n$, 则 Hermite-Birkhoff 插值问题可表述为:在函数空间 $\mathcal{H}_\psi$ 中寻找函数 f , 使其满足:

$$f(x_i) = f_i, i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

$$\nabla f(x_i) = g_i, i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

为了保证解的唯一性与稳定性,通常在所有满足上述约束条件的函数中选择 Hilbert 空间范数最小的函数,即 $\min_{f \in H_\psi} \|f\|_{H_\psi}$ 。这一最小范数问题构成了径向基函数插值理论的重要基础。由于 $\mathcal{H}_\psi$ 为 Hilbert 空间,并且测量泛函 $\lambda_{(x,y)}$ 为连续线性泛函,根据 Riesz 表示定理,对于每一个泛函 $\lambda_{(x,y)}$,存在唯一 Riesz 表示元,所以最优函数必然位于这些表示元所张成的有限维子空间中。因此,对于包含函数值与梯度约束的 Hermite-Birkhoff 插值问题,其隐式函数可表示为:

$$f(x) = \sum_{j=1}^N \left\{ \alpha_j \psi(x - x_j) - \langle \beta_j, \nabla \psi(x - x_j) \rangle_{\mathbb{R}^n} \right\}, \quad (3)$$

其中: $\alpha_j \in \mathbb{R}$ 为标量系数, $\beta_j \in \mathbb{R}^n$ 为向量系数, $\psi(\cdot)$ 为径向基核函数, $\nabla \psi(\cdot)$ 为核函数关于空间坐标的一阶梯度, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为欧氏空间内积运算。为了确定未知系数,需要将上述函数表达式代入 Hermite-Birkhoff 插值条件^[23]。考虑函数值约束和梯度约束,将隐式函数代入公式(1)和公式(2)可得:

$$\sum_{j=1}^N \{ \alpha_j \psi(x_i - x_j) - \langle \beta_j, \nabla \psi(x_i - x_j) \rangle_{\mathbb{R}^n} \} = f_i, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^N \{ \alpha_j \nabla \psi(x_i - x_j) - H\psi(x_i - x_j) \beta_j \} = g_i, \quad (5)$$

其中: $H\psi(x_i - x_j)$ 表示核函数 ψ 在点 $x_i - x_j$ 处的 Hessian 矩阵。式(4)与式(5)构成了 HRBF 插值问题的基本约束关系。

2.2 基于隐式 HRBF 趋势建模的点云初步去噪

HRBF 模型本质上属于全局插值方法,其求解过程对所有约束点具有一致依赖性,实测数据中的少量异常点即可传播至整个解空间,导致隐式函数整体偏移或局部振荡。因此,有必要首先对原始点云进行预处理,以剔除明显偏离整体曲面趋势的异常点。考虑到拼接探测器表面点云通常具有采样均匀、曲面整体光滑且异常点相对稀疏的特点,本文不依赖局部几何一致性判别,而是利用 HRBF 模型的全局趋势表达能力,通过构建趋势隐式曲面对数据进行整体拟合,并以测量点相对于该趋势曲面的偏离程度作为异常判别依据。

设原始点云为:

$$\mathcal{P} = \{ \mathbf{x}_i \}_{i=1}^N, \mathbf{x}_i = (x_i, y_i, z_i)^T \in \mathbb{R}^3. \quad (6)$$

为利用 HRBF 中的梯度信息,需要采用主成分分析法估算点云的法向集合 $\mathcal{N} = \mathbf{n}_i \}_{i=1}^N$ 。再从原始点云中选取一组具有空间代表性的样本点,构成建模点集:

$$\mathcal{P}_s = \{ \mathbf{x}_j \}_{j=1}^M, M \ll N. \quad (7)$$

参考 HRBF 隐式曲面的基本构造形式,建立趋势隐式函数:

$$f_c(x) = p(x) + \sum_{j=1}^M \alpha_j \psi(x - x_j) - \sum_{j=1}^M \langle \beta_j, \nabla \psi(x - x_j) \rangle, \quad (8)$$

其中: $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$, $p(x)$ 为多项式增广项, $\psi(x) = \phi(\|\mathbf{x}\|)$ 为径向基核函数, α_j 与 β_j 为待求系数, M 是参与趋势建模的样本点数量。该表达式与 HRBF 一阶隐式曲面的基本形式一致,通过函数值项与梯度项共同描述曲面的空间变化能力。同时引入平滑约束,将曲面求解问题转化为正则化拟合问题。具体优化模型为:

$$\min_{f_c \in H_\psi} \{ \|f_c\|_{H_\psi}^2 + \rho_v \sum_{j=1}^M (f_c(\mathbf{x}_j))^2 + \rho_g \sum_{j=1}^M \|\nabla f_c(\mathbf{x}_j) - \mathbf{n}_j\|_2^2 \}, \quad (9)$$

其中: $\|f_c\|_{H_\psi}^2$ 是函数在原生 Hilbert 空间中的范数,作为平滑正则项, $\rho_v > 0$ 为点值拟合项权重, $\rho_g > 0$ 为法向拟合项权重, $\mathbf{n}_j$ 为由 PCA 估计得到的法向量。

综上,通过将隐式 HRBF 趋势曲面转化为轴向高度残差,并利用中位数绝对偏差 (Median Absolute Deviation, MAD) 鲁棒统计准则对残差进行判别,实现了对异常点的有效识别与剔除,从而得到初步去噪后的点云数据。

2.3 基于自适应扩散的 HRBF 统一变分去噪模型

经过初步去噪处理后,原始点云中的明显异常测量值已被有效剔除,但测量数据中仍不可避免地包含由传感器随机误差、光学噪声以及扫描过程微小扰动所引入的高频几何波动。因此,在保持整体面形趋势的前提下抑制局部高频扰动,是实现点云修正与后续平面度评价的关键问题。

在 HRBF 建模框架中,隐函数 f 被限制在由径向基函数 ϕ 所诱导的原生 Hilbert 空间 H_ϕ

中^[19]。原生空间范数主要刻画函数在表示空间中的平滑性,并未直接反映函数在欧氏空间中的局部几何变化行为。对于存在测量噪声的点云数据,仅依赖核空间正则仍可能导致隐函数在局部区域出现较强振荡。

