

# 含有凸轮机械的机电系统建模与仿真

李兴华 翟林培

(中国科学院长春光学精密机械研究所 长春 130022)

**摘要** 凸轮机构由于其优良的工作性能而被广泛用于高精度往复运动系统中。但由于它的变转动惯量、变加速度、震动、间隙等非线性动力学特性,给凸轮机构的稳速控制带来了很大难度。为便于对含有凸轮机构的机电系统的控制系统的研究,本文针对负载、转动惯量、间隙等影响控制性能的参数,以具有正弦加速运动规律的改进型等速运动凸轮廓线的对心凸轮机构为例,给出了凸轮机构的建模、仿真的公式,并给出了仿真程序设计方法。这一模型从控制系统研究需要出发,适合对含有凸轮机构的机电控制系统进行仿真研究。仿真结果表明所建的模型符合实际情况,是正确的。

**关键词** 凸轮 机电系统 建模与仿真

**中图分类号** TH112.2 **文献标识码** A

## 1 引言

凸轮机构被广泛用于高精度往复运动机构中,但由于它的变转动惯量、变加速度、震动、间隙等非线性动力学特性,给凸轮机构的稳速控制带来了很大难度。从本世纪五十年代开始,很多工程技术人员在对凸轮机构动力学方面作了卓有成效的工作。到八十年代中期,凸轮机构的线性系统动力学建模、分析与综合的理论已经趋于成熟,并成功的用于指导工程设计。在这之后,凸轮机构动力学模型继续趋向精细化、实际化,计及阻尼、间隙等各种复杂因素的非线性系统动力学建模理论逐渐发展起来,但仍有许多理论、工程实践问题需要研究。本文综合了凸轮机构动力学建模分析成果,以在某一空间遥感相机中使用的具有改进等速运动规律的双滚子径向凸轮机构为例,从控制策略研究需要出发,给出了含有凸轮机构的机电系统仿真模型,并给出了采用离散相似法进行仿真的程序设计思路。

## 2 含有凸轮机构的机电系统模型

在控制系统设计中, 主要关心机械系统折合到控制电机轴上的负载转矩、转动惯量和系统的谐振频率等参数, 因此在建立含有凸轮机构的机电系统动力学模型时主要考虑了阻尼力矩、转动惯量、间隙等因素的影响, 而忽略了其他对控制系统控制精度影响较小因素的影响。系统组成如图 1 所示, 由控制电机、位置检测编码器、对心凸轮、滚子、从动机构、双平行导轨等几部分组成。

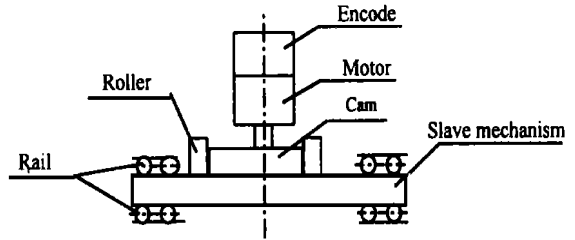


Fig. 1 Schematic diagram of the electromechanical system with cam

### 2.1 凸轮廓线方程

在选择凸轮运动规律时, 为避免在始末两段产生冲击, 一般采用正弦加速度运动规律过渡。设凸轮转角为  $\theta$ , 与滚子相接点位移为  $s$ , 选择凸轮廓线如下:

$$1) \text{ 升程开始的正弦加速度过渡段} (\theta \in [0, \frac{1}{4}\pi]): S = A(\theta - \frac{1}{4}\sin 4\theta)$$

其中:  $A$  为由运动参数和凸轮廓线决定的常数。

$$2) \text{ 升程中间等速运动段} (\theta \in [\frac{1}{4}\pi, \frac{3}{4}\pi]): S = 2A\theta - \frac{1}{4}\pi A$$

$$3) \text{ 升程结束的正弦加速度过渡段} (\theta \in [\frac{3}{4}\pi, \pi]): S = \frac{1}{2}\pi A + A(\theta - \frac{1}{4}\sin 4\theta)$$

$$4) \text{ 回程开始的正弦加速度过渡段} (\theta \in [\pi, \frac{5}{4}\pi]): S = \frac{5}{2}\pi A - A(\theta - \frac{1}{4}\sin 4\theta)$$

其中:  $A$  为由运动参数和凸轮廓线决定的常数。

$$5) \text{ 回程中间等速运动段} (\theta \in [\frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi]): S = \frac{15}{4}\pi A - 2A\theta$$

$$6) \text{ 行程结束的正弦加速度过渡段} (\theta \in [\frac{7}{4}\pi, 2\pi]): S = 2\pi A - A(\theta - \frac{1}{4}\sin 4\theta)$$

