

文章编号 1004-924X(2000)01-0042-04

混合型四自由度并联平台机构及其位置分析

赵铁石, 高英杰, 杨铁林, 赵永生, 黄 真
(燕山大学机器人研究中心, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 为了丰富并联少自由度机器人的机型, 本文提出了一种能实现空间三维移动和绕 Z 轴转动的并联机器人机构模型, 该模型由三个 TRT 分支和一个 SPS 分支构成。文中采用螺旋理论分析了它能实现空间三维移动和绕 Z 轴转动的机构学原理, 计算了它的自由度; 给出了其位置反解的方法, 推导出了位置正解的封闭方程, 并进行了数值验证。

关键词: 机器人; 并联机构; 机构学; 位置分析
中图分类号: TH13, TP241.3 文献标识码: A

1 引言

近年来, 新型少自由度(机构自由度少于其在空间自由刚体的自由度, 如三维空间少于 6、二维空间或球面空间少于 3)并联机器人机构成为新的研究热点。由于这种机器人相对具有结构简单、造价低等特点, 在工业生产及其他领域有着广阔的应用前景。如 Hunt^[1]1983 年提出三自由度的 3-RPS 空间并联机构已引起广泛兴趣; 1988 年 Pierrot^[2]等分析了一种称为 Delta 机构的三维运动机构, 该机构为 17 杆 21 运动副, 其中 12 个球面副, 机构十分复杂; 1995 年 Tsai^[3]发明了一种较简单的三自由度三维移动机构, 申报美国专利, 该机构也为 17 杆 21 运动副。1999 年文^[4]提出了一种新型空间三维移动机构模型—空间 3-RRC 并联机构, 给出了位置反解公式和正解的八次方程。

本文提出了一种混合型的四自由度空间并联平台机构模型; 讨论了它的机构学原理, 给出了位置正反解。这种并联机构适合用于一些有特殊要求的, 如生产装配线上方孔件装配等需要此四个自由度的工作场合。

2 混合型并联平台机构及特点

2.1 机构模型及其螺旋运动

混合型并联平台机构如图 1 所示。本文中以

T 表示虎克铰, S 表示球铰; R 表示转动副, P 表示移动副。其有四个分支, 其中三个为 TRT 分支, 一个为 SPS 分支。每个 TRT 分支由五个转动副组成, 其各分支第一、五转动副轴线互相平行, 且平行于 Z 轴; 第二、三、四转动副轴线相互平行且与 Z 轴垂直; 各分支第四转动副轴线位于上平台同一平面内。

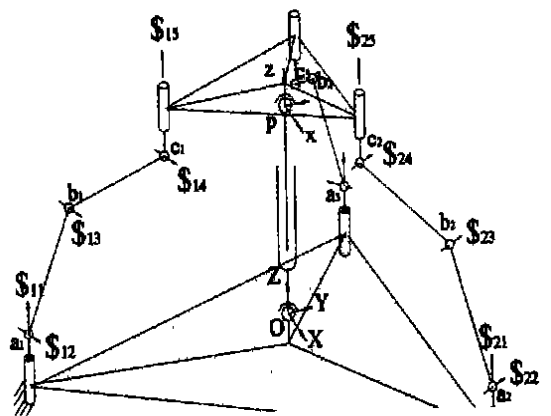


Fig 1 Four-DOF mixed platform mechanism sketch

为了分析该机构的螺旋运动时直观方便, 在不失一般性的前提下, 设三个 TRT 分支自下平台起第一转动副轴线 S_{i1} 与该分支第二转动副轴线 S_{i2} 的交点 a_i 在同一平面(下平台平面)内, 且构成边长为 L 的等边三角形; 三个分支自下平台起第四转动副轴线 S_{i4} 与该分支第五转动副轴线 S_{i5} 的交点 c_i 在同一平面(上平台平面)内, 且构成边长为 l 的等边三角形; SPS 分支的上下球铰中心分别是上下平台三角形形心 O 和 p 。取 O 点为固

