

电磁场数值计算方法——等效磁网络方法中参数的求解

樊叔维

(中国科学院长春光学精密机械研究所 长春 130022)

摘要 详细分析了电磁场数值计算方法——等效磁网络方法。简要叙述了等效磁网络方法的基本原理,给出了建立等效磁阻模型及等效磁网络模型的方法;首次由电磁场基本原理推导了等效磁网络方法中的重要参数,为等效磁网络方法的进一步推广应用奠定了理论基础。

关键词 等效磁网络模型 磁阻模型 电磁数值计算方法

1 等效磁网络方法的基本原理

磁网络的概念早在六十年代就已提出^[1-2],但在当时受到计算设备的限制,未能加以推广。磁网络方法的依据是等效磁通管原理,即将所分析的场域中磁通分布较为均匀而几何形状又较为规则的部分作为一个独立的单元,计算其磁导。各单元之间通过节点相连接,得到磁网络,从而求得有关的参数。根据上述指导思想,在建立磁网络前,必须对所分析场域内磁场的分布情况作出定性的分析,才可以得到磁网络模型,而当场域内磁场分布较为复杂不便作出定性分析时,上述思想的应用便受到限制。

本文提出的等效磁网络方法,无须对场域内磁场的分布情况进行详尽的分析,它以磁路欧姆定律和磁路基尔霍夫定律为基础。由磁路欧姆定律和磁路基尔霍夫定律可知,下列关系是成立的:

$$U_i = R_i \Phi_i; \quad \sum_{i=1}^n \Phi_i = 0; \quad \sum_{i=1}^m U_i = 0;$$

上式中, U_i 为支路 i 的磁压; R_i 为支路 i 的磁阻; Φ_i 为流过支路 i 的磁通; n 为与任意结点关联的支路数; m 为任意回路的支路数。

在建立等效磁网络模型时,所分析的场域中任何一部分均可作为一个独立的单元加以分

析, 这些独立的单元分别用 x 方向的磁阻 R_x , y 方向的磁阻 R_y 来等效(对于三维场, 则可分别用 x, y, z 三个方向的磁阻来等效每个单元), 然后根据各个单元所属材料的特性计算其等效磁阻。各单元之间通过节点相连接, 形成等效磁网络。根据等效磁网络与电网络的相似性用节点法或回路法即可求出每个节点的磁位和通过每个单元的磁通。

2 等效磁阻模型及等效磁网络模型的建立

在建立等效磁网络模型前, 首先把整个分析场域划分为电流区域和非电流区域。每个区域都可以划分为若干单元, 如, 在直角坐标系下, 每个单元的磁场均可分解为三个分量: 即 x 轴、 y 轴、 z 轴方向磁场, 并分别以磁阻 R_x 、磁阻 R_y 、磁阻 R_z 来等效 x 轴、 y 轴、 z 轴三个方向磁场的作用, 由此得到每个单元的等效磁阻模型。以二维电磁场问题为例, 可以得到某个单元的等效磁阻模型, 如图 1 所示。

在电流区域, 每个单元是由磁阻支路和等效磁势源串联而成, 其中, 等效磁势源用来等效电流区域内电流的作用; 在非电流区域, 每个单元就是一条磁阻支路。各个单元之间通过节点相连接, 从而得到整个分析场域的等效磁网络模型。如图 2 所示, 为某一变压器漏磁场的二维等效磁网络模型。图中阴影部分为电流区域, $F1$ 表示等效磁势源。

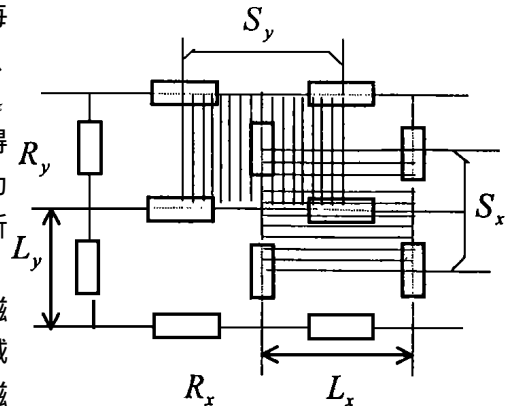


Fig. 1 Equivalent reluctance model

3 等效磁网络中参数的求解

由前面所述可知, 等效磁网络中有两种不同性质的单元, 即等效磁阻(磁阻抗)和等效磁势源, 下面分别给出它们的求解方法。

3.1 等效磁势源

我们已经知道, 等效磁势源是用来等效电流区域内电流的作用的。它的求解较为简单, 可以通过下式求得:

$$F = I / (N_x \cdot N_y); \quad (1)$$

式中 I 为总电流, N_x, N_y 为电流区域在 x, y 方向上所划分的单元数。

3.2 磁阻(磁阻抗)的求解

在等效磁网络中, 各个单元的磁阻, 都可以归结为两种: 非金属区域内的磁阻, 以及金属区域内的磁阻抗。

(1) 非金属区内磁阻

位于非金属区域内的磁阻求解比较简单, 它主要是由其所在单元的几何尺寸决定的:

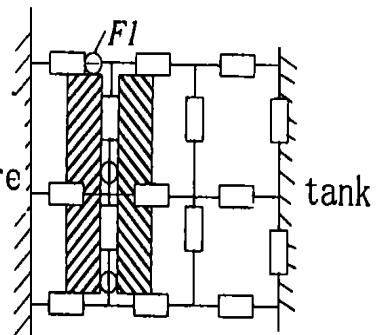


Fig. 2 Equivalent magnetic network model of transformer leakage field

$$R_i = \frac{l_i}{\mu_0 S_i} \quad (2)$$

其中, l_i : 单元的长度; S_i : 单元截面积。

(2) 金属区域内磁阻抗

金属区域是指场域内的金属部分, 该部分的磁阻抗的求解推导如下。

由于导电金属内存在着涡流反应, 其涡流反应对磁场存在去磁作用。下面我们首先推导出在导电金属内的物理现象——波过程, 从而求得导电金属计算磁阻抗。

分析前, 我们作如下假设, 金属材料的复数波阻抗为 Z_2 , 位于它两边的两种不同介质的复数波阻抗分别为 Z_1, Z_3 , 如图 3 所示。

当 $\gamma \gg \omega\epsilon$ 时, 金属材料的波阻抗可以按下式求得:

$$\begin{aligned} Z &= \alpha/\gamma = (1+j)k/\gamma \\ &= (1+j)\sqrt{\omega\mu\gamma/2}/\gamma = (1+j)\sqrt{\omega\mu/2\gamma} \end{aligned} \quad (3)$$

式中, γ : 电导率; μ : 磁导率。

由电磁场理论的基本方程组, 可以推得, 在工频情况下, 透入导电媒质中的电磁波在涡流反应的影响下, 有:

$$\left. \begin{aligned} H(z) &= H_s e^{-\alpha z} = H_s e^{-kz} e^{-jkz} \\ E(z) &= \frac{\alpha}{\gamma} H_s e^{-\alpha z} = \frac{\alpha}{\gamma} H_s e^{-kz} e^{-jkz} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中, $H_s = \sqrt{H_{sx}^2 + H_{sy}^2}$, 为导电媒质表面的磁场。

导电媒质中的磁场强度是由原磁场与反射波磁场叠加而成, 从 $z = 0$ 表面开始有:

$$\begin{aligned} H(z) &= H_s e^{-\alpha z} + (H_s e^{-\alpha d} \rho_2) e^{-\alpha(d-z)} + (H_s e^{-\alpha d} \rho_2 e^{-\alpha d} \rho_1) e^{-\alpha z} \\ &\quad + (H_s e^{-2\alpha d} \rho_2 \rho_1 e^{-\alpha d} \rho_2) e^{-\alpha(d-z)} + (H_s e^{-3\alpha d} \rho_1 \rho_2^2 e^{-\alpha d} \rho_1) e^{-\alpha z} \\ &\quad + (H_s e^{-4\alpha d} \rho_1^2 \rho_2^2 e^{-\alpha d} \rho_2) e^{-\alpha(d-z)} + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

上式中, ρ_1 和 ρ_2 分别为媒质 2 两侧反射系数。

式(5)中每一项都按顺序对应着一个反射波和入射波, 整理上式, 得到:

$$\begin{aligned} H(z) &= H_s e^{-\alpha z} (1 + \rho_1 \rho_2 e^{-2\alpha d} + \rho_1^2 \rho_2^2 e^{-4\alpha d} + \rho_1^3 \rho_2^3 e^{-6\alpha d} + \dots) \\ &\quad + H_s \rho_2 e^{-\alpha(2d-z)} (1 + \rho_1 \rho_2 e^{-2\alpha d} + \rho_1^2 \rho_2^2 e^{-4\alpha d} + \rho_1^3 \rho_2^3 e^{-6\alpha d} + \dots) \\ &= H_s (e^{-\alpha z} + \rho_2 e^{-\alpha(2d-z)}) \frac{1 - \rho_1^i \rho_2^i e^{-2\alpha dn}}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-2\alpha d}} \end{aligned} \quad (6)$$

当反射次数 $n \rightarrow \infty$ 时, $\rho_1^i \rho_2^i e^{-2\alpha dn} \rightarrow 0$, 式(6)化为:

$$H(z) = H_s \frac{e^{-\alpha z} + \rho_2 e^{-\alpha(2d-z)}}{1 - \rho_1 \rho_2 e^{-2\alpha d}} \quad (7)$$

上式中, 分子、分母同乘 $e^{\alpha d}$, 则有:

$$H(z) = H_s \frac{e^{\alpha(d-z)} + \rho_2 e^{-\alpha(d-z)}}{e^{\alpha d} - \rho_1 \rho_2 e^{-\alpha d}} \quad (8)$$

