

# 直线度误差组合分离方法及其误差分析

王宪平 李圣怡

(国防科技大学机械电子工程与仪器系 长沙 410073)

**摘要** 在分析了精密和超精密加工技术的发展对直线度误差分离技术所提出的新要求的基础上,介绍了为满足这些要求而发展的时域逐次两点法、三点法、精密逐次三点法、广义两点法以及频域方法,从数据融合和信息提取角度解释了方法的发展趋势,并提出了 $n$ 阶误差分离模型。同时结合对这些方法的误差分析,提出了一种三次数据融合的时域直线度误差组合分离方法。这种方法以两点法为主,结合了广义两点法和时域三点法,使用三点法分离出的摆角补偿两点法的分离结果,使用广义两点法提供各组两点法分离结果之间的相对位置关系。提高了测量精度,对传感器的初始对准没有严格要求,避免了传感器初始对准误差的非线性累积和两点法中的摆角误差,可以满足超精密直线度测量的要求。

**关键词** 直线度 误差分离方法 组合方法 误差分析

**中图分类号** TB92 **文献标识码** A

## 1 引言

随着加工技术的快速发展,尤其是超精密加工技术、误差在线补偿技术的发展,对直线度测量提出了更高的要求,主要体现在两个方面:(1)测量精度不断提高,现在超精密测量中使用的微位移传感器一般都是十个 $\text{nm}$ 级的分辨率,期望的误差分离精度接近于 $0.1\mu\text{m}$ ,测量和数据处理过程中的误差也必须加以仔细控制;(2)期望得到的不仅是一个直线度误差数值,而是包括波纹度信息在内的被测件表面宏观轮廓与机床溜板运动轨迹,可以更多地反映机床本身的问题,对改进加工工艺和精密、超精密机床的设计,具有更重要的意义。

由于超精密的直线度物理基准是难以得到的, 误差分离方法得到了广泛的应用和发展。这些方法通过对信息源进行变换实现了传感器运动轨迹 (通常是机床溜板运动轨迹) 与被测件直线度之间的解耦。文献 1 提出了基于信息源变换的误差分离模型。

诸多学者为解决上述两个问题, 提出了精密逐次三点法 FSTRP<sup>[2]</sup>、广义两点法 GTP<sup>[3]</sup> 和频域最优化两点法 OEST (Optimum Error Separation Technique)<sup>[4]</sup>、频域最优化三点法 OESTR 等方法。其中频域方法计算复杂、实时性差、对噪声较为敏感而且算法中权系数  $W(k)$  对测量误差有较大的放大作用, 不太适用于精密和超精密直线度误差分离和误差补偿。文献 5 分析了实验过程中各种因素对 STP、STRP 方法造成的误差。但上述方法和分析仍未能满足超精密测量的要求。实际研制超精密机床的过程中, 我们提出了一种基于三次数据融合的时域直线度误差组合分离方法。

## 2 误差分离原理及数学模型

如图 1 所示, 使用三个传感器 A, B, C 来测量工件的直线度误差, 它们的输出为  $y_a, y_b, y_c$ ; 机床溜板直线运动误差为  $S(n)$ , 被测件直线度误差为  $R(n)$ , 溜板的摇摆角度 (yaw) 为  $\gamma(n)$ , 传感器

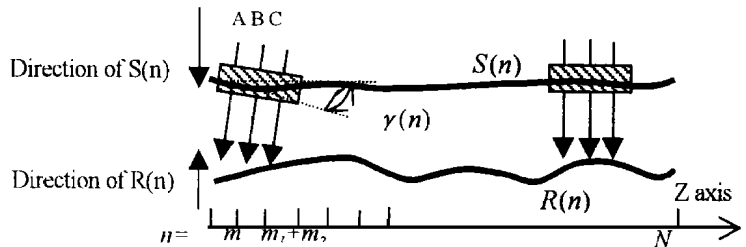


Fig. 1 Diagram of STRP for straightness measurement

A, B 之间间距为  $m_1 \cdot \Delta L$ ; B, C 间距为  $m_2 \cdot \Delta L$ , 工件长  $L$ ,  $m_1, m_2$  为整数。