定在下平台上的坐标系原点, Z 轴垂直基面向上, Y 轴与 a_1O 同向; 取 p 点为固定在上平台上的坐标系原点, z 轴垂直于三角形 $c_1c_2c_3$ 面, y 轴与 c_1P 同向。我们可以写出在坐标系 $O-xyz$ 中第一分支五个转动副的运动螺旋:

$$\$_{11} = (S_{11}, \Gamma_{11} \times S_{11}) = (0, 0, 1, P_{11}, 0, 0)$$

$$\$_{12} = (S_{12}, \Gamma_{12} \times S_{12}) = (l_1, m_1, 0, 0, 0, R_{12})$$

$$\$_{13} = (S_{13}, \Gamma_{13} \times S_{13}) = (l_1, m_1, 0, P_{13}, Q_{13}, R_{13})$$

$$\$_{14} = (S_{14}, \Gamma_{14} \times S_{14}) = (l_1, m_1, 0, P_{14}, Q_{14}, R_{14})$$

$$\$_{15} = (S_{15}, \Gamma_{15} \times S_{15}) = (0, 0, 1, P_{15}, Q_{15}, 0)$$

式中: S_{1i} 是螺旋轴线的方向矢量; Γ_{1i} 是 O 点指到相应轴线的矢量; l_1, m_1 是第二、三、四转动副轴线的方向余弦; P_{1i}, Q_{1i}, R_{1i} 是由相应轴线位置决定的参数; 由于三个运动副的轴线或中心线平行, 所以有 $S_{12} = S_{13} = S_{14}$ 。由于这五个运动螺旋是线性无关的, 可以求出该分支的反螺旋: $\$^r_1 = (0, 0, 0, l_1^r, m_1^r, 0)$, 其中 $l_1^r l_1 + m_1^r m_1 = 0$ 。

这是一个方向为 $(l_1^r, m_1^r, 0)$ 反螺旋力偶矢, 表示该分支约束了上平台绕平行于该轴线(平行于 XOY 平面)方向的转动。在起始位置时, $l_1 = 1, m_1 = 0, n_1 = 0$ 此时 $l_1^r = 0, m_1^r = 1, n_1^r = 0$, $\r_1 约束了上平台绕平行于 Y 轴的轴线的转动。

对其它两个 TRT 分支进行同样的分析可得, 各分支的反螺旋 $\r_i 都是形如 $(0, 0, 0, l_i^r, m_i^r, 0)$ 反螺旋力偶矢, 其都是约束了上平台绕平行于 XOY 平面轴线的转动。这样三个约束反螺旋 $\$^r_i (i = 1, 2, 3)$ 同时约束了上平台绕平行于 XOY 平面轴线的独立转动只有两个, 因此三个约束中有一个为虚约束。即上平台失去了绕平行于 X 轴、 Y 轴的轴线的转动自由度, 只能做三维移动和绕平行于 Z 轴轴线的转动。

对于该机构, 四个输入可以选取三个 TRT 分支的第一转动副, 和 SPS 分支的移动副。这样三个转动输入将决定上平台沿 X 、 Y 方向的移动和绕 Z 轴的转动; 中央移动副将决定上平台的沿 Z 轴的位移。

2.2 机构的自由度

这里采用文献^[5]中给出的计算空间并联平台机构自由度的公式:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i \quad (1)$$

式中: $d = 6 - \lambda$ λ 是该机构存在的公共约束数; n 是构件数; g 为运动副数; f_i 是第 i 运动副的相对自由度。在用(1)式计算自由度时, 还应按常

规的方法考虑机构中复合铰链、虚约束以及局部自由度等问题。

图 1 所示机构中, 不存在与全部运动螺旋都向逆的反螺旋, 即该机构无公共约束 $\lambda = 0$; 在三个反螺旋 $\r_i 中存在一个虚约束; SPS 分支有一个局部自由度。由 $d = 6, n = 16, g = 18, f_i = 22$, 得:

$$M = (6 - 0)(16 - 18 - 1) + 22 + 1 - 1 = 4$$

3 机构位置分析

在图 1 中, 设 $a_1a_2a_3$ 和 $c_1c_2c_3$ 分别构成边长为 L 和 l 的等边三角形, 三个分支结构对称, 连杆 $a_i b_i = l, b_i c_i = l$; $O-XYZ$ 和 $p-xyz$ 是固链于下平台和上平台的坐标系, Z 轴和 z 轴垂直向上, Y 轴和 y 轴分别过 a_1O 和 c_1P , 坐标原点 O 和 p 分别为两三角形的中心。

