

# 同步辐射光束线中柔性铰链的研究

傅 1, 周仁魁<sup>1</sup>, 周泗忠<sup>1</sup>, 夏绍建<sup>2</sup>, 郭治理<sup>1</sup>

(1. 中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710068;

2. 国家上海同步辐射中心, 上海 201800)

**摘要:** 详细推导了直圆柔性铰链所受力矩和角偏移量及受力和线性位移之间的对应关系等运动方程; 对直圆柔性铰链材料的选取、直圆柔性铰链参数的设计进行了分析; 介绍了在同步辐射单色器中以直圆柔性铰链为基础投角、滚角、摆角调节结构。

**关键词:** 柔性铰链; 单色器; 同步辐射

中图分类号: O432.1 文献标识码: A

## 1 引言

60年代前后, 由于宇航和航空等技术发展的需要, 对实现小范围偏转的支撑, 不仅提出了高分辨率的要求, 而且对其尺寸和体积提出了微型化的要求。人们在经过对各类型的弹性支撑的实验探索后, 才逐步研究出体积小、无机械磨擦、无空回、高灵敏度的柔性铰链。随后, 柔性铰链立即被广泛地用于陀螺仪、加速度计、精密天平、导弹控制喷嘴形波导天线等仪器仪表中, 并获得了前所未有的高精度和稳定性。如日本工业技术院计量研究所, 利用柔性铰链原理研制的角度微调装置, 在3°的角度范围内, 达到了 $10^{-7}$ 度的稳定分辨率<sup>[1]</sup>。

由于柔性铰链具有上述特点, 近年来在同步辐射光束线中也得到了应用: 狭缝的调节, 单色器中分光晶体投角、滚角、摆角的调节<sup>[2]</sup>, 弧矢聚焦晶体压弯<sup>[3]</sup>的调节等高精密高灵敏度的调节。开展对柔性铰链的进一步研究, 对其运动机理分析和应用研究具有重要的意义。本文着重分析直圆柔性铰链( $h = 2R + t$ )的运动方程及其应用。

## 2 直圆柔性铰链运动方程的理论分析

柔性铰链的运动方程包括力矩 $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$ 和角偏移量 $\alpha_x$ 、 $\alpha_y$ 、 $\alpha_z$ 之间的对应关系, 力 $F_x$ 、 $F_y$ 、

$F_z$ 和线性位移 $\delta_x$ 、 $\delta_y$ 、 $\delta_z$ 之间的对应关系, 以及在弹性范围内铰链能达到的最大的柔性形变角 $\alpha_{max}$ 。如图1所示。

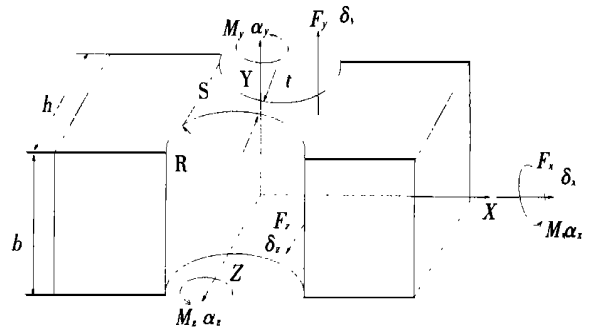


Fig. 1 Parameters of a right circular flexure hinge

### 2.1 力矩和角偏移之间的关系

首先分析由力矩 $M_y$ 引起的柔性形变角 $\alpha$ 。对图1在力矩 $M_y$ 作用下的任一柔性部分放大如图2所示。设 $E$ 为铰链材料的弹性模量。由图2知,

$$dM_y = z \cdot dF \quad (1)$$

由 $df = E \cdot \left(\frac{dx}{\Delta x}\right) \cdot b \cdot dz$ 和 $dx = z \cdot d\alpha$ , 可将(1)式化为,

$$M_y = 2E \cdot b \cdot \frac{d\alpha}{\Delta x} \int_0^{s/2} z^2 dz \quad (2)$$

当 $\Delta x = dx$ , 由(2)式可得,

$$d\alpha = \frac{12M_y}{Ebs^3} dx \quad (3)$$

由图 1 知, 上式中  $S = 2\left(\frac{t}{2} + R - \sqrt{R^2 - x^2}\right)$ , 将  $S$  代入(3)式可得,

$$\alpha = \frac{3M}{2EbR^3} \frac{1}{\left(\frac{t}{2R} + 1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{R^2}}\right)} dx \quad (4)$$