### 2.2 等效负载力矩

凸轮与电机同轴安装, 等效到电机轴上的等效负载力矩  $M$  由电机轴系摩擦力矩  $M_f$  和从动机构等效到电机轴上的负载力矩  $M_l$  构成, 表示为:

$$M = M_f + M_l$$

从动机构与凸轮接触点受力情况分别如图 2 所示。

图 2(a) 是从动机构上滚子的受力情况, 图中取  $X$  坐标为凸轮机构的升程方向,  $Y$  轴通过凸轮轴心建立右手坐标系。  $N_g$  为导轨对从动机构的支撑力,  $N_r$  为导轨的侧压力,  $G$  为从动机构的重力,  $N$  为凸轮作用到从动机构上的压力,  $f$  为从动机构受导轨的摩擦力。由于采用高精度滚珠导轨, 从动机构与导轨之间侧面和底面的摩擦系数相同, 设为  $\mu$ 。  $\alpha$  为凸轮压力角,  $\gamma$  为重力与  $Z$  轴的夹角,  $\beta$  为重力在  $XY$  平面分量与运动方向的夹角。在凸轮回程时  $\beta$  值变为升程时的

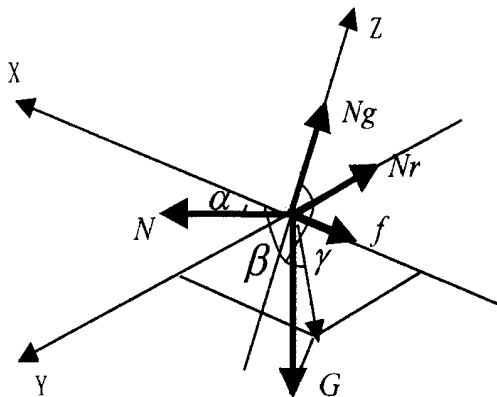


Fig. 2a Force sketch map of roller

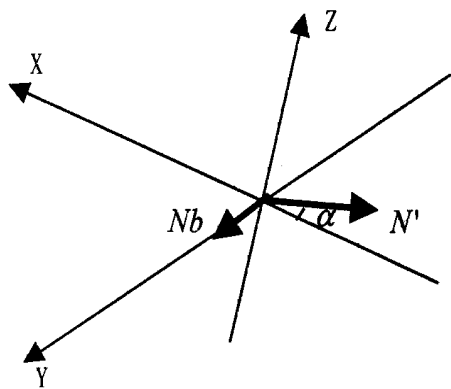


Fig. 2b Force sketch map of cam

补角。图 2 (b) 为凸轮与滚子接触点受力情况, 仍取  $X$  坐标为凸轮机构的升程方向,  $Y$  轴通过凸轮轴心建立右手坐标系。 $N$  为从动机构对凸轮的反作用力,  $N = N'$ 。 $Nb$  为平衡  $N$  侧向分力的轴承支撑力。根据图 2 可以写出如下方程:

$$N \cos \alpha = ma + f - g \sin \gamma \cos \beta$$

$$N \sin \alpha = Nr - G \sin \gamma \sin \beta$$

$$Ng = -G \cos \gamma$$

$$f = \mu(Nr + Nc) = \mu \frac{(ma - G \sin \gamma \cos \beta) \operatorname{tg} \alpha + G \sin \gamma \sin \beta - G \cos \gamma}{1 - \operatorname{tg} \alpha} \quad (1)$$

$$N = N'$$

式中:  $a$  为从动机构的加速度。

为计算从动机构等效到电机轴上的负载力矩  $M_l$  画出系统运动平面图形如图 3 所示, 图中:

$r$  为凸轮轮廓线的基圆半径。

$s$  为从动机构的位移。

$\alpha$  为凸轮的压力角。

$V$  为凸轮与滚子相接点的线速度

由上图可得:

$$\begin{aligned} M_l &= (r + s) N \cos \alpha \\ &= (ma + f - G \sin \gamma \cos \beta) (r + s) \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