3.1 位置反解

位置反解是当结构参数和上平台的位姿 $(X_p, Y_p, Z_p, \alpha, \beta, \gamma)$ 已知时, 求各分支作为输入转动副的转角和移动副杆长, 如 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, l_{op})$ 。

设 $\{X_p, Y_p, Z_p, \gamma\}$ 是上平台 p 点相对 $O-XYZ$ 的位移和 $p-xyz$ 绕 Z 三轴的角位移 (α, β 恒为零); $\{X_{ai}, Y_{ai}, Z_{ai}\}, \{X_{ci}, Y_{ci}, Z_{ci}\}$ 分别是 a_i, c_i 点在坐标系 $O-XYZ$ 中的坐标; $\{x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}\}$ 是 c_i 在坐标系 $p-xyz$ 中的坐标; θ_i 是 $a_i b_i$ 在 XOY 坐标面的投影与 X 轴的夹角; l_{op} 是 P 点到 O 点的长度。建立下面的方程:

$$\{X_{ci}, Y_{ci}, Z_{ci}, 1\}^T = [T_{op}]\{x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}, 1\}^T \quad (2)$$

式中:

$$[T_{op}] = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & X_p \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & Y_p \\ 0 & 0 & 1 & Z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

当结构参数确定, 若给出上平台位姿, 则由(2)式可求出 c_i 点在坐标系 $O-XYZ$ 的坐标值。这样, 就可以求得作为机构输入的第一转动副转角和移动副的杆长:

$$\theta_i = \tan^{-1} \frac{Y_{ci} - Y_{ai}}{X_{ci} - X_{ai}} \quad (3)$$

$$l_{op} = \sqrt{X_p^2 + Y_p^2 + Z_p^2} \quad (4)$$

式中 $i = 1, 2, 3$, 反解毕。

3.2 平台机构位置正解

位置正解是当已知结构参数和三个作为输入的各分支第一转动副的转角及移动副杆长 ($\theta_1, \theta_{21}, \theta_{31}, l_{op}$) 时, 求上平台的位置 ($X_p, Y_p, Z_p, \mathcal{Y}$)。展开(2)式, 可以得到下式:

$$\begin{cases} X_{ci} = x_{ci} \cos \mathcal{Y} - y_{ci} \sin \mathcal{Y} + X_p \\ Y_{ci} = x_{ci} \sin \mathcal{Y} + y_{ci} \cos \mathcal{Y} + Y_p \\ Z_{ci} = Z_p \end{cases} \quad (5)$$

参考(3)、(4)式, 建立约束方程:

$$\begin{cases} (Y_{ci} - Y_{ai}) - \tan \theta_{i1} (X_{ci} - X_{ai}) = 0 \\ X_p^2 + Y_p^2 + Z_p^2 - l_{op}^2 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中: $i = 1, 2, 3$; 将(5)式代入(6)式并整理得:

$$(x_{c1} + y_{c1} \tan \theta_{11}) \sin \mathcal{Y} + (y_{c1} - x_{c1} \tan \theta_{11}) \cos \mathcal{Y} + Y_p - X_p \tan \theta_{11} - Y_{a1} + X_{a1} \tan \theta_{11} = 0 \quad (7)$$

$$(x_{c2} + y_{c2} \tan \theta_{21}) \sin \mathcal{Y} + (y_{c2} - x_{c2} \tan \theta_{21}) \cos \mathcal{Y} + Y_p - X_p \tan \theta_{21} - Y_{a2} + X_{a2} \tan \theta_{21} = 0 \quad (8)$$

$$(x_{c3} + y_{c3} \tan \theta_{31}) \sin \mathcal{Y} + (y_{c3} - x_{c3} \tan \theta_{31}) \cos \mathcal{Y} +$$

