第7卷 第6期　光学　精密工程　Vol.7, No.6
1999年12月　OPTICS AND PRECISION ENGINEERING　December, 1999

文章编号　1004-924X(1999)06-0014-04

沿任意方向的曲线映射计算方法研究

安　军
(佛山科学技术学院机电分院　佛山 528000)
刘桂雄　招惠玲
(华南理工大学机电工程系　广州 510640)

摘　要　提出了一种新颖的自由曲面上影射曲线的计算方法,该方法通过把沿任意方向曲线向曲面影射的问题转化为一系列等参数曲线与一般柱面的求交问题,从而把三维模型空间转变到二维的参数空间,提高了计算效率。由于采用了NURBS方法,使所有的曲线曲面表示都统一在同一种形式之下,更有利于后续的处理工作。

关键词　CAD/CAM　曲面造型　曲线影射
中图分类号　TP391.72,TP391.73　文献标识码　A

1　引　　言

在CAD/CAM一体化设计中,工业产品除了一般的标准解析形状外,还存在大量的复杂自由形状,为了很好地在计算机中表示这类形态,人们引入了参数曲线曲面的方法,并已成功地得到应用。在实际应用中,仅用一张或几张整块曲面的分割界线、定义新的曲面所需的边界线、定义复杂曲面形体的数控加工走刀路径或在线自由曲面上勾画出新的形状,一个最终的复杂形体模型总是上述情况的一种或多种组合,因此如何快速、准确且以适当的方式来表示和描述复杂曲面上的任意曲线形状是CAD/CAM中一个重要的研究课题。

从形状设计的角度出发,曲面形体上的曲线通常是一条三维空间里的复杂自由曲线,它的定义和描述是十分复杂的,形状设计人员在描绘这类曲线时往往不是直接在曲面形体上进行工作,因为这样会使曲线的创建及编辑修改非常困难,而是采用一种曲线影射的方法,即先在某一平面内定义一条参数曲线 $\boldsymbol{C}(k)$,再沿着某一矢量方向 $\boldsymbol{Z}$ 朝曲面 $\boldsymbol{S}(u,v)$ 上进行影射投影,从而得到曲面 $\boldsymbol{S}(u,v)$ 上的影射曲线 $\boldsymbol{C}'(k)$。

目前国内外的研究主要集中在用参数领域内已知一些分割线来分割已有的曲面[1-3]、标准几何形的相交分析[4]、分割曲面的着色渲染[5]等方面,本文提出了一种自由曲面上映射曲线

收稿日期: 1999-09-15
修稿日期: 1999-10-08

的计算方法, 可为上述的这些应用提供快速准确的曲线描述。

2　问题的提出

本文研究的对象包括两个基本元素: 一张自由型曲面和一条初始曲线。由于 NURBS 方法在当今被认为是统一表示自由型曲线曲面的国际标准形式, 因而本文研究的各种曲线曲面均用 NURBS 来表示。一张 $k \times l$ 次的 NURBS 曲面有如下形式[6]:

$$S(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} w_{i,j}P_{i,j}N_{j,k}(u)N_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} w_{i,j}N_{i,k}(u)N_{j,l}(v)} \tag{1}$$

这里 $P_{i,j}$ 为曲面 $S(u,v)$ 的控制顶点, $w_{i,j}$ 为对应控制顶点 $P_{i,j}$ 的权重值($w_{i,j} > 0$), 它实际上定义了各控制顶点对曲面 $S(u,v)$ 形状的影响程度, $N_{i,k}(u)$ 和 $N_{i,l}(v)$ 分别为定义在节点矢量 $U=[u_0, u_1, \cdots u_{m+k+1}]$ 与 $V=[v_0, v_1, \cdots, v_{n+1+1}]$ 上的 k 次和 l 次规范 B 样条基函数, 其表示形式如下:

$$\begin{cases} N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \le u < u_{i+1} \\ 0 & u < u_i,\ u \ge u_{i+1} \end{cases} \\ N_{i,k}(u) = \dfrac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i}N_{i,k-1}(u) + \dfrac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}}N_{i+1,k-1}(u) \end{cases}$$

初始的曲线可用如下的 NURBS 曲线方程来表示:

$$C(k) = \frac{\sum_{i=0}^{s} \omega_{i,0}D_{i,0}N_{i,p}(k)}{\sum_{i=0}^{s} \omega_{i,0}N_{i,p}(k)} \tag{2}$$