从连续介质理论和偏微分方程理论角度来看,一个自然的几何约束是控制函数梯度的整体能量。对于拼接探测器等精密光学测量曲面,从频域角度看,随机测量噪声通常表现为局部高频扰动,而光学测量曲面的真实面形则主要表现为连续缓变的低频结构。Dirichlet 能量极小化对应的 Laplace 扩散过程本质上是一种低通滤波机制,能够优先抑制高频噪声分量,同时保留曲面的低频趋势结构。因此,在曲面恢复过程中,可将函数梯度能量作为区分真实结构与噪声扰动的重要依据。对于定义在区域 $\Omega \subset R^3$ 上的函数 f ,其 Dirichlet 能量 $\int_{\Omega} \|\nabla f(x)\|^2 dx$ 刻画了函数在空间中的变化强度^[24-26],该能量对应于 Sobolev 半范数 $|f|_{H^1(\Omega)}^2$;从变分角度看,该能量的极小化过程等价于求解 Laplace 型扩散方程,其解在连续域中具有最小梯度变化特性^[27]。因此,通过在隐函数恢复模型中引入该能量,可以有效抑制局部高频振荡,使所得隐函数在空间中呈现更加稳定的几何结构。本文方法主要面向精密光学测量中的连续、缓变型曲面点云。对于整体光滑且仅受随机噪声和少量异常扰动影响的数据,能够有效保持整体面形趋势并抑制局部波动;而对于存在大量尖锐边缘或复杂非连续结构的点云场景,扩散约束可能引起一定程度的细节平滑,后续仍需结合边缘保持机制进一步改进。

基于上述思想,构建的统一变分模型如下:

$$\mathcal{E}(f) = \|f\|_{H_{\phi}}^2 + \frac{1}{\eta_v} \sum_{i=1}^N |f(x_i)|^2 + \frac{1}{\eta_g} \sum_{i=1}^N \|\nabla f(x_i) - n_i\|^2 + \int_{\Omega} \mu(x) \|\nabla f(x)\|^2 dx, \quad (10)$$

其中: η_v 是点值一致性约束权重, η_g 是法向一致性约束权重, $\mu(x)$ 是空间自适应扩散系数。前三项分别对应 HRBF 原生空间正则、点值一致性约束以及梯度一致性约束;最后一项为连续域扩散正则。HRBF 原生空间正则项与连续域扩散正则项虽然均具有平滑作用,但二者分别作用于核

Hilbert 空间和欧氏空间。前者主要控制隐函数表示复杂度并保证求解稳定性,后者直接约束函数梯度能量以抑制局部高频振荡。因此,两类正则项具有互补作用,共同构成隐函数恢复过程中的双重平滑约束。

考虑到测量噪声在空间上的非均匀分布特性,若在整个区域采用统一扩散强度,容易导致真实几何结构存在过度平滑现象。因此,本文根据局部法向一致性构造自适应扩散系数。设 N_i 为点 x_i 的邻域点集,定义法向一致性指标:

$$s_i = \frac{1}{|N_i|} \sum_{x_j \in N_i} \langle n_i, n_j \rangle, \quad (11)$$

其中 N_i 是邻域点数量。当邻域法向高度一致时, s_i 接近 1,说明局部表面结构稳定;当 s_i 较小时,则意味着该区域存在较强几何波动。基于此,扩散系数可定义为:

$$\mu_i = \mu(x_i) = \mu_{\min} + (\mu_{\max} - \mu_{\min})(1 - s_i). \quad (12)$$

该设计使扩散强度能够根据局部几何一致性自动调整,从而在保持真实面形趋势的同时增强对噪声区域的平滑能力。进一步,从函数空间角度,上述变分模型等价于在复合函数空间 $\mathcal{H} = H_{\phi} \cap H^1(\Omega)$ 上的最优恢复问题,即在同时满足核 Hilbert 空间结构与 Sobolev 空间结构约束的条件下,寻找能够最好逼近观测数据的隐函数。

为了获得去噪点云,需要根据隐函数值和梯度信息对测量点进行法向方向上的修正。对于每一个测量点 x_i ,其相对于重建曲面的偏离程度可由函数值 $f(x_i)$ 表示:

$$x_i^* = x_i - \frac{f(x_i)}{\|\nabla f(x_i)\|^2} \nabla f(x_i), \quad (13)$$

其中: x_i^* 表示更新后的点坐标。对所有测量点执行上述更新后,可以得到去噪后的点云集合 $\mathcal{P}^* = \{x_i^*\}_{i=1}^N$ 。

由于隐函数 $f(x)$ 已在变分模型中同时受到核 Hilbert 空间正则项和连续域扩散约束的控制,其零水平集具有良好的整体光滑性和几何一致性。因此,通过上述基于隐函数梯度的更新过程,可以在保持曲面整体趋势结构的同时有效抑制局部随机噪声,从而实现对原始测量点云的去噪恢复。

3 仿真实验与结果分析

3.1 数据构造

为验证本文方法在复杂噪声条件下的有效性和稳定性,从仿真数据层面开展实验研究。考虑探测器表面在实际装调过程中可能存在轻微翘曲、缓变起伏以及局部低频形貌变化,以二次曲面为基础,并加入周期性起伏结构,如图 3 所示。

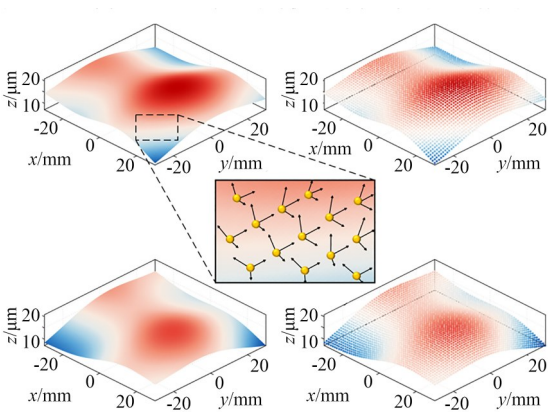


图3 仿真实验参考曲面模型
Fig. 3 Reference surface model in simulation experiment

为模拟实际测量中多种因素耦合产生的点云误差,在仿真数据中构建综合噪声模型。具体包括:用于模拟传感器分辨率和光源波动等引起随机测量偏差的高斯噪声;用于描述反射异常或同步误差导致的离群点噪声;用于模拟表面污染或机械扰动引起局部整体偏移的团簇噪声,以及用于刻画法向估计不确定性的法向随机扰动。上述误差模型如图 4 所示。

为全面评估本文方法的去噪性能,实验选取图拉普拉斯正则化、高斯滤波、双边滤波、移动最小二乘法以及基础 HRBF 方法作为对比算法。

在仿真实验中,采用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)、平均绝对误差(Mean Absolute Error, MAE)、最大误差(Maximum Error, MAXE)、平均法向误差(Mean Normal Error, MNE)和平均曲率误差(Mean Curvature Error, MCE)进行综合分析,可以从整体误差、局部异常抑制、法向一致性以及局部几何结构恢复等多个方面对不同去噪算法的性能进行定量评价。