对(4)式积分, 当  $t \ll 2R$ , 可得,

$$\alpha = \frac{9\pi M_y \overline{R}}{2Ebt^{5/2}} \quad (5)$$

同理, 可得力矩  $M_x, M_z$  引起的铰链的角偏移量  $\alpha_x, \alpha_z$  为:

$$\alpha_x = \frac{24\pi M_x}{Gb^3} \left( \frac{\beta}{2\beta^2 - 1} - \frac{1}{4} \right) \quad (6)$$

$$\alpha_z = \frac{24\pi M_z}{Eb^3} \left( \frac{\beta}{2\beta^2 - 1} - \frac{1}{4} \right) \quad (7)$$

其中  $\beta = \frac{t}{2R} + 1$ ,  $G$  为剪切模量。

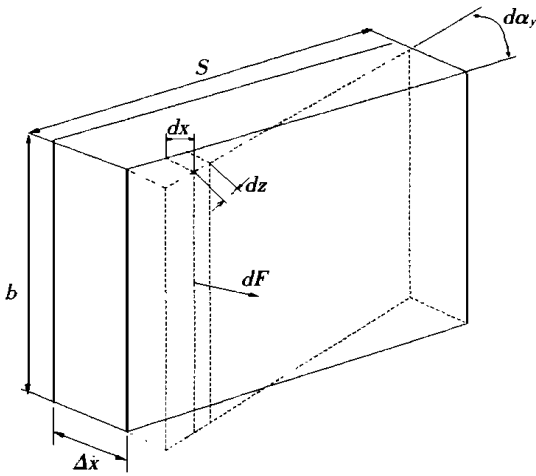


Fig. 2 Geometry of  $\alpha$  due to  $M_y$

## 2.2 力和线性位移之间的对应关系

先分析由力  $F_x$  引起铰链的线性位移  $\delta_x$ 。对图 1 在力  $F_x$  作用下的任一柔性部分放大如图 3 所示。由图 3 知,

$$E \frac{d\delta_x}{dx} = \frac{F_x}{bS} \quad (8)$$

将  $S = 2\left(\frac{t}{2} + R - \sqrt{R^2 - x^2}\right)$  代入(8)式可得,

$$\delta_x = \frac{F_x}{Eb2R} \frac{1}{\left(\frac{t}{2R} + 1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{R^2}}\right)} dx \quad (9)$$

对(9)式积分, 当  $t \ll 2R$ , 可得,

$$\delta_x = \frac{2F_x\pi}{Eb} \left( \frac{\beta}{2\beta^2 - 1} - \frac{1}{4} \right) \quad (10)$$

同理, 可得力由力  $F_y, F_z$  引起铰链的线性位移  $\delta_y, \delta_z$  为:

$$\delta_y = \frac{2F_y\pi}{Gb} \left( \frac{\beta}{2\beta^2 - 1} - \frac{1}{4} \right) \quad (11)$$

$$\delta_z = \frac{2F_z\pi}{Gb} \left( \frac{\beta}{2\beta^2 - 1} - \frac{1}{4} \right) \quad (12)$$

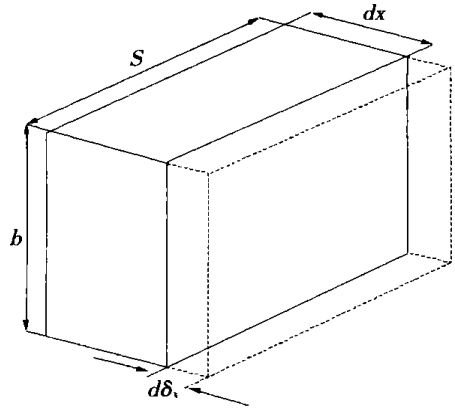


Fig. 3 Geometry of  $\delta_x$  due to  $F_x$

## 2.3 柔性铰链的最大柔性变形角

设铰链的屈服强度为  $\delta_{max}$ , 经理论推导, 有下面关系成立

$$\delta_{max} = \frac{M_{ymax}}{I_y} \frac{t}{2} \quad (13)$$

上式中  $I_y$  为铰链中心 ( $x = 0$ ) 的惯性矩即  $I_y(x = 0) = \frac{1}{12}bt^3$ ,  $M_{ymax}$  为铰链在弹性范围内绕  $Y$  轴旋转能承受的最大力矩。将  $I_y = \frac{1}{12}bt^3$  和(5)式中