$D_{i,0}$ 为曲线控制顶点, $w_{i,0}$ 为相应的全因子, $N_{i,p}(k)$ 为定义在节点矢量 $K[k_0, k_1, \cdots, k_{s+p+1}]$ 上的 p 次 B 样条基函数。

曲线 $C(k)$ 在曲面 $S(u,v)$ 上的映射曲线可简化为这样的问题来解决, 即: 曲线 $C(k)$ 沿某一矢量 Z 移动形成柱面 $S'(k,r)$ 与 $S(u,v)$ 的相交线即为所求的映射曲线, 根据 $C(k)$ 方程与矢量 Z, 该柱面方程为:

$$S'(k,r) = \frac{\sum_{i=0}^{s}\sum_{j=0}^{l} w'_{i,j}D_{i,j}N_{i,p}(k)N_{j,l}(r)}{\sum_{i=0}^{s}\sum_{j=0}^{l} \omega'_{i,j}N_{i,p}(k)N_{j,l}(r)} \tag{3}$$

$D_{i,1} = D_{i,0} + Z$, $\omega'_{i,l} = \omega'_{i,0}$, $i = 0, 1, 2, \cdots, s$, 节点矢量 $r = [0, 0, 1, 1]$。

3　映射曲线的计算

由于采用参数方程的形式, 映射曲线的表示分别有两种形式: 一种是参数空间内的曲线 C_c, 另一种是模型空间里的曲线 C_m, 其中参数空间的映射曲线 C_c 的计算最为重要, 一旦 C_c 的表

达形式确定下来,将 C_c 从参数空间换算到模型空间即得到 C_m。同时,为了和初始曲面与曲线的表示形式一致,映射曲线也采用 NURBS 形式。

3.1 参数空间中的映射曲线

为了得到时间映射曲线,可把曲面方程(1)与柱面方程(3)联立求解,但这样做的计算工作量很大,而且在某些场合还会出现错误的结果。针对这个问题,可以采用扫描算法来进行计算,首先在曲面 $\boldsymbol{S}(u,v)$ 中按一定的步长值 $\Delta v=\dfrac{v_{n+l+1}-v_0}{A}$($A$ 为一正整数)取 v 在节点矢量 $\boldsymbol{v}$ 中的值即 $v^e=v_0+e\cdot\Delta v$,其中 $0\le e\le A$ 得 $\boldsymbol{S}(u,v)$ 上的等参数曲线族:

$$\boldsymbol{C}^e(u,v^e)=\boldsymbol{S}(u,v^e)=\frac{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}w_{i,j}\boldsymbol{P}_{i,j}\boldsymbol{N}_{i,k}(u)\boldsymbol{N}_{j,l}(v^e)}{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}w_{i,j}\boldsymbol{N}_{i,k}(u)\boldsymbol{N}_{j,l}(v^e)}$$

式中:$e=0,1,\cdots,A$。

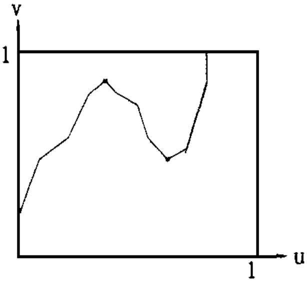

Fig. 1 The uniformization processing diagram

然后计算每条等参数曲线 $\boldsymbol{C}^e(u,v^e)$ 与柱面 $\boldsymbol{S}(k,r)$ 的交点,若两者相交则有交点 P_e,P_e 在曲面 $\boldsymbol{S}(u,v)$ 参数域中的坐标点 E_e 为 (u_e,v_e),将得到参数空间里的一系列坐标点 E_e,当相交情况比较复杂时,需要对参数坐标点 E_e 进行排列、分段等初始化工作。为此,对点列 E_e 先作单值化处理,如图 1 所示,找出除端点外的局部最大、最小值点——极高点和极低点,当 (u_i,v_i) 满足 $v_i\ge v_{i-1}$ 且 $v_i\ge v_{i+1}$ 时,则称点 (u_i,v_i) 为极高点;当 (u_i,v_i) 满足 $v_i\le v_{i-1}$ 且 $v_i\le v_{i+1}$ 时,则称点 (u_i,v_i) 为极低点。用所有得到的极高点和极低点将点列分成几个,相应地,折线多边形分为几段,从而达到单值化的目的,得到一系列的分段单调折线段,将这些折线段首尾相连,形成参数空间中的有序点列 E'_e,按照一定的参数化方法[6],确定参数 t,得到插值于 E'_e 的曲线 C_c 即为参数空间的映射曲线:

$$\boldsymbol{C}_c(t)=(\boldsymbol{u}(t),\boldsymbol{v}(t))=\sum_{i=0}^{n}\boldsymbol{P}'_i\boldsymbol{N}_{i,t}(t)$$