不同方法的关键参数如表 1 所示。

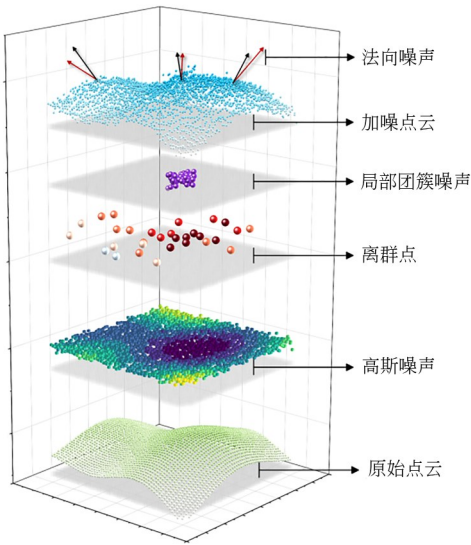


图4 多源噪声模型
Fig. 4 Multi-source noise models

表 1 实验中的关键参数

Tab. 1 Key parameters of methods in the experiments

方 法	关键参数	参数值
图拉普拉斯正则化	正则化系数 λ	0.25
高斯滤波	标准差 σ	1.2
双边滤波	空间标准差 σ_s	2
移动最小二乘法	邻域窗口半径	7
基础 HRBF	正则化系数 λ	1×10^{-3}
	HRBF 中心点数	400
本文方法	正则化系数 λ	5×10^{-4}
	HRBF 中心点数	400
	MAD 阈值 τ	3.0
	扩散迭代次数	25

3.2 去噪结果对比实验

首先构造含噪点云,并分别采用不同方法进行去噪处理。图 5 给出了不同方法的去噪结果,每个子图同时展示了三维点云及其在 XY 平面上的误差热图。可以看出,叠加综合噪声后,原始点云表面出现明显随机波动并伴随局部异常偏移。与其他方法相比,本文方法在保持整体趋势结构的同时有效抑制局部高频扰动,使重建曲面在平滑性与结构保持之间取得更好的平衡。

从误差热图中不同方法的空间误差分布可以看出,本文方法的误差幅值明显减小,且主要

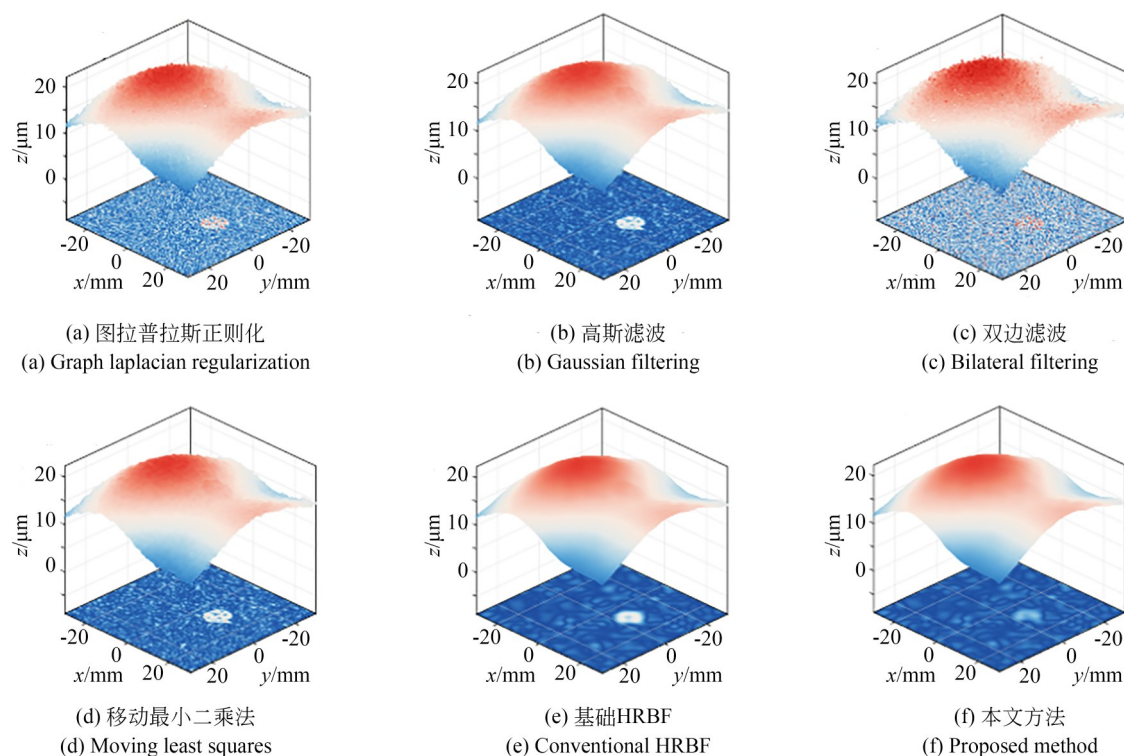


图5 不同去噪方法的仿真点云恢复结果与误差热图比较

Fig. 5 Comparison of simulated point cloud denoising results and error heat maps for different methods

局限于局部区域,表明该方法在降低整体误差的同时改善了误差的空间分布特性,从而获得更加稳定的曲面恢复结果。

图6给出了不同方法的误差分布箱线图。从图中可以看出,本文方法的误差分布最为集中,中位数接近零,且四分位区间最小,离群点数量

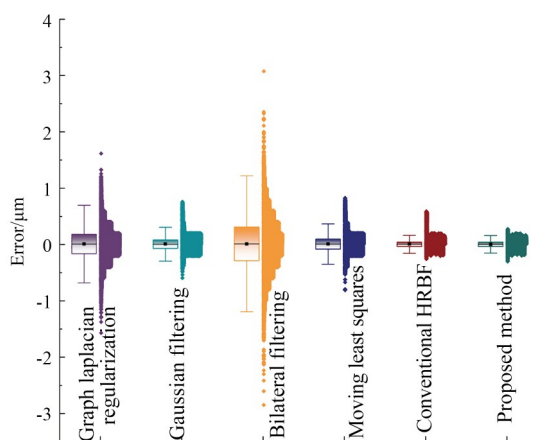


图6 仿真实验中不同方法误差分布

Fig. 6 Error distribution of different methods in simulation experiments

明显减少,说明该方法在降低整体误差幅值的同时能够有效抑制异常偏差,从而获得更加稳定的去噪效果。

3.3 不同噪声水平下的稳定性实验

为进一步分析不同方法在不同噪声条件下的稳定性,图7给出了不同误差指标随噪声强度变化的变化曲线。可以看出,随着噪声强度增加,各方法对应误差指标均呈现逐渐上升趋势,这与点云去噪问题的一般规律一致。对比发现,本文方法在各项指标上均表现出更好的稳定性。通过在 HRBF 隐函数模型中引入扩散正则项,并结合自适应扩散权重,可以有效抑制局部高频扰动在隐函数求解中的传播,因此在 RMSE, MAE, MNE 以及 MAXE 指标上始终保持较低误差水平。

