文章编号　1004-924X(1999)04-0048-06

圆盘气足的工程计算方法

董吉洪
(中国科学院长春光学精密机械研究所　　长春 130022)

摘　要　气足是气体静压止推轴承的一种, 是气浮导轨中最常见的部件。气足根据其形状又分为矩形气足与圆盘气足。圆盘气足广泛应用于三坐标测量机中。本文利用线性气源假设, 将气膜中的气体二维流动化为一维流动, 使雷诺方程得到简单的解析解, 推导出了圆盘气足承载能力的工程计算方法, 从而为气浮导轨中圆盘气足的设计找到了一条有效、快捷的途径。

关键词　气浮导轨　圆盘气足　承载能力
中图分类号　TH133.35　　文献标识码　A

1　圆盘气足与矩形气足的区别

当气体静压轴承工作面为平面时, 俗称气体静压止推轴承。我们将单独起支承和导向作用的气体静压止推板简称气足。气足是气体静压止推轴承的一种, 是气浮导轨中最常见的部件, 气足根据其形状又分为矩形气足与圆盘气足, 圆盘气足广泛应用于三坐标测量机中。气体静压轴承的工程计算是利用线性气源假设, 将气膜中的气体二维流动简化为一维流动, 从而使雷诺方程得到简单的解析解。

气足为矩形时, 气体沿单方向流向大气, 在中间区域形成一高压区。在矩形气足中, 四角的气流由于扩散效应, 流动模式发生了变化, 不再是平行流动而是放射状方式流动。

气足为圆盘时, 气体流经高压槽, 形成一个高压环, 以放射状方式流入大气, 在高压环内形成一高压区。

因此圆盘气足与矩形气足两者的气体流动模式有着本质的不同, 数学模型的建立也将不同, 本文主要介绍圆盘气足的工程计算方法。

收稿日期: 1998-12-18
修稿日期: 1999-05-14

2　圆盘气足的工程计算方法

为了简化计算,我们假定气流沿径向均匀流动,也就是说气体自节流孔流出后,立即分布在节流孔所在圆周均压槽内,并均匀地沿径向流向大气,其压力在半径为 R_1 的节流孔所在圆周上是相等的,就是说,既没有环向流动,也没有轴向流动。按这一假设 $V_z = V_\theta = 0$。

按照径向均匀流动的假设,柱坐标系中的基本方程式可简化为:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \eta \frac{\partial^2 Vr}{\partial z^2} \tag{1}$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

其中 η 为气体粘性系数。

由(2)、(3)可知, P 与 z、θ 无关,因此有:

$$\frac{dP}{dr} = \eta \frac{\partial^2 Vr}{\partial z^2} \tag{4}$$

此方程为气体运动方程。

设气足的气膜厚度在整个气足面内处处相等,在供气压力一定时,各节流孔的出口压力均应相等,其值为 P_d,则总的质量流量为:

$$\dot{M} = n\dot{m} = \varphi A\, nP_0 \sqrt{\frac{2\rho_a}{P_a}}\,\Psi \tag{5}$$

$\dot{M}$:气体总质量流量。

$\dot{m}$:单个节流孔气体流量。

n:节流孔个数。

气膜向外流动的质量流量为:

$$\dot{m}_1 = 2\pi r\int_0^h \rho Vr\,dz \quad R_1 \leqslant r \leqslant R_2 \qquad (质量连续性方程)(6)$$

$$\dot{M} = \dot{m}_1 \tag{7}$$

气体状态方程采用等温假设:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_a}{\rho_a} \tag{8}$$

将方程式(5)对 z 积分二次得:

$$Vr = \frac{1}{2\eta}\frac{dP}{dr}z^2 + C_1 z + C_2 \tag{9}$$

假设气足与导轨相对静止或其相对速度很小时,可取气体在 $z = 0$ 和 $z = h$ 的边界上 $Vr = 0$

,代入(9)式得:

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = -\frac{1}{2\eta}\frac{dP}{dr}h$$

$$Vr = -\frac{1}{2\eta}\frac{dP}{dr}(h-z)z \tag{10}$$

将(10)代入(6)式可得:

$$\dot{m}_1 = -\frac{\pi r}{6\eta}\frac{dP}{dr}h^3\rho \qquad (R_1 \leqslant r \leqslant R_2) \tag{11}$$