设传感器 A 所在处坐标为  $n$ , 在任一位置测量到的数值  $y_a, y_b, y_c$  其下标都为传感器 A 的坐标, 由几何关系可得:

$$\left. \begin{aligned} y_a(n) &= R(n) - S(n) \\ y_b(n) &= R(n + m_1) - S(n) - m_1 \cdot \Delta L \cdot \gamma(n) \\ y_c(n) &= R(n + m_1 + m_2) - S(n) - (m_1 + m_2) \cdot \Delta L \cdot \gamma(n) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

一般地, 我们总是调整传感器间距, 使  $m_1 = m_2 = 1$ , 由 (1) 式就得到时域三点法误差分离公式, 其中  $S(n)$  和  $\gamma(n)$  是 A 点处溜板的平动与转动:

$$\left. \begin{aligned} R(n + 2) &= y_c(n) - 2y_b(n) + y_a(n) + 2R(n + 1) - R(n) \\ \gamma(n) &= [-y_b(n) + R(n + 1) - S(n)] / \Delta L \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

如果忽略摇摆角度的影响, 就可以只使用两个传感器, (1) 式变为两点法 (STP) 公式,

$$\left. \begin{aligned} y_a(n) &= R(n) - S(n) \\ y_b(n) &= R(n + m) - S(n) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

可以得到:

$$R(n + m) = R(n) - y_a(n) + y_b(n) \quad (4)$$

上述的两点法、三点法测量步距要等于传感器的间距, 这样对于较短的被测长度就只能得到很

少的几个点,根据不足以反映被测件和溜板运动轨迹的宏观轮廓。为了解决这个问题,李圣怡和谭捷提出了精密逐次三点法(FSTRP)<sup>[2]</sup>。这种方法也是使用三个传感器,但  $m_1 \neq m_2$ 。忽略摆角时,精密逐次三点法可以看作两个 STP 方法的叠加:

$$R(n + m_1) = R(n) - y_a(n) + y_b(n) \tag{5}$$

$$R(n + m_1 + m_2) = R'(n) - y_a(n) + y_c(n) \tag{6}$$

因为三个传感器的初始位置不同,所以(5)式与(6)式得到的  $R(n)$  与  $R'(n)$  关系难以确定。但因为  $m_1 \neq m_2$ ,它们必然会有一些公共点。以公共点为基准,通过旋转和平移,把两条曲线揉合在一起,就可以达到插值的效果。

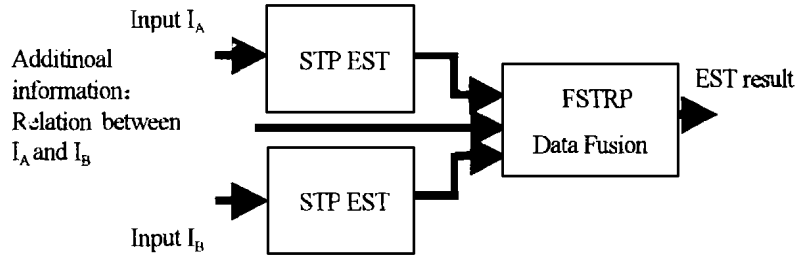


Fig. 2 Information extraction model of FSTRP

以 STP、STRP 作为基本的信息提取模块,精密逐次三点法可以表达成如图 2 所示的两次信息提取模型,由方法本身设定的附加信息,即两组两点法数据的相互关系,在第二层误差分离器中对测量数据进行融合,从而提取更多的轮廓信息。但是这种方法的测量点数也并不多,且不均匀,实验过程也不够方便。