上图中过滚子与凸轮接触点  $B$  的公

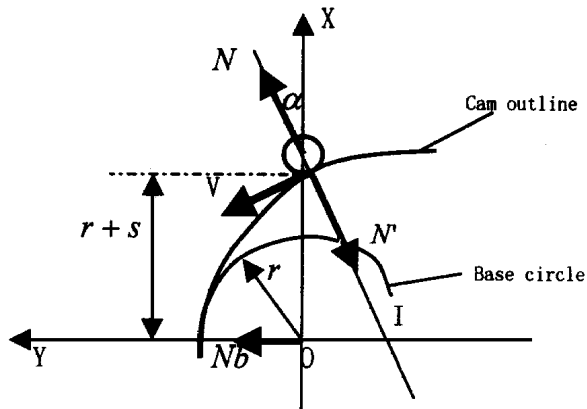


Fig. 3 Forces and movement sketch map of the system

法线与  $Y$  轴交点  $I$  是凸轮和从动机构的瞬心位置。设滚子与凸轮接触点处的线速度为  $V$ , 其在  $X$  轴方向的分量与从动机构的运动速度相等, 设为  $U$ 。再设凸轮转动角速度为  $\omega$ ,  $OI = X$ , 则可

写出:  $X\omega = V\sin\alpha = v$ , 从而有:  $X = \frac{v}{\omega} = \frac{ds}{d\theta}$ , 通常把  $\frac{v}{\omega}$  称为从动机构的类速度。由图 2 可知:  $(r + s)\operatorname{tg}\alpha = X = \frac{v}{\omega}$ , 代入(2)式可得:

$$M_t = (ma + f - G\sin\gamma\cos\beta)\frac{v}{\omega} = (ma + f - G\sin\gamma\cos\beta)\frac{ds}{d\theta} \quad (3)$$

计算时, 加速度、速度作为标量处理, 不取符号。

### 2.3 等效转动惯量

折合到电机轴上的等效转动惯量  $J$  由两部分组成。一个是绕电机轴旋转部件的转动惯量, 包括电机转子、编码器、凸轮等, 以电机的转动惯量为主, 记为  $J_m$ 。另一个是从动机构折合到电机轴上的转动惯量, 记为  $J_v$ 。设从动机构的运动速度为  $v$ , 则由能量守恒定律有:

$$\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}J_m\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

因此折合到电机轴上的等效转动惯量为:

$$J = J_m + m\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 \quad (4)$$

### 2.4 间隙对运动平稳性的影响

双滚子径向平动凸轮在安装时是过盈配合的, 但由于磨损、松落等因素可能造成凸轮与从动件之间存在间隙。间隙的存在将导致控制系统的响应在稳态值附近以一定幅度进行振荡, 甚至导致系统工作不稳定。文献[5]中详细讨论了凸轮机构存在间隙时系统的动力响应特性并给出了响应误差曲线。当如图 1 所示的凸轮结构存在间隙时对从动机构输出端的影响很大。在输出响应中包含着高频成分, 尤其是加速度响应的畸变较大。因此在仿真建模时应考虑到这种因素的影响。可以用磁滞回环特性对间隙进行仿真。以  $s_i$  表示无间隙时从动机构的位移, 以  $s_0$  表示从动机构的实际位移, 以  $c$  表示配合间隙, 则这种特性的离散化解析表示为:

$$\text{当 } s_i(k) > s_i(k-1) \text{ 且 } s_i(k) > s_0(k-1) + c \text{ 时: } s_0(k) = s_i(k) - c \quad (6)$$

$$\text{当 } s_i(k) < s_i(k-1) \text{ 且 } s_i(k) < s_0(k-1) - c \text{ 时: } s_0(k) = s_i(k) + c \quad (7)$$

其它条件下:

$$s_0(k) = s_0(k-1) \quad (8)$$

式中: 下标  $(k-1)$  表示前一时刻位移, 下标  $k$  表示当前时刻的位移

$s_0(k-1)$  为前一时刻的从动机构位移,  $s_0(k)$  为当前时刻的从动机构位移。

这种非线性作用的结果还将导致转动惯量和负载等效力矩的波动, 这将更不利于控制系统的稳定工作。

### 2.5 机电系统模型

$$\text{电机力矩平衡方程为: } c_m i = J \frac{d\omega}{dt} + M \quad (9)$$

$$\text{电势平衡方程为: } u = L \frac{di}{dt} + Ri + c_e \omega \quad (10)$$

$$\text{凸轮转角: } \theta = \int_0^t \omega \tau \quad (11)$$

式中:  $u$  为电机电枢电压,  $c_m$  为电机力矩常数,  $L$  为电机电枢电感,  $i$  为电机电枢电流,  $c_e$  为

电机反电势系数,  $R$  为电机电枢内阻。

由于电机电枢电感很小, 由(9)、(10)两式, 忽略  $L$  可得:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{RJ}(c_m u - RM - c_e c_m \omega) \quad (12)$$