将状态方程(8)代入(11)式,并分离变量有:

$$P \cdot dP = -\frac{6\dot{m}_1 P_a \eta}{\pi h^3 \rho_a} \cdot \frac{dr}{r} \qquad (R_1 \leqslant r \leqslant R_2) \tag{12}$$

对(12)式求积分,得:

$$P_d^2 - P^2 = \frac{12\eta \dot{m}_1 P_a}{\pi h^3 \rho_a}\ln\frac{r}{R_1} \qquad (R_1 \leqslant r \leqslant R_2) \tag{13}$$

利用边界条件:当 $r = R_1$ 时 $P = P_d$,当 $r = R_2$ 时 $P = P_a$,则(13)式化为:

$$P_d^2 - P_a^2 = \frac{12\eta \dot{m}_1 P_a}{\pi h^3 \rho_a}\ln\frac{R_2}{R_1} \tag{14}$$

$\frac{(13)}{(14)}$得:

$$P^2 = P_d^2 - (P_d^2 - P_a^2)\frac{\ln\frac{r}{R_1}}{\ln\frac{R_2}{R_1}} \qquad (R_1 \leqslant r \leqslant R_2) \tag{15}$$

对于整个圆盘气足的承载有:

$$W = 2\pi\int_{R_1}^{R_2} P \cdot rdr + P_d \cdot \pi \cdot R_1^2 - P_a \cdot \pi \cdot R_2^2 \tag{16}$$

将(15)式代入(16)式中的第一个积分,再引入 $\beta = \frac{P_d}{P_0}$ 和 $\sigma = \frac{P_a}{P_0}$ 得:

$$2\pi\int_{R_1}^{R_2} P \cdot rdr = 2\pi\int_{R_1}^{R_2}\sqrt{\left[P_d^2 - (P_d^2 - P_a^2)\frac{\ln\frac{r}{R_1}}{\ln\frac{R_2}{R_1}}\right]} \cdot rdr$$

$$= 2\pi P_d\int_{R_1}^{R_2}\left\{1 - \left[1 - \left(\frac{\sigma}{\beta}\right)^2\right]\frac{\ln\frac{r}{R_1}}{\ln\frac{R_2}{R_1}}\right\}^{\frac{1}{2}} rdr \tag{17}$$

令

$$G_1 = \frac{1 - \left(\frac{\sigma}{\beta}\right)^2}{\ln\frac{R_2}{R_1}} \tag{18}$$

则有

$$2\pi P_d\int_{R_1}^{R_2}\left(1-G_1\ln\frac{r}{R_1}\right)^{\frac{1}{2}}rdr \tag{19}$$

再行变量代换

$$\xi=\left(1-G_1\ln\frac{r}{R_1}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{20}$$

$$\therefore\quad r=R_1\cdot\exp\left(\frac{1-\xi^2}{G_1}\right) \tag{21}$$

$$\therefore\quad dr=\frac{-2R_1}{G_1}\exp\left(\frac{1-\xi^2}{G_1}\right)\cdot\xi\cdot d\xi \tag{22}$$

因此当 $r=R_2$ 时 $\xi=\frac{\sigma}{\beta}$, 当 $r=R_1$ 时 $\xi=1$, 因此积分式(17)可写成:

$$-4\pi R_1^2P_d\int_1^{\frac{\sigma}{\beta}}\frac{\xi^2}{G_1}\exp\left[\frac{2(1-\xi^2)}{G_1}\right]d\xi=\pi R_1^2P_d\int_1^{\frac{\sigma}{\beta}}\xi\cdot d\left\{\exp\left[\frac{2(1-\xi^2)}{G_1}\right]\right\}$$

分部积分化简得:

$$\pi R_1^2P_d\left[\frac{\sigma}{\beta}\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2-1-\sqrt{\frac{G_1}{2}}\exp\left(\frac{2}{G_1}\right)\int_{\sqrt{2/G_1}}^{\frac{\sigma}{\beta}\sqrt{2/G_1}}\exp(-t^2)\,dt\right]$$