Satoshi Kiyono 提出了一种广义两点法(Generalized Two Point)<sup>[3]</sup>。与两点法不同的是测量步距  $s < m$ 。用 A、B 两点间的连线近似代替这两点间的  $R(n)$ ,也就是说,近似认为  $n$  点处  $R(n)$  的斜率:

$$R'(n) \approx y'(n) = \frac{\Delta y(n)}{m} = \frac{R(n + m) - R(n)}{m}, y'(n) \text{ 的积分就近似代表了 } R(n) \text{ 的形状。我们记为 } z(n),$$

$$z(n + 1) = \sum_{i=n}^n y'(i) \cdot s = z(n) + y'(n) \cdot s \tag{7}$$

而由斜率近似和数值积分代替积分引入的近似误差在文献 3 进行了分析。当  $m = 15\text{mm}$ ,  $s = 1\text{mm}$  时,对  $75\text{mm}$  的空间波长有 6.5% 的方法误差。可以看出,对于较长的空间波长,广义两点法引入的近似误差还是比较小的。

### 3 各种 EST 方法的误差分析

虽然这些误差分离方法都利用了传感器输出的差分,但还是有一些误差留在了分离结果中。而且因为使用了不只一个传感器,又引入了一些新的误差。本文重点分析了传感器初始对准误差和逐次两点法忽略溜板摆角引入的误差。

#### 3.1 传感器初始对准误差

多个传感器的对准是困难的。即难以调整几个传感器的测头使它们在同一平面上。在实验过程中传感器的初值为:

$$\left. \begin{aligned} y_a(0) &= R(0) - S(0) - \xi_a \\ y_b(0) &= R(m_1) - S(0) - m_1 \cdot \Delta L \cdot \gamma(0) - \xi_b \\ y_c(0) &= R(m_1 + m_2) - S(0) - (m_1 + m_2) \cdot \Delta L \cdot \gamma(0) - \xi_c \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

初始对准误差为  $\Delta_1 = \xi_b - \xi_a$ ,  $\Delta_2 = \xi_c - \xi_a$ 。此时得到的传感器输出初值中不仅有初始对准误差, 还有  $R$ ,  $S$  和  $\gamma$  的影响, 因此难以在测量过程中通过精细调整, 令人满意的初始对准三个传感器。

此时时域两点法的误差分离公式要改为:  $R'(n+m) = R'(n) + y_b(n) - y_a(n) + \Delta_1$  一般取  $m = 1$ 。当  $R(n)$  的起始点假设为 0 时, 可得,

$$R'(n+1) = \sum_{k=1}^n (y_b(k) - y_a(k)) + n \cdot \Delta_1 = R(n+1) + n \cdot \Delta_1 \quad (9)$$

此处的  $R'(n)$  和  $R(n)$  分别是存在和不存在传感器对准误差时分离出来的结果。可见 STP 方法中传感器对准误差是线性累积的, 对于分离结果直线度评价不产生影响。

对于时域三点法来说, 传感器对准误差的累积为:

$$R'(n+2) - R(n+2) = - (n^2 - 1) \Delta_1 + \frac{n(n+1)}{2} \Delta_2 \quad (10)$$

可以看出, 在 STRP 方法中, 对准误差是呈非线性累积的。它会影响到分离结果的轮廓形状, 而且随着分离点数的增多, 这种累积会越来越严重。传感器对准误差对 STRP 方法分离工作台摆角误差  $\gamma(n)$  也有影响, 但其影响为线性的。

$$\gamma'(n) - \gamma(n) = (n-1) \Delta_2 + (2n-3) \Delta_1 \quad (11)$$

### 3.2 两点法中忽略摆角造成的误差

设溜板真实的摆角为  $\gamma(n)$ , 真实的被测件轮廓为  $R(n)$ , 按(4)式计算出的被测件轮廓为  $R'(n)$ , 传感器实际输出为  $y(n)$ , 考虑了摆角的两点法为,

$$\left. \begin{aligned} y_a(n) &= R(n) - S(n) \\ y_b(n) &= R(n+1) - S(n) - \Delta L \cdot \gamma(n) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$R(n+1) = R(n) - y_a(n) + y_b(n) + \Delta L \cdot \gamma(n) \quad (13)$$