$M_{ymax} = \frac{2Ebt^{5/2}\alpha_{max}}{9\pi} \frac{R}{R}$  代入(13)式得,

$$\alpha_{max} = \frac{3\pi\delta_{max}}{4E} \frac{R}{t} \quad (14)$$

## 3 柔性铰链材料的选取

柔性铰链在同步辐射光束线的应用中, 首先要求与真空相容, 且易加工。其次要求有大的弹性模量, 且满足(5)式柔性铰链最大旋转角  $\alpha_{max}$  的要求。根据结构分析, 假设柔性铰链要求转动最大角度为  $1.6^\circ$ ; 设计中选取柔性铰链的半径  $R$  和厚度  $t$  分别为  $2.5\text{mm}$ 、 $0.3\text{mm}$ , 则根据(14)式可得柔性铰链的弹性模量  $E$  与屈服强度  $\delta_{max}$  之间的关系曲线  $L$ , 如图 4 所示。如  $E$  固定, 对应直线  $L_1$ , 直线  $L_1$  交曲线于  $A$  点, 则这种弹性模量的材料的屈服强度必须在大于  $A$  点对应的横坐标范围内; 同理,  $\sigma_{max}$  固定, 对应直线  $L_2$ , 直线  $L_2$  交曲线于  $C$  点, 则这种屈服强度的材料的弹性模量必须在小于  $C$  点对应的纵坐标范围内。

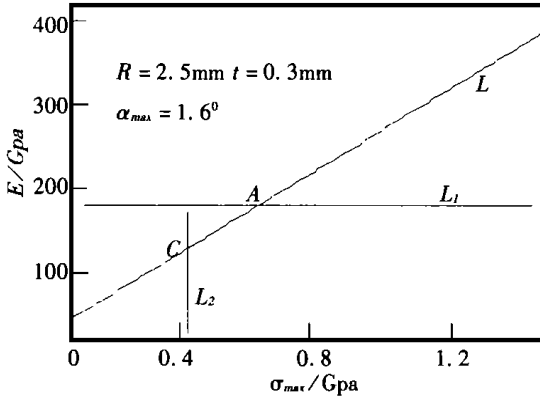


Fig. 4 Material selection for flexure hinge

### 4 柔性铰链的设计

柔性铰链用于绕轴作复杂运动的有限角位移, 要求稳定性好, 对输入的位移或摆角必须反应灵敏。因此要求除了绕Y轴(见图1)呈柔性外, 其它运动的刚度要尽可能好。对一定材料的柔性铰链, 由(6)、(7)、(10)、(11)、(12)式知,  $b$  越大, 铰链的刚度越好; 而  $y = \frac{1}{2} \frac{\beta}{\beta^2 - 1} - \frac{1}{4}$  是对  $\beta$  的单调减函数, 因此,  $\beta$  越大即  $t/2R$  越大, 铰链的刚度亦越好; 但铰链的刚度主要由  $b$  和铰链材料的物理性质决定。由(5)式知,  $t$  越小, 铰链的灵敏度越高。因此, 设计柔性铰链时, 要根据角度调节、晶体压弯微微移工作台<sup>[4]</sup>等实际情况确定铰链的参数。根据(5)式列出同步辐射光束线中常用柔性铰链的转角刚度  $M_y/\alpha$  值, 如表1所示。

Table 1 Spring rate of a flexure hinge (unit: m. kg/rad)

	$t = 0.1\text{mm}$	$t = 0.15\text{mm}$	$t = 0.2\text{mm}$	$t = 0.25\text{mm}$	$t = 0.3\text{mm}$
$R = 1.0\text{mm}$	$2.236310^{-10}Eb$	$6.164310^{-10}Eb$	$1.265310^{-9}Eb$	$2.210310^{-9}Eb$	$3.487310^{-9}Eb$
$R = 1.5\text{mm}$	$1.826310^{-10}Eb$	$5.033310^{-10}Eb$	$1.033310^{-9}Eb$	$1.804310^{-9}Eb$	$2.847310^{-9}Eb$
$R = 2.0\text{mm}$	$1.581310^{-10}Eb$	$4.359310^{-10}Eb$	$8.945310^{-10}Eb$	$1.562310^{-9}Eb$	$2.466310^{-9}Eb$
$R = 2.5\text{mm}$	$1.414310^{-10}Eb$	$3.898310^{-10}Eb$	$8.001310^{-10}Eb$	$1.398310^{-9}Eb$	$2.205310^{-9}Eb$
$R = 3.0\text{mm}$	$1.291310^{-10}Eb$	$3.558310^{-10}Eb$	$7.303310^{-10}Eb$	$1.276310^{-9}Eb$	$2.103310^{-9}Eb$