需要指出的是,在 MCE 指标上本文方法略高于基础 HRBF 方法。这主要是由于扩散正则化在抑制高频噪声的同时会对曲面二阶几何结构产生一定平滑作用,从而在曲率计算中引入轻微偏差。然而这种差异总体较小,在其他误差指标上本文方法均取得更优结果,表明所提出模型

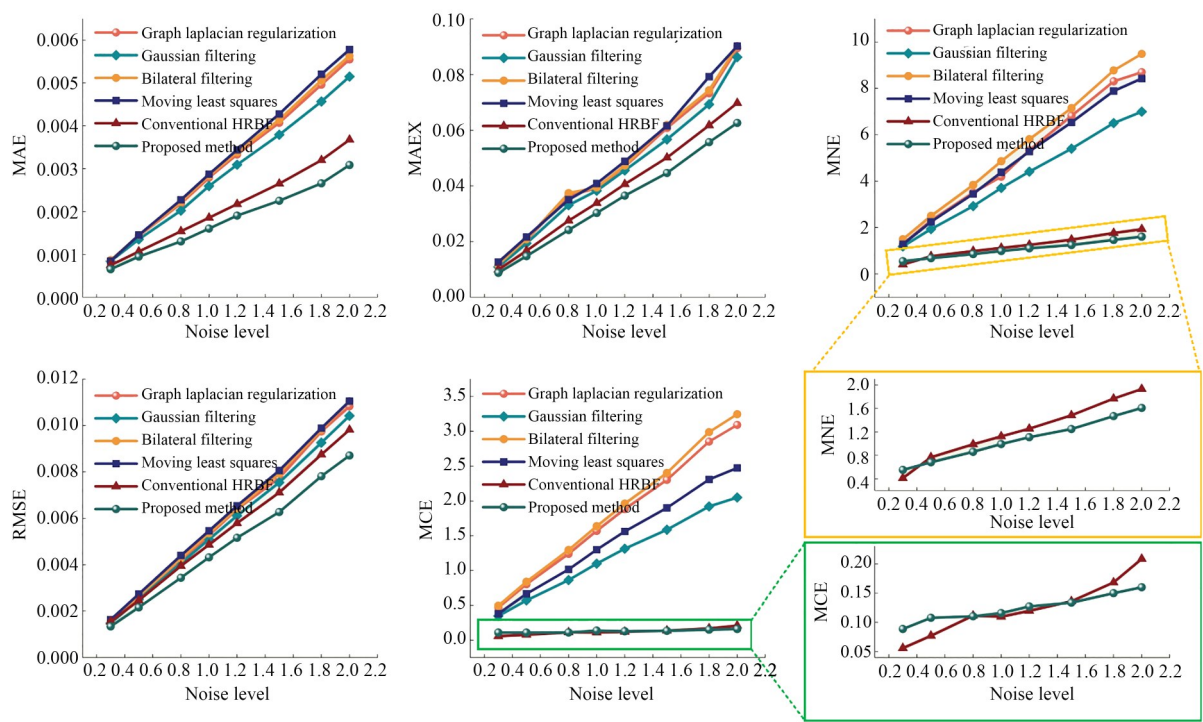


图7 仿真实验中不同方法的误差指标比较

Fig. 7 Comparison of different evaluation metrics in simulation experiment

在降低整体误差与保持几何结构之间取得了较好的平衡。

为进一步进行定量比较,在中等噪声水平(Noise=1.0)下统计各方法的误差指标,如表2所示。可以看到,本文方法在RMSE(0.004 798),MAE(0.001 781),MAXE(0.033 605)以及MNE(1.102 236)指标上均取得最小值,仅在MCE指标上略高于基础HRBF,但整体差异较小。

表2 中等噪声水平下不同方法的误差指标比较

Tab. 2 Comparison of error metrics for different methods under moderate noise levels

方 法	RMSE/ μm	MAE/ μm	MAXE/ μm	MCE	MNE/($^{\circ}$)	Time/s
图拉普拉斯正则化	0.005 271	0.002 795	0.039 182	1.569 860	4.193 216	1.12
高斯滤波	0.005 095	0.002 595	0.038 215	1.099 319	3.707 827	0.72
双边滤波	0.005 360	0.002 838	0.039 425	1.637 283	4.864 211	0.81
移动最小二乘法	0.005 464	0.002 873	0.040 840	1.300 192	4.384 688	1.27
基础 HRBF	0.004 861	0.001 854	0.033 818	0.109 693	1.123 285	0.93
本文方法	0.004 798	0.001 781	0.033 605	0.128 752	1.102 236	2.14

综合图5~图7及表2的结果可以看出,本文方法不仅能够有效降低点位置误差,还能够提高曲面方向信息恢复的稳定性,在不同噪声条件下均表现出良好的稳定性。在计算效率方面,本文方法由于引入了联合去噪和自适应扩散约束,其运行时间略高于传统滤波方法和基础HRBF模型,但仍控制在一定范围内。本文研究面向拼接探测器焦平面平面度检测等精密光学测量场景,数据处理通常在测量完成后离线进行,因此更关注曲面恢复精度和噪声抑制能力,而非实时计算

性能。实验结果表明,虽然计算开销有所增加,但本文方法能够显著提升点云结构恢复质量,具有良好的工程应用价值。对于更大规模点云场景,未来可结合空间分块、随机子采样以及 GPU 并行计算等策略进一步提升求解效率和算法可扩展性。

通过仿真与真实测量数据实验,对本文所提出的扩散正则化 HRBF 点云去噪方法进行了系统验证。实验结果表明,在多源综合噪声条件下,本文方法相较于传统高斯平滑和基础 HRBF 方法,能够更有效地抑制随机噪声、离群点及法向扰动带来的影响;从整体三维结果和误差热图等角度来看,本文方法在保持曲面整体趋势结构的同时,具有更好的局部平滑能力和更小的空间误差分布;误差统计结果表明,本文方法能够有效压制高频噪声成分,并降低大误差点出现概率,体现出较好的稳定性。