其中 $\boldsymbol{N}_{i,l}(t)$ 为定义在节点矢量 $\boldsymbol{T}=[t_0,t_1,\cdots,t_{n+1+1}]$ 上的 l 次 B 样条基函数,通常从效率与精度两方面考虑把 $\boldsymbol{C}_c(t)$ 表示为三次有理 B 样函数的形式。

3.2 模型空间中的映射曲线

上述曲线 $\boldsymbol{C}_c(t)=(u(t),v(t))$ 实际上定义了参数域 $\boldsymbol{u}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的变化规律,在此 $\boldsymbol{u}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 不再是两个独立的参数,而按以 $\boldsymbol{t}$ 为参数的曲线 $\boldsymbol{C}_c$ 进行变化。将此代入曲面方程(1)中,最后可得到曲面上以 $\boldsymbol{t}$ 为参数的模型空间映射曲线 $\boldsymbol{C}_m$:

$$\boldsymbol{C}_m(t)=\boldsymbol{S}(u(t),v(t))=\frac{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}w_{i,j}\boldsymbol{P}_{i,j}\boldsymbol{N}_{i,k}(u(t))\boldsymbol{N}_{j,l}(v(t))}{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}w_{i,j}\boldsymbol{N}_{i,k}(u(t))\boldsymbol{N}_{j,l}(v(t))}$$

4 结 论

本文针对 CAD/CAM 中经常遇到的自由曲面上映射曲线的计算问题进行了深入的讨论,通过把映射曲线转化为自由曲面与一柱面的交线,并把研究的问题分解为参数域内映射曲线

与模型空间映射曲线的计算,给出了自由曲面上映射曲线的一般算法。由于该方法把曲面之间的求交转换成一系列的等参数曲线与柱面的相交,简化了计算工作量,提高了计算的速度,同时采用 NURBS 方法来表示映射曲线,使整个曲线曲面的表示都统一在 NURBS 的形式下,更有利于后续的处理工作。本文研究的问题涉及到自由形状的造型、曲面的分割、面积计算等内容是一个非常复杂的问题,还有许多研究工作要做。

参 考 文 献

1 Piegl L A, Richard A M. Tessellating trimmed NURBS surfaces. Computer-Aided Design, 1995, 27(1): 16～26

2 胡事民,孙家广,汪国昭. 基于广义离散分解 trimmed 曲面. 计算机学报, 1999, 22(3): 290～295

3 范劲松,安军,徐家俊. NURBS 曲面造型中曲线曲面分割问题研究. 中国机械工程, 1996, 7(4): 87～88

4 Piegl L. Geometric method of intersecting natural quadrics represented in trimmed surface form. Computer-Aided Design, 1989, 21(4): 201～212

5 Rockwood A, Geaton K, Davis T. Real-time rendering of trimmed surface. Computer Graphics, 1989, 23(4): 107-116

6 Piegl Les A, Tiller Wayne. The NURBS book. Berlin: springer, 1997

7 安军,刘桂雄,范劲松等. 基于一种新颖曲面测量技术的自由曲面建模方法研究. 华南理工大学学报, 1999, 27(9): 32～35

Study on Calculation Method of Curvilinear Mapping at Any Direction

AN Jun

(*Institute of Mechatronic Engineering, Foshan Science and Technology College, Foshan* 628000)

LIU Gui-Xiong, ZHAO Hui-Ling

(*Dept. of Machatronic Engineering, South China University of Technology*, 510640)

Abstract

This paper introduces a novel computing method of mapping curvilinear on free-formed surfaces. The method turns the sophisticated computing problem of three dimensional space into computing problem of two dimensional space with parameters, and results in improving the computing efficiency, through changing the problem of the mapping from any direction curvilinear to free-formed surface into the problem of working out the intersecting points of a number of curvilinear with same parameters and general cylindrical surfaces. All of curvilinear and free-formed surfaces are expressed in the same form for the utility of NURBS method, and it is advantage for the subsequent treating.

Key Words: CAD/CAM, Curve modeling, Curvilinear mapping

安　军　女,1968 年生,1993 年重庆大学机械制造专业硕士毕业,现为佛山科学技术学院机电分院讲师,主攻方向: 机械 CAD/CAM,在国内外学术刊物发表论文 11 篇。