### 3 仿真程序设计

由于得到的数学模型较复杂, 可以采用龙格-库塔法直接对(12)式求解微分方程, 然后用递推的方法进行仿真运算。计算步骤如下:

1) 输入参数, 并取  $t = 0$  时取初值  $u = 0, i = 0, \omega = 0, J = J_m, M = M_f, s = 0, v = 0, a = 0, k = 0$ , 计算步长为  $T$ 。

2) 由(12)式采用龙格-库塔法计算  $\omega(kT + T)$ , 计算时取  $M = M(kT), J = J(kT)$

3) 计算凸轮转角  $\theta(kT + T) = \sum_{i=1}^{k+1} \alpha(iT) T$

4) 根据凸轮廓线方程和(6)式、(7)式、(8)式计算从动机构位移  $s(kT + T)$

5) 计算从动机构速度  $v(kT + T) = \frac{s(kT + T) - s(kT)}{T}$

6) 计算从动机构加速度  $a(kT + T) = \frac{v(kT + T) - v(kT)}{T}$

7) 由(1)式和(3)式计算  $M_i(kT + T)$

8) 由(4)式计算  $J(kT + T)$

9) 取  $k = k + 1$ , 转到步骤(2)重复计算直到仿真计算结束。

### 4 仿真实例分析

以我们正在研制的含有凸轮机构的机电系统为例, 系统参数如下:

从动机构质量  $m = 0.4\text{kg}$ , 重量  $G = 4\text{N}$ , 导轨摩擦系数  $\mu = 0.001$ , 反电势系数  $c_e = 0.146\text{V}/\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , 力矩常数  $c_m = 0.015\text{kg} \cdot \text{m}/\text{A}$ , 电枢内阻  $R = 19\Omega$ , 凸轮廓线常数  $A = 35\text{mm}$ , 电机电枢转动惯量  $J_m = 0.0000441\text{kg} \cdot \text{m}^2$ , 电机轴系摩擦力矩  $M_f = 0.012\text{N} \cdot \text{m}$ , 间隙  $c = 0$ 。

#### 4.1 凸轮转速恒定时力矩、转动惯量的变化规律

设电机以恒定的转速转动, 取  $\omega = 1\text{rad}/\text{s}$ , 仿真采样周期  $T = 0.01\text{s}$ , 在 MATLAB 环境下进行仿真运算, 可得到如图 4 和图 5 所示的曲线。图 4 是当水平放置时的转动惯量曲线和负载力矩曲线。图 5(a) 是当  $\beta$  角固定,  $\gamma$  角变化时的力矩变化曲线。5(b) 是  $\gamma = 170^\circ$ ,  $\beta$  变化时的力矩变化曲线。