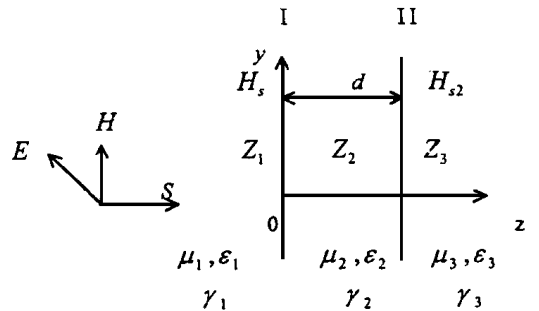


Fig. 3 Structure and parameters of solved electromagnetic problem

现在考虑系数 ρ_1 和 ρ_2 有:

$$\rho_1 = (Z_2 - Z_1)/(Z_2 + Z_1) \quad (9)$$

$$\rho_2 = (Z_2 - Z_3)/(Z_2 + Z_3) \quad (10)$$

在工频下, 有: $\rho_1 \approx -1$, $\rho_2 \approx -1$, 代入式(8)可得:

$$\begin{aligned} H(z) &= H_s \frac{e^{\alpha(d-z)} - e^{-\alpha(d-z)}}{e^{\alpha d} - e^{-\alpha d}} \\ &= H_s \frac{\text{sh}\alpha(d-z)}{\text{sh}\alpha d} \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)即为在导电媒质内电磁波的分布表达式。

由前述结果, 可以求得通过导电媒质单位面积的磁通 Φ_e :

$$\begin{aligned} \Phi_e &= \int_0^d H(z) \mu_2 dz = \int_0^d \mu_2 H_s \frac{\text{sh}\alpha_2(d-z)}{\text{sh}\alpha_2 d} dz \\ &= \frac{\mu_0 H_s}{\text{sh}\alpha_2 d} \int_0^d \text{sh}\alpha_2(d-z) dz \\ &= \frac{\mu_0 H_s}{\text{sh}\alpha_2 d} \frac{\text{ch}\alpha_2 d - 1}{\alpha_2} \end{aligned} \quad (12)$$

因此沿 x 、 y 方向单位长度导电金属的磁阻抗为:

$$Z_e = \frac{H_s}{\Phi_e} = \frac{\alpha_2 \text{sh}\alpha_2 d}{\mu_0 (\text{ch}\alpha_2 d - 1)}$$

上式中, $\alpha_2 = (1+j)k_2 = (1+j)\sqrt{\omega\mu_2\gamma_2/2}$

至此, 我们分析了网络中各种参数的求解方法, 依据各种不同情况, 将它们分别代入到等效磁网络中, 可以得到可求解的具体的等效磁网络。

4 等效磁网络的求解

由磁网络与电网络的相似性, 等效磁网络可以采用节点法或回路法求解。在一般的等效磁网络中, 网络的节点数往往小于支路数, 这时我们采用节点法来求解等效磁网络。为此首先需要建立节点方程组。对节点数目很少的等效磁网络, 可以直接写出其节点方程, 而含有几十个节点, 甚至含有几百个节点的大型网络, 不可能直接写出其节点磁势方程。本文根据等效磁网络的拓扑信息、元件类型等参数, 利用计算机自动形成节点网络方程。再对该网络方程进行求解。

5 结 论

等效磁网络方法是一种介于场与路之间的数值计算方法, 它兼顾了路的方法的简洁性和场的方法的准确性, 是一种较为理想的数值计算方法。本文提出的等效磁网络方法克服了原

来磁网络方法对场域内磁场分布情况的依赖, 将进一步推广等效磁网络方法的应用。建立了磁阻模型及磁网络模型, 给出了网络中各种参数的求解方法。首次通过分析导电媒质中电磁波的波过程, 给出了在工频下导电媒质磁阻抗的求解方法, 为等效磁网络方法的进一步推广应用奠定了理论基础。

参 考 文 献

- 1 Turowski J. A network approach to the solution of strays field problem in large transformers. *Rozprawy elektrotechniczne*, 1985, 31(2): 405422
- 2 Kozlowski M, Turowski J. Stray losses and local overheating hazard in transformers. CIGAR, Paris, 1972, Report, 12

The Method of Obtaining Various Parameters of the Electromagnetic Numerical Method Equivalent Magnetic Network Method

FAN Shur Wei

(*Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy
of Sciences, Changchun 130022*)

Abstract

A new electromagnetic analysis program in which the reluctance model and equivalent magnetic network model are also built up is developed based on equivalent magnetic network method(EMNM). Furthermore the method of obtaining various parameters of the equivalent magnetic network is introduced. The approach of forming node potential equations automatically with computer is also given.

Key words: Equivalent magnetic network model, Reluctance model, Electromagnetic numerical methods

樊叔维 女, 1968年生, 1989年毕业于西安交通大学, 1997年在该校获得博士学位。现为中国科学院长春光机所博士后。