综上,本文方法不仅在数值误差意义上优于对比方法,而且在几何一致性、稳定性等方面均表现出明显优势,从而验证了将连续域扩散约束与 HRBF 隐函数建模相结合,并且用于点云去噪的合理性与有效性。

4 物理实验

4.1 实验方法与对比方案

实验采用光谱共焦位移传感器对 CMOS 探测器表面进行三维扫描测量,系统采用 XY 逐点扫描方式获取表面离散点云数据,横向采样间距为 0.5 mm,测量环境为常温实验室条件,探测器有效测量区域约为 60 mm×60 mm。为获得高精度参考表面,本文采用 Lumphoscan 获取参考点云,并将其作为真实表面的近似基准用于误差评价。被测探测器如图 8 所示。

由于实测点云与参考点云来源于不同测量系统,两者在空间坐标分布及采样密度上存在差异,因此在误差分析前需进行统一配准与数据对齐。本文首先采用相干点漂移算法实现两类点云的初始空间配准,调整实测点云与参考点云的整体刚体姿态,从而消除平移和旋转偏差,使残差计算能够真实反映局部噪声和结构差异。随

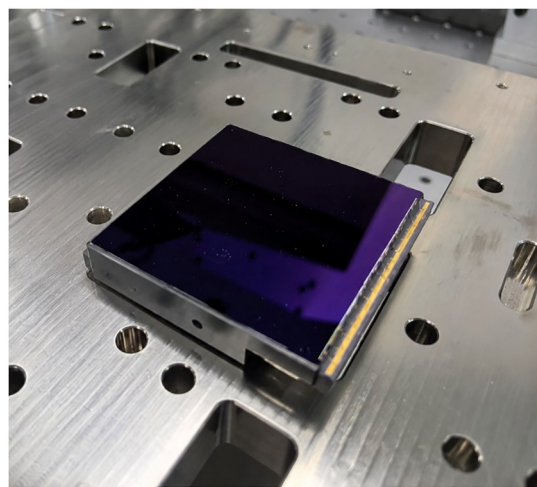


图 8 被测探测器实物照片

Fig. 8 Photograph of measured detector

后对参考点云进行曲面拟合,并在拟合曲面上求取与实测点云对应 (x, y) 位置处的参考高度值,以此构建实测点与参考曲面之间的残差,用于后续精度评价与误差分析。基础 HRBF 方法的正则化系数 λ 设为 1×10^{-3} ,中心点数为 400;本文方法的正则化系数 λ 设为 5×10^{-4} ,中心点数同样为 400。

考虑到物理实验中探测器的表面平面度评价更加关注局部极值误差对整体面型质量的影响,本文在实测数据评价中进一步引入峰谷值 (Peak-to-Valley Value, PV)、标准差 (Standard Deviation, STD) 等指标,用于表征曲面最大高度起伏以及残差的离散程度。

4.2 点云去噪结果与误差分析

图 9 给出了单片探测器原始实测点云及其真值数据对比结果。从原始测量结果可以看出,实测点云整体上保持了探测器表面的连续变化趋势,但局部区域存在明显的高度扰动和离散异常点。

经过不同方法处理后,各方法均在一定程度上降低了点云表面的局部波动。从去噪后的三维点云结果以及 XY 平面误差热图可以看出,本文方法能够更有效地抑制表面高频噪声与局部异常扰动,恢复后的曲面整体更加平滑连续,其误差分布更加均匀,局部残差区域明显减弱。

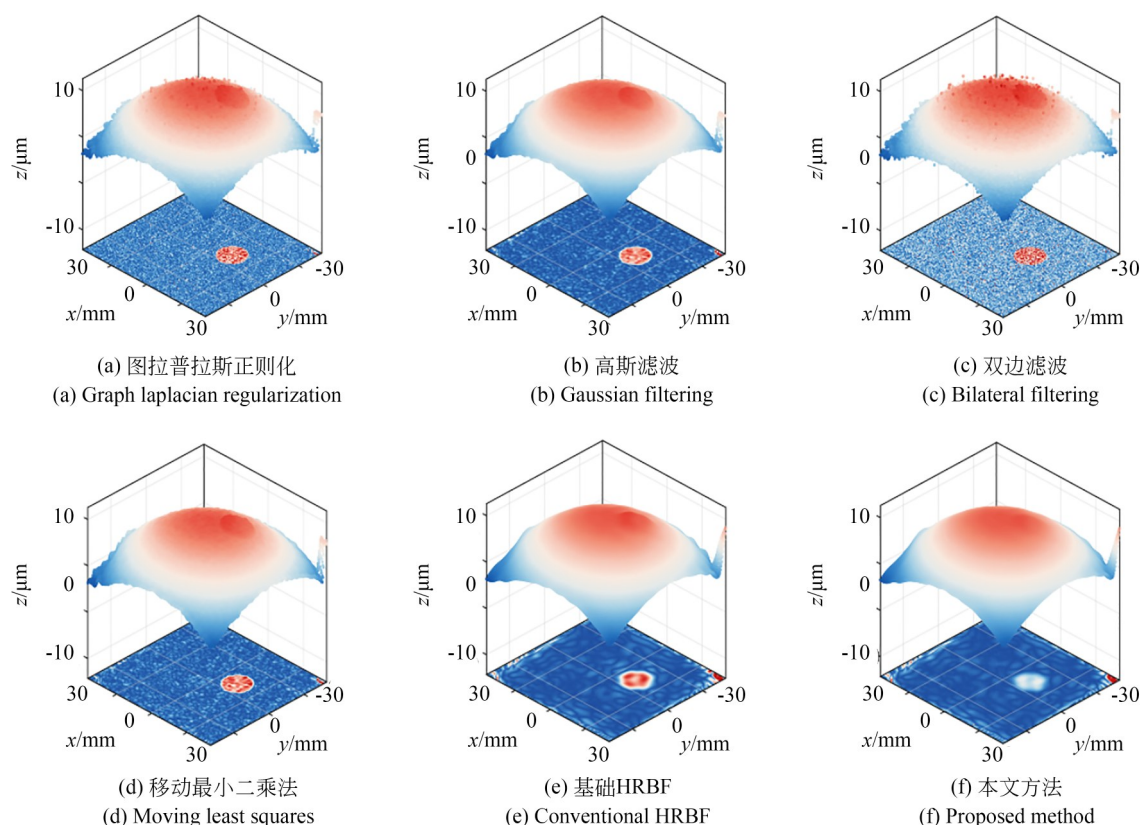


图9 不同去噪方法的真实点云恢复结果与误差热图比较

Fig. 9 Comparison of restored real point clouds and error heat maps for different denoising methods