由图 4(a) 可知系统的转动惯量与从动机构的运动速度相关, 作周期性波动。

由图 4(b) 可知当系统水平放置时, 力矩波动较小, 起主导因素的从动机构加速度的影响。

由图 5 可知, 当系统倾斜放置时, 力矩波动加大, 重力的作用成为力矩波动的主导因素。

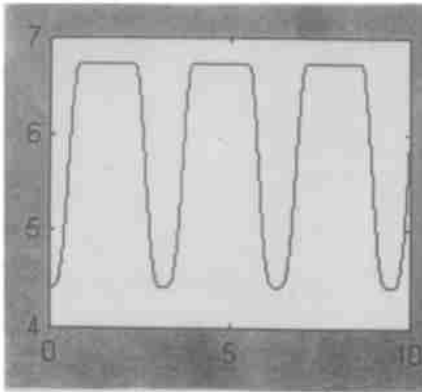


Fig. 4a Plot of inertia

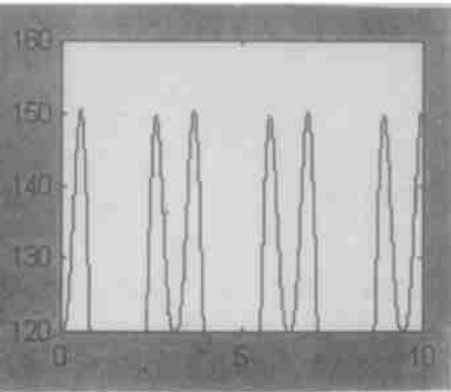
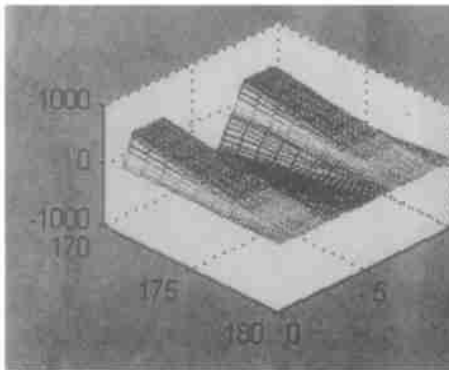
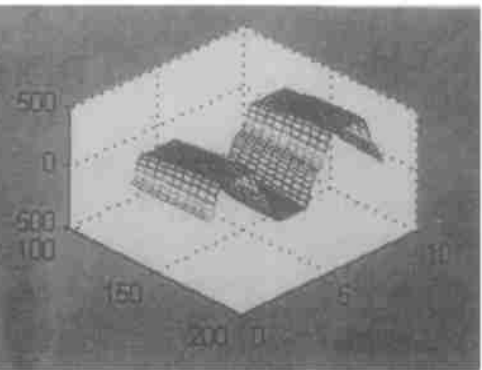


Fig. 4b Plot of torque

Fig. 5a Plot of torque while  $\gamma$  changeFig. 5b Plot of torque while  $\beta$  change

## 4.2 电机电枢两端加恒定电压时的响应

取系统水平放置, 在电机电枢端加恒定电压, 用上节介绍的仿真方法可得如图 6 所示转速曲线。

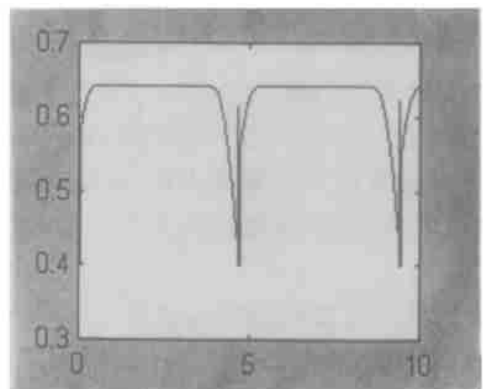
由图可知, 在存在从动机构加速、减速时, 电机转速波动较大, 这与实际情况是相同的。

## 5 结 束 语

采用上述方法建立的仿真模型充分考虑了

凸轮机构主要非线性动力学特性对控制系统的

影响, 为在无法进行真实实验时研究各种参数变化对控制系统精度和稳定性的影响提供有力

Fig. 6 Plot of the rotational speed while  $u = 3.5 \text{ V}$

的研究工具, 更可以加快研究周期, 节约经费。当然, 以上讨论忽略了诸如加工曲线误差, 装配误差, 冲击振动等因素的影响。这需在对实际系统进行详细分析测量, 得到各种参数后引入仿真模型中。对含有凸轮机构的机电系统进行控制策略研究, 上述模型是能满足要求的。

### 参 考 文 献

- 1 殷鸿梁, 朱邦贤. 间歇运动机构设计. 上海: 上海科学技术出版社, 1996. 168 ~ 199
- 2 邹慧君等译. 凸轮机构的现代设计. 上海: 上海交通大学出版社, 1991. 233 ~ 256
- 3 熊光楞. 控制系统数字仿真. 北京: 清华大学出版社, 1992. 37 ~ 53
- 4 姚燕安等. 含凸轮机构的机械系统的振动控制研究综述. 机械设计, 1997, (8) 1 ~ 4
- 5 邹慧君等. 凸轮机构考虑间隙时动力响应研究. 上海交通大学学报, 1992, 26(1): 122 ~ 127

## Modeling and Simulation of Electromechanical System with Cam Mechanism

LI Xing-Hua, ZHAI Lin-Pei

(*Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,*  
*Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022*)

### Abstract

Cam Mechanism is wide used in many high accuracy movement systems because of its excellent characteristics. This paper introduces the modeling method of electromechanical system with cam mechanism and the designs of simulation program based on discrete method. The model considers most of the nonlinear characteristics, such as the changing load torque, the changing moment of inertia and the transaction clearance between the cam and the slave mechanism. It can be used in the studying of control strategy of the electromechanical systems with cam mechanism. The simulating results convince that the model given is correct.

**Key words:** Cam mechanism, Electromechanical system, Modeling and simulation

李兴华 男, 1967年4月生, 1989年毕业于浙江大学信息与电子工程系无线电技术专业。现为中国科学院长春光学精密机械研究所博士研究生。主要从事光电跟踪检测、自动控制等方面的研究。