又

$$\because\quad \pi R_1^2P_d\frac{\sigma}{\beta}\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2=\pi P_aR_2^2$$

$$\therefore\quad W=-\pi R_1^2P_d\sqrt{\frac{G_1}{2}}\exp\left(\frac{2}{G_1}\right)\int_{\sqrt{2/G_1}}^{\frac{\sigma}{\beta}\sqrt{2/G_1}}\exp(-t^2)\,dt \tag{23}$$

因此承载能力系数 C_w 为:

$$C_w=\frac{W}{\pi R_2^2P_0}=\frac{-\pi R_1^2P_d\sqrt{\frac{G_1}{2}}\exp\left(\frac{2}{G_1}\right)\int_{\sqrt{2/G_1}}^{\frac{\sigma}{\beta}\sqrt{2/G_1}}\exp(-t^2)\,dt}{\pi R_2^2P_0}$$

$$=-\beta\frac{R_1^2}{R_2^2}\sqrt{\frac{G_1}{2}}\exp\left(\frac{2}{G_2}\right)\int_{\sqrt{2/G_1}}^{\frac{\sigma}{\beta}\sqrt{2/G_1}}\exp(-t^2)\,dt \tag{24}$$

式(20)积分可以用电子计算机数值积分法计算, 也可查积分表计算。由此已经导出了圆盘气足承载能力 W 和承载能力系数 C_w 的计算公式。但其中的孔后压力 β 仍为未知量, 它的求解方法可按下述方法进行。

由以上推导可知:

$$\dot{M}=\dot{m}_1=\varphi A\,nP_0\sqrt{\frac{2\rho_a}{P_a}}\Psi$$

代入(14) 式可得:

$$P_d^2 - P_a^2 = \frac{12\eta\varphi A n P_0 \sqrt{\frac{2\rho_a}{P_a}}\Psi P_a}{\pi h^3 \rho_a} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$= \frac{\varphi A n P_0}{h^3}\Psi\sqrt{\frac{2}{P_a\rho_a}}\frac{12\eta P_a}{\pi} ln\frac{R_2}{R_1} \tag{25}$$

令

$$f_1 = \frac{\varphi A n}{h^3} \tag{26}$$

$$f_2 = \frac{12\eta}{\pi}\sqrt{\frac{2}{P_a\rho_a}} \tag{27}$$

$$f_3 = \ln\frac{R_2}{R_1} \tag{28}$$

$$\zeta = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \tag{29}$$

将式(26)、(27)、(28)、(29) 代入式(25) 中有:

$$\frac{\beta^2 - \sigma^2}{\sigma\Psi} = \zeta \tag{30}$$

对于 Ψ 可按如下公式求得:

$$\Psi = \begin{cases} \left[\frac{k}{k-1}\left(\beta_i^{2/k} - \beta_i^{(k+1)/k}\right)\right]^{\frac{1}{2}} & \beta_i > \beta_k \\ \frac{k}{2}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{(k+1)/(k-1)} & \beta_i \leqslant \beta_k \end{cases}$$

当润滑介质为空气时, $\beta_k = 0.528$, $k = 1.4$。

这样我们导出了圆盘气足的承载能力、承载能力系数和总的气体流量的工程计算公式, 为我们设计圆盘气足提供了一条捷径。

参　考　文　献

1　孙大成 著. 润滑力学讲义. 北京: 中国友谊出版公司, 1991

2　党根茂 主编. 气体润滑技术. 南京: 东南大学出版社, 1990

3　刘暾, 刘育华, 陈世杰 著. 静压气体润滑. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1990

An Engineering Method of Calculation About Circle Air Feet

DONG Ji-Hong
(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

Abstract

Air feet are a sort of externally pressurized gas-lubricated bearing. Air feet are common structure form of air-guide. According to shape of air feet, air feet are divided into rectangle air feet and circle air feet. Circle air feet are widely applied to three-COMERO. This article assumes that airflow is linear. Because it assumes that two-dimension flow is one-dimension flow between bearing and guide, the Renault-equation has resolution. A more practical engineering method of calculation about loading capacity of circle air feet is described in this article.

Key words: Air-guide , Circle air feet, Loading capacity

董吉洪　男, 1972 年出生, 1995 年毕业于中国科学技术大学, 入所后一直从事于气体润滑技术, 超精密设备的研究工作。