上式与(4)式相减, 得到,  $R'(n+1) - R(n+1) = R'(n) - R(n) - \Delta L \cdot \gamma(n)$ , 记  $\delta(n) = R'(n) - R(n)$ , 为误差分离得到的被测件轮廓与真实轮廓之差。由上式可得:

$$\delta(n) = - \Delta L \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \gamma(i) \quad (14)$$

由此可以看出, 忽略摆角分离出的被测件轮廓误差是摆角误差的  $\Delta L$  倍累积。在超精密测量中, 摆角误差一般是比较小的, 当  $\Delta L = 15\text{mm}$  时, 1 角秒对应的分离误差为  $0.0727\mu\text{m}$ 。而当测量使用的导轨较差, 或  $\gamma(n)$  的符号保持不变时, 其累积和就可能较大, 导致较大的测量误差。后一种情况是较为普遍的。

去掉(11)式所得的计算结果  $\gamma'(n)$  中的初值和斜率(使用  $\gamma'(n)$  补偿的分析同下), 得到:

$$\gamma''(n) = \gamma(n) - \eta \cdot n - \mu \quad (15)$$

式中,  $\eta$ ,  $\mu$  分别为真实摆角  $\gamma(n)$  的斜率和直流分量。不妨设  $\delta(0) = 0$ , 用计算得到的  $\gamma''(n)$  代入(13)式, 得到:

$$R'(n+1) = R'(n) - y_a(n) + y_b(n) + \Delta L \cdot (\gamma(n) - \mu - \eta \cdot n) \quad (16)$$

上式与(13)式相比较,得到:

$$\delta(n) = R'(n) - R(n) = -n \cdot \Delta L \cdot \mu - \frac{n(n-1)}{2} \cdot \Delta L \cdot \eta \quad (17)$$

由上式可见,真实摆角的直流分量在分离结果中线性累积,而其线性斜率在分量结果中二次累积。当  $\Delta L = 15, L = 300$ , 线性斜率为  $1s/300mm$  时,这种二次累积的最大值为  $0.0461\mu m$ 。通常来说,溜板摆角的累积和可能较大,而其线性斜率总是很小的。使用三个传感器进行测量,利用时域逐次三点法得出的摆角对逐次两点法的分离结果进行角度补偿是可行的。这样既避免了三点法中传感器初始对准误差二次累积问题,又补偿了两点法中忽略摆角在某些情况下引入的较大误差。

### 4 直线度误差组合分离方法

如上所述,可以看出时域逐次两点法和三点法各有优缺点,但都不太适用于超精密测量。为了克服它们的缺点,发展出了广义两点法和精密逐次三点法。可以用图 3 所示的  $n$  次误差分离模型来概括直线度误差分离方法的发展。

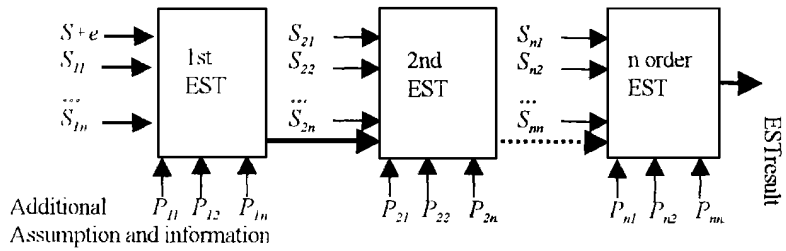


Fig. 3 n order EST model

其中  $S$  是真实信号,  $e$  是误差。 $S_{xx}$  是误差分离器的输入,也可以是别的误差分离器的输出。这样,就构成了对信息进行多次提取的  $n$  次误差分离器。