$$Y_p - X_p \tan \theta_{31} - Y_{a3} + X_{a3} \tan \theta_{31} = 0 \quad (9)$$

(7)、(8)、(9)三式中只有三个未知数 X_p, Y_p 和 \mathcal{Y} 。从此三式中消去 X_p 和 Y_p , 得到一个仅含 \mathcal{Y} 的三角方程:

$$A \sin \mathcal{Y} + B \cos \mathcal{Y} + C = 0 \quad (10)$$

其中 A, B, C 为已知的结构参数和输入的函数, 正解时为已知量。这样由(10)式解得 \mathcal{Y} 后, 可由(7)、(8)式解得 X_p 和 Y_p ; 进一步可由(6)式中的第二式解得 Z_p 。正解毕。

4 数值算例

设上、下平台等边三角形 $a_1a_2a_3$ 和 $c_1c_2c_3$ 的边长分别为 120mm 和 240mm, 各连杆长度为 $l_{i1} = l_{i2} = 70\text{mm}$ 。则相应平台位置的反解, 即输入见表 1。

Table 1 Results of the inverse position analysis (unit mm or degree)

| | | |
|---|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $(X_p, Y_p, Z_p, \mathcal{Y})$ | (0 0, 0 0, 1000, 0 0 °) | (5 0, 5 0, 1050, 5 0 °) |
| $(\theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{31}, l_{op})$ | (90 0 °; 210 0 °; 330 0 °; 100 0) | (81.6 °; 202.8 °; 330.6 °; 105.2) |

当以表 1 中, $(\theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{31}, l_{op}) = (81.6 °; 202.8 °; 330.6 °; 105.2)$ 作为输入时, 进行同样结构参数的正解计算, 解得四组上平台的位姿: $(X_p, Y_p, Z_p, \mathcal{Y}) = (4.95, 5.01, \pm 104.96, 5.02 °)$ 、 $(X_p, Y_p, Z_p, \mathcal{Y}) = (-3.85, 23.60, \pm 102.$

45, 14.99 °)。这四组解是与此输入对应机构四种装配方式或上平台位姿。这里正解结果与反解结果存在误差, 其产生的主要原因是以截断后的反解结果作为正解的输入而产生的。

参考文献:

- [1] Hunt K H. Structural kinematics of in-parallel-actuated robot-arm [J]. Tran ASME J Transmiss Auto Des, 1983, 105(4): 705~ 712
- [2] Pfreundschuh G H. Kumer V. Design and control of a 3-DOF In-parallel actuated manipulator [C]. IEEE Int Conf on Rob & Aut, 1991. 1659~ 1664
- [3] Tsai L W. Multi-degree-of-freedom mechanisms for machine tools and the like [P]. U S Patent Pending, 1995, 415(08): 851.
- [4] 黄真, 赵铁石. 一种新型三维移动并联机构及其位置分析 [J]. 机器人, 1999 年增刊
- [5] 黄真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论及控制 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.

A novel four-DOF mixed platform mechanism and its position analysis

ZHAO Tie-shi, GAO Ying-jie, YANG Tie-lin, HUANG Zhen

(*Robotics Research Center, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China*)

Abstract: In order to enrich deficient-DOF parallel mechanism models, a novel model of a 4-DOF platform manipulator is presented. The degree of freedom and the characteristics of the mechanism model are discussed firstly. The solutions are developed for both the inverse and forward kinematics, which are very easy. Some numerical examples for the position kinematics are presented finally.

Key words: manipulator; parallel mechanism; position analysis

作者简介: 赵铁石(1963-), 男, 河北秦皇岛市人, 副教授、在职博士, 机器人研究所副所长。1985年毕业于合肥工业大学, 并分配燕山大学工作; 1991年毕业于燕大机械学专业获硕士学位; 1996年在燕大攻读博士学位。主要从事机器人机构学、仿生机构学及CAD/CAM方面的研究。已参加多项国家自然科学基金、博士点基金及863项目的研究工作, 获国家教育部科技进步二等奖、河北省科技进步一等奖及秦皇岛市科技进步一等奖各一项, 国家专利一项, 在国内外学术期刊上发表论文约30篇。