4.3 点云误差的定量评价

图10给出了不同去噪方法在实测探测器点云上的定量评价结果。可以看出,不同方法均能够在一定程度上降低原始测量数据中的噪声扰动,但其恢复效果存在明显差异。从RMSE, MAE与STD指标来看,本文方法均取得了最小误差,说明其在整体高度恢复与随机波动抑制方面具有更高精度,恢复后的点云与参考真值曲面具有更好的一致性。与此同时,本文方法对应的PV与MAXE指标同样最低,能够更有效地抑制局部异常点及极端误差对于曲面结果的影响,从而降低表面整体高度起伏。从MNE指标进一步观察到,本文方法在曲面局部几何结构保持方面同样具有较好性能,其恢复结果能够更稳定地保持曲面法向连续性。

综合各项指标可以看出,本文方法在整体误差控制、局部异常抑制以及曲面结构保持等方面均表现出更优的综合性能,说明所提出的方法能够更有效地适用于实测探测器点云数据的鲁棒

去噪与曲面恢复。

4.4 不同趋势模型下误差评价的稳定性分析

在完成实测点云与参考点云的配准后,本文进一步对参考点云进行趋势曲面拟合,并基于拟合结果构建后续残差评价。因此,参考曲面的拟合方式会直接影响后续残差计算与误差评价结果。

为分析不同趋势模型的影响,本文分别采用二次、三次、四次多项式以及B样条曲面作为参考趋势模型,并在固定有效点数量条件下对恢复结果进行评价,并选取RMSE, PV以及MNE作为代表性指标,对不同趋势模型下的评价结果进行比较分析。

图11对有效点数量为3的情况,此时邻域筛选条件相对宽松,保留的有效点较多,部分局部异常点仍会参与后续评价。其中,B样条曲面对应的RMSE, PV以及MNE指标均明显大于多项式趋势模型,说明在当前条件下,高自由度趋势模型更容易受到局部异常扰动影响,从而导致

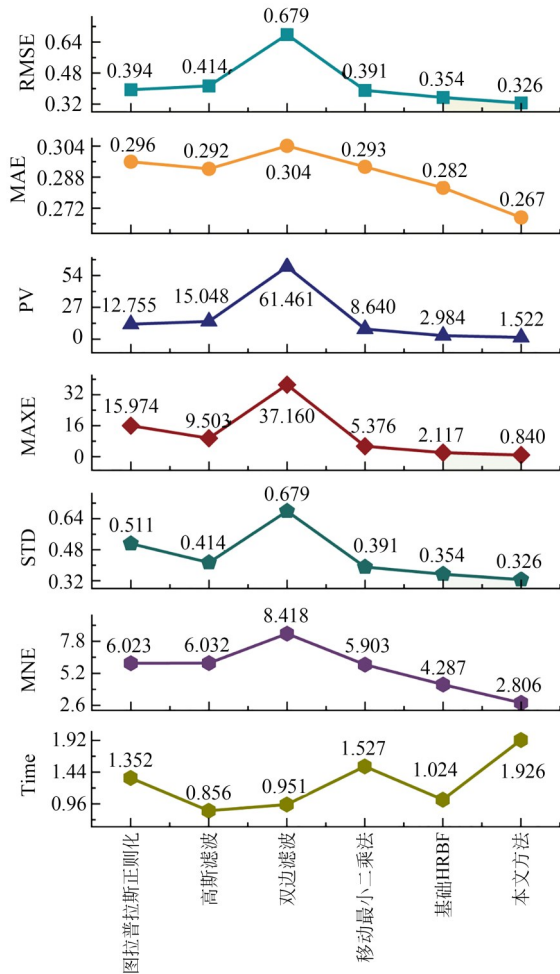


图 10 不同算法在真实点云上的性能指标比较

Fig. 10 Comparison of performance metrics for different algorithms on measured point clouds

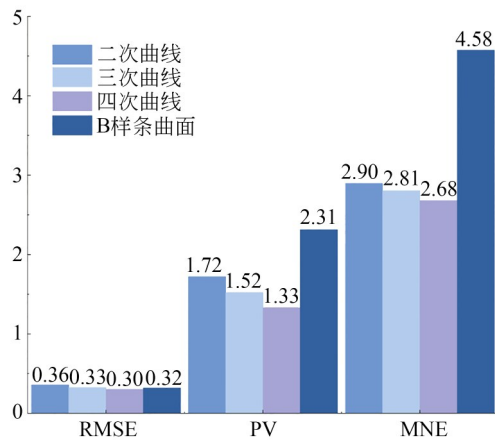


图 11 不同趋势曲面模型在有效点为 3 时的误差指标比较

Fig. 11 Comparison of error metrics for different trend surface models with valid point number equal to 3

整体误差、局部高度起伏以及法向误差增大;相比之下,不同阶次多项式模型之间的指标差异相对较小,其中四次多项式对应的各项误差指标整体较低,表现出较好的稳定性。

图 12 对有效点数量为 10 的情况,此时邻域筛选条件更加严格,局部异常点被进一步剔除。可以观察到,各趋势模型对应的整体误差均明显下降,说明提高有效邻域约束后,参考曲面与实测点云之间的一致性得到改善。B 样条曲面对应的 RMSE、PV 以及 MNE 指标也显著降低,表明其对局部异常点的敏感性在严格筛选条件下得到一定缓解;其中,B 样条曲面对应的误差指标最低,说明在较严格的有效点筛选条件下,其对曲面整体趋势与局部几何结构的描述能力更强。

综合两组实验结果可以看出,参考点云趋势曲面的拟合方式会对最终残差评价结果产生一定影响。当邻域筛选条件较宽松时,局部异常点更容易对高自由度趋势模型造成干扰,从而导致误差指标增大;而随着有效邻域约束增强,各趋势模型对应的评价结果逐渐趋于稳定。

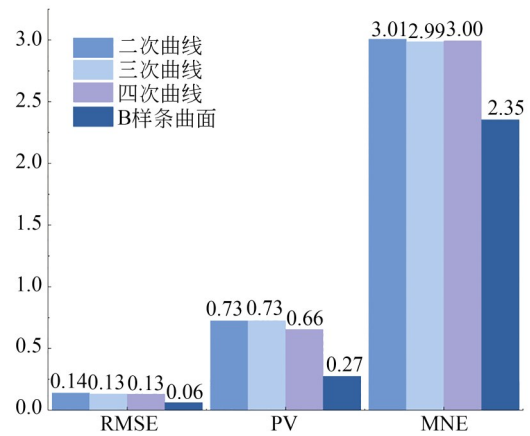


图 12 不同趋势曲面模型在有效点为 10 时的误差指标比较

Fig. 12 Comparison of error metrics for different trend surface models with valid point number equal to 10