按照这个误差分离模型,可以把时域逐次两点法、三点法和广义两点法结合起来,设计一种新的组合误差分离方法。具体算法步骤如下:

第一步:使用三个传感器,间距为  $m_1 = m_2 = m$ ,按照测量步距  $s(s < m)$  对工件表面采样,得到  $N$  个点处的  $y_a, y_b, y_c$ ,注意此处的  $N$  并不是  $L/s$ ,而是  $(L - m_1 \Delta L - m_2 \Delta L)/s$ 。

第二步:用 GTP 方法(公式 7)处理全部测量数据。

第三步:按间距  $\Delta L$  对测量数据重采样,得到  $K$  组数据( $K$  为整数)。每组数据相差起始距离  $s$ 。分别对  $K$  组数据用 STRP 处理,如公式(2)。得到  $K$  组溜板摆角  $y_{ij}$ ,去掉其中的均值和斜率,得到  $y''(n)$ 。

第  $i$  组,第  $j$  个点的坐标为:  $x_{ij} = i \cdot s + j \cdot m - s - m \quad i = 1, 2, \dots, K; j = 1, 2, \dots, N/K$

第四步:分别把  $K$  组数据中第 1, 2 传感器的输出和上一步得到的  $y''(n)$  代入(13)式,得到  $p_{ij}$ ,而且  $P_{i1} = 0, i = 1, 2, \dots, K$ 。

第五步:使用组合方法得到轮廓  $R_{ij}$

此处  $R_{ij}$  与  $P_{ij}$  具有相同的坐标,但  $R_{ij}$  仅表示一条轮廓曲线。我们可选取工件上较为平滑的一个区域作为校准区域,把这个区域中的点处的  $z(n)$  与  $P_{ij}$  相比较,应有如下关系:

$$R_{ij} = b_i + p_{ij} \quad (18)$$

为了减小误差, 使用最小二乘方法做如下计算,

$$E_i = \sum_j \{z(x_{ij}) - R_{ij}\}^2 = \sum_j \{z(x_{ij}) - b_i - p_{ij}\}^2 \quad (19)$$

上式中, 需满足条件  $\partial E_i / \partial b_i = 0$

图 4 是组合分离方法的仿真结果。仿真数据  $R(n), S(n)$  为:

$$R(n) = \sin \frac{\pi n}{2.5N} + 0.02 \sin \frac{2\pi n}{54} + 0.02 \sin \frac{2\pi n}{34}$$

$$S(n) = \sin \frac{0.75\pi n}{2.5N} + G$$

$$G = \begin{cases} 0.4 & N/1.5 \leq n \leq N/2.7 \\ 0 & \text{其它的 } n \end{cases}, n = 1, 2, \dots, N$$

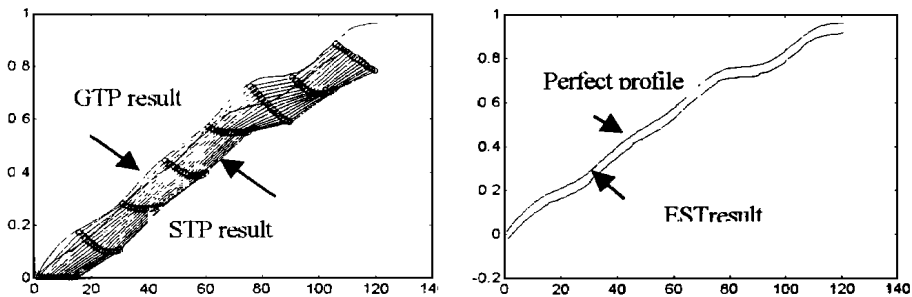


Fig. 4 Simulation result of combination EST method

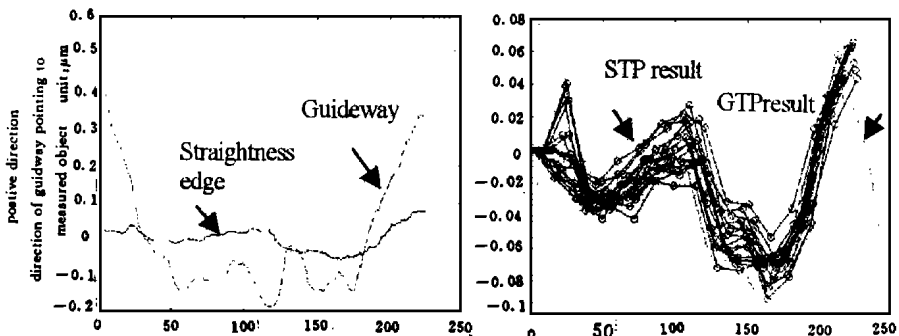


Fig. 5 Experiment result of combination EST method

图 5 是对一维气浮运动平台的测量结果。测量间距为 1mm, 传感器间距为 15mm。测出的平尺直线度为  $0.12\mu\text{m}/225\text{mm}$ , 溜板运动的直线度为  $0.64\mu\text{m}/225\text{mm}$ 。

需要注意到  $K$  组溜板摆角的线性斜率是略有不同的, 对相应各组两点法分离结果的补偿误差也各不相同。但溜板摆角的斜率本身就很小了, 它们之间的差就更小了, 因此这种补偿效果的不同造成的误差可以忽略。

## 5 结 论

本文提出了一种使用三个传感器进行直线度测量的直线度误差组合分离方法。组合使用了逐次两点法、三点法和广义两点法。可以使测量步距减小到 1mm(依赖于传感器), 测量精度优于 0.1 $\mu$ m。适合于超精密直线度测量和短工件以及空间频率复杂的轮廓直线度测量。

### 参 考 文 献

- 1 谭久彬. 精密测量中的误差补偿技术. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1995
- 2 李圣怡, 谭陡, 潘培元. 精密三点法—在线测量精密机床直线度的新方法. 国防科技大学学报, 1993, 15(3): 12~16
- 3 Satoshi Kiyono, Wei Gao. Profile Measurement of machined surface with a new differential method. Precision Engineering, 1994, 16(3): 212218
- 4 Li C James, Li Sheng Yi, Yu Jiang Ming. High resolution error separation technique for in situ straightness measurement of machine tools and workpieces. Mechatronics, 1996, 6(3): 337347
- 5 张镭, 张玉. 时域两点法和时域三点法直线度 EST 的误差分析. 仪器仪表学报, 1998, 19(1): 106~112

## Straightness Measurement with a New Combination Method and Its Error Analysis

WANG Xiarr Ping, LI Sheng-Yi

(*Mechatronics Engineering and Instrument Department of  
National University of Defence Technology, Changsha 410073*)

### Abstract

Based on the study of the new requirements of the precision and ultraprecision machine technique for the error separation technique of straightness measurement, this paper introduces briefly methods such as STP, STRP, GTP and OEST. The trend of development of EST methods is analyzed from the aspect of data fusion and information abstraction. A N-layer EST model is presented. Based on the analysis of the error introduced into these EST methods, this paper presents a new time domain combination method for straightness measurement. it employs STP, STRP and GTP. STRP is employed to correct the error introduced in STP by the neglect of yaw angle. GTP is used to supply the relative height of all STP results. This method can not only improve measurement accuracy but also get information of waviness. It fits the need of precision and ultra precision straightness measurement.

**Key words:** Straightness, Error separation technique, Combination method, Error analysis

王宪平 男, 1973年生, 在读博士。1995年7月于国防科技大学机械电子工程与仪器系本科毕业。1998年4月同处硕士毕业。现在国防科技大学机械电子工程与仪器系进行博士科研工作。研究方向为在线、在位测量技术和数控误差补偿技术。dyf@nudt.edu.cn