4.5 不同曲率区域下的稳定性分析

为进一步分析本文方法在不同局部几何复杂度区域中的恢复稳定性,本文基于参考曲面的平均曲率分布,对恢复结果开展不同曲率区域下的误差分析,并分别统计各曲率区间对应的 RMSE、PV 与 MNE 指标,从而分析本文方法在

不同曲率区域中的恢复稳定性。

图 13 给出了不同曲率区间下的误差变化曲线。其中,曲率由 $1.083 \times 10^{-2} \sim 1.363 \times 10^{-2}$ 均匀划分为 12 个曲率区间,图中横轴编号 1~12 分别对应不同曲率区间。从整体趋势可以观察到,随着局部曲率逐渐增大, RMSE 与 PV 指标整体呈上升趋势,说明在高曲率区域中,曲面恢复难度相对更高,局部高度误差与面形起伏会随曲面几何复杂度的增加而增大。

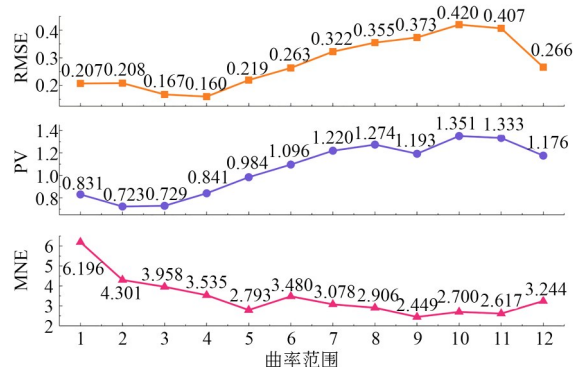


图 13 不同曲率区间下的误差指标比较

Fig. 13 Comparison of error metrics for different curvature regions

相比之下, MNE 整体呈下降趋势。这是由于低曲率区域表面整体较为平缓,局部微小噪声扰动即可引起法向方向的明显变化,因此法向误差相对较大;而在较高曲率区域,曲面本身具有更稳定的局部梯度变化,局部噪声对于法向方向的相对影响减弱,因此 MNE 整体有所下降。

尽管不同曲率区间下各项指标存在一定波动,但整体变化过程保持连续平稳,未出现明显误差突增现象。这表明本文提出的基于扩散正则化的 HRBF 统一变分去噪模型在不同局部曲率区域内均能够保持较稳定的恢复能力,具有较好的局部结构适应性与稳定性。

基于探测器实测数据对不同去噪方法的去噪结果进行了误差分析和定量对比,结果表明,本文方法多个指标上均具有较优表现,能够有效提高实测点云的高度恢复精度。本文进一步开展了不同趋势曲面模型下的误差评价稳定性分析以及不同曲率区域下的稳定性分析。实验结果表明,本文方法在不同趋势模型与不同曲率区域条件下均能够保持较低的误差水平,能够稳定

抑制实际测量中的局部异常扰动并保持探测器表面的整体曲面趋势与局部结构连续性。

综上,本文方法不仅在仿真实验中表现出较好的去噪性能,而且在真实物理测量数据中同样具有较强的稳定性和适用性。

5 结 论

针对实际测量点云中同时存在结构趋势与异常扰动的问题,本文提出了一种基于 HRBF 隐式曲面建模的点云协同去噪方法。该方法首先利用 HRBF 隐式曲面对曲面整体趋势进行建模,并通过残差分析结合鲁棒阈值实现异常点的初步识别与剔除;在此基础上,进一步引入扩散正则化思想构建统一变分模型,对点云结构进行细化恢复,从而实现曲面结构信息与噪声扰动的有效分离。通过构建多种噪声场景,并与高斯滤波、双边滤波、移动最小二乘以及基础 HRBF 方法进行对比实验,对不同方法的去噪性能进行了系统评估。实验结果表明,传统局部滤波方法在复杂噪声条件下容易导致曲面几何信息过度平滑或误差扩散,而基于全局隐式曲面建模的方法能够更好地保持曲面整体结构特征。物理实验的定量评价结果进一步表明,本文方法在 RMSE、PV 以及 MNE 等关键指标上均取得了最优结果。相比基础 HRBF 方法,本文方法对应的 RMSE 由 0.353 90 降低至 0.326 17,下降约 7.8%,说明其在整体高度恢复精度方面具有更好的表现;PV 由 2.984 15 降低至 1.522 37,下降约 49.0%,表明本文方法能够更有效地抑制局部异常点及极端误差对于曲面结果的影响;平均法向误差 MNE 由 4.286 58 降低至 2.806 14,下降约 34.5%,进一步说明该方法在降低噪声扰动的同时,能够更稳定地保持曲面局部几何结构与法向连续性。

总体而言,本文方法将 HRBF 全局曲面建模能力与鲁棒异常检测及扩散正则化机制相结合,实现了对点云结构信息与异常扰动的协同估计,在多种误差指标下均表现出较好的稳定性。该方法为复杂曲面点云的高精度结构恢复与噪声抑制提供了一种有效途径,对于高精度光学测量及相关工程应用具有一定的参考价值。

作者贡献声明:

杨云竹:算法实现,论文构思和撰写;
王之一:算法提出,实验指导;

王建立、姚凯男:论文写作指导;

刘昌华:实验环境提供;

孙政奇、张胜博:协助实验;

参考文献:

- [1] 冯晓鹏,王之一,王建立,等. 基于边缘增强弱监督 K-means 的大口径望远镜拼接探测器点云分割[J]. 光学精密工程, 2025, 33(21): 3331-3342.
FENG X P, WANG ZH Y, WANG J L, *et al.* Edge-enhanced weak-supervised K-means point cloud segmentation for large-aperture telescope tiled detectors [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2025, 33(21): 3331-3342. (in Chinese)
- [2] LIU C H, GUO N X, WANG J L, *et al.* Flatness measurement of a mosaic focal plane by using a coaxial multispectral laser [J]. *Journal of the Korean Physical Society*, 2020, 77(8): 653-661.
- [3] 郭宁馨,张景旭,刘昌华,等. 大口径大视场望远镜探测器平面度检测方法综述[J]. 激光与红外, 2020, 50(4): 387-395.
GUO N X, ZHANG J X, LIU C H, *et al.* Overview of CCDs flatness test method for large aperture and wide-field telescope [J]. *Laser & Infrared*, 2020, 50(4): 387-395. (in Chinese)
- [4] 牛盛光,郭亮,陆振玉,等. 基于光机热集成分析的大规模拼接焦面误差分配[J]. 中国光学(中英文), 2022, 15(5): 1000-1006.
NIU SH G, GUO L, LU ZH Y, *et al.* Large-scale splicing focal plane error distribution based on opticalstructural-thermal integration analysis [J]. *Chinese Optics*, 2022, 15(5): 1000-1006. (in Chinese)
- [5] 张璐,付志凯,刘伟. 超长线列红外探测器组件的低温面形研究[J]. 红外, 2023, 44(9): 16-22.
ZHANG L, FU ZH K, LIU W. Study on low-temperature profile of ultra-long line array infrared detector assembly [J]. *Infrared*, 2023, 44(9): 16-22. (in Chinese)
- [6] 刘昌华. 主焦点式大口径大视场光学校正镜及拼接探测器关键技术[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2023.
LIU C H. *Key Technologies of Prime-Focus Large-Aperture Wide-Field Optical Correctors and Mosaic Detectors*[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2023. (in Chinese)
- [7] WANG Z Y, WANG T Y, YANG Y Q, *et al.* Precise two-dimensional tilt measurement sensor with double-cylindrical mirror structure and modified mean-shift algorithm for a confocal microscopy system[J]. *Sensors*, 2022, 22(18): 6794.
- [8] AGOYAN M, FOURNEAU G, CHEYMOL G, *et al.* Confocal chromatic sensor for displacement monitoring in research reactor[J]. *EPJ Web of Conferences*, 2021, 253: 04021.
- [9] WANG T Y, WANG Z Y, YANG Y Q, *et al.* A differential confocal sensor for simultaneous position and slope acquisitions based on a zero-crossing prediction algorithm[J]. *Sensors*, 2023, 23(3): 1453.
- [10] WANG Z Y, WANG T Y, YANG Y Q, *et al.* Differential confocal optical probes with optimized detection efficiency and Pearson correlation coefficient strategy based on the peak-clustering algorithm[J]. *Micromachines*, 2023, 14(6): 1163.
- [11] WANG B, LI J F, LUO M Z, *et al.* Anti-interference spectral confocal sensors based on line spot [J]. *Sensors*, 2025, 25(5): 1337.
- [12] 赵夫群,余佳乐,郝寒竹,等. 几何特征保持的层次化点云去噪[J]. 光学精密工程, 2025, 33(16): 2616-2629.
ZHAO F Q, YU J L, HAO H ZH, *et al.* Hierarchical point cloud denoising with geometric feature preservation [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2025, 33(16): 2616-2629. (in Chinese)
- [13] 刘永生,蔡世阳,陈一馨,等. 混合滤波与改进双边滤波的点云去噪算法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2023, 44(5): 682-688.
LIU Y SH, CAI SH Y, CHEN Y X, *et al.* Point cloud denoising algorithm based on hybrid filtering and improved bilateral filtering [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2023, 44(5): 682-688. (in Chinese)
- [14] 刘彤,李洋,郝灿,等. 基于多特征相似性的点云离群噪声去除方法[J]. 光学精密工程, 2026, 34(6): 1022-1033.
LIU T, LI Y, HAO C, *et al.* 3D point clouds outlier noise removal method based on multi-feature similarity [J]. *Optics and Precision Engineering*,

- 2026, 34(6): 1022-1033. (in Chinese)
- [15] 王兴涛, 代梦丽, 于嘉阔, 等. 基于深度学习的点云去噪方法综述[J]. 智能系统学报, 2026, 21(4):849-863.
- WANG X T, DAI M L, YU J K, *et al.* A review of deep learning-based point cloud denoising methods [J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2026, 21(4):849-863. (in Chinese)
- [16] PISTILLI F, FRACASTORO G, VALSESIA D, *et al.* Learning graph-convolutional representations for point cloud denoising[C]. *Computer Vision-ECCV* 2020. Cham: Springer, 2020: 103-118.
- [17] DE SILVA EDIRIMUNI D, LU X Q, SHAO Z W, *et al.* IterativePFN: true iterative point cloud filtering [C]. *2023 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. June 17-24, 2023. Vancouver, BC, Canada. IEEE, 2023: 13530-13539.
- [18] RAKOTOSAONA M J, LA BARBERA V, GUERRERO P, *et al.* PointCleanNet: learning to denoise and remove outliers from dense point clouds [J]. *Computer Graphics Forum*, 2020, 39(1): 185-203.
- [19] MACÊDO I, GOIS J P, VELHO L. Hermite radial basis functions implicit[J]. *Computer Graphics Forum*, 2011, 30(1): 27-42.
- [20] GUO J T, WANG J M, WU L X, *et al.* Automatic and dynamic updating of three-dimensional ore body models from borehole and excavation data using the implicit function HRBF[J]. *Ore Geology Reviews*, 2022, 148: 105018.
- [21] XU Y B, NAN L L, ZHOU L S, *et al.* HRBF-fusion: accurate 3D reconstruction from RGB-D data using on-the-fly implicit[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2022, 41(3): 1-19.
- [22] ZHANG B Y, DU L Z, KHAN U, *et al.* AdaHRBF v1.0: gradient-adaptive Hermite-Birkhoff radial basis function interpolants for three-dimensional stratigraphic implicit modeling[J]. *Geoscientific Model Development*, 2023, 16(13): 3651-3674.
- [23] FASSHAUER G E. *Meshfree Approximation Methods With Matlab* [M]. Singapore Hackensack, N. J. : World Scientific, 2007.
- [24] EVANS L C. *Partial Differential Equations* [M]. 2nd ed. Providence, R. I. : American Mathematical Society, 2010.
- [25] ADAMS R A, FOURNIER J J F. *Sobolev Spaces* [M]. 2nd ed. Amsterdam: Academic Press, 2003.
- [26] DESBRUN M, MEYER M, SCHRÖDER P, *et al.* Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow [C]. *Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques-SIGGRAPH'99*. ACM, 1999: 317-324.
- [27] DACOROGNA B. *Direct Methods in the Calculus of Variations* [M]. 2nd ed. New York: Springer, 2008.

作者简介:



杨云竹(2004—),男,吉林长春人,博士研究生,2025年于北京邮电大学获得学士学位,主要从事点云数据处理、非接触式光学探针测量方面的研究。E-mail: yangyunzhu25@mails.ucas.ac.cn

通讯作者:



王之一(1996—),男,吉林长春人,博士,助理研究员,2018年于山东大学获得学士学位,2024年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,主要从事大口径光学自由曲面精密检测与非接触式光学探针测量等方面的研究。E-mail: wangzhiyi18@mails.ucas.edu.cn