柔性铰链在光束线的应用中, 对狭缝、角度(投角、摆角、滚角)的调节机构示意图如图5所示。对选定材料和宽度  $b$  的柔性铰链, 根据(5)、(10)式知, 其灵敏度和刚度主要由  $t$  决定。当材料为铍青铜( $E = 115\text{Gpa}$ ),  $F_x = 100\text{N}$ 、 $b = 50\text{mm}$ 、 $R = 3.0\text{mm}$ , 由(10)式作  $\delta_x$  与  $t$  之间的关系曲线, 如图6所示。由图可知, 当  $t = 0.3\text{mm}$  时,  $\delta_x < 0.5\mu\text{m}$ , 即当物体的质量  $10\text{kg}$  时, 柔性铰链的刚度是很好的。对图5所示的微调机构, 柔性铰链的调节敏感度由(5)式决定, 且(5)式可近似写作:

$$\alpha_y = \frac{9\pi L F \overline{R}}{2Ebt^{5/2}} \quad (15)$$

上式中  $F$  是微位移器作用在物体支撑座上的力。对(15)式两边对  $F$  微分得,

$$\Delta\alpha_y = \frac{9\pi L \overline{R}}{2Ebt^{5/2}} \Delta F \quad (16)$$

当柔性铰链的材料为铍青铜( $E = 115\text{Gpa}$ ), 当  $L = 50\text{mm}$ ,  $b = 50\text{mm}$ 、 $R = 3.0\text{mm}$ 、 $t = 0.3\text{mm}$  时, 由(16)式作  $\Delta\alpha_y$  与  $\Delta F$  之间关系曲线如图7所示。并由(16)知  $\Delta F/\Delta\alpha_y = 4.041$ 。按以上参数设计的柔性铰链对输入的力是非常敏感的。

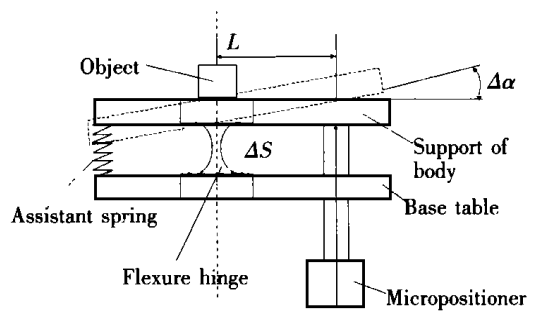


Fig. 5 Diagram of micro-adjustment

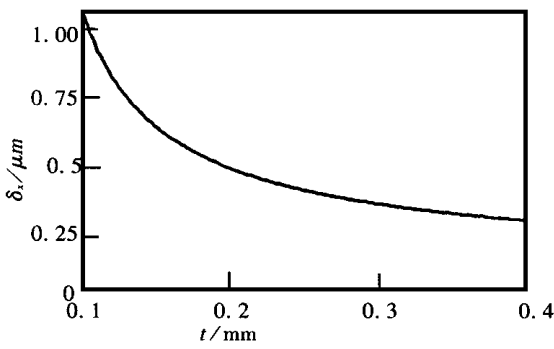


Fig. 6 Relation between  $\delta_x$  and  $t$

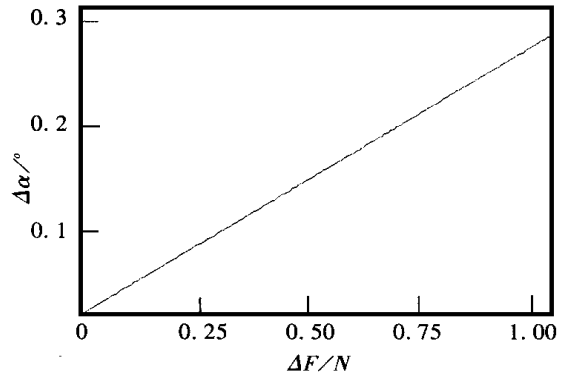


Fig. 7 Relation between  $\Delta\alpha$  and  $\Delta F$

用研究,经有限元软件包 ALGOR 分析是切实可行的,且成功地用在弧矢聚焦单色仪<sup>[2]</sup>的设计中。

## 5 结 束 语

本文给出了直圆柔性铰链的运动方程和应

### 参考文献:

- [1] 薛长发,李庆祥. 精密仪器设计[M]. 北京:清华大学出版,1991. 203- 210.
- [2] 傅 ,周仁魁,周泗忠. 弧矢聚焦双晶单色器性能的提高[J]. 光子学报,2000(4): 372- 375.
- [3] Sozontov E A, et al. The method of fabricating flat triangular germanium crystals for focusing optics of synchrotron X-radiation[J]. Nuclear instruments and methods in physics research. 1995, A359(1): 157- 159.
- [4] FREUND Andreas K, et al. Performances of various types of benders for sagittally focusing crystals on ESRF synchrotron beamlines[J]. Proc. SPIE. 1998, 3448:144- 155.

## Flexure hinge in beam line of synchrotron radiation

FU Xuan<sup>1</sup>, ZHOU Ren-kui<sup>1</sup>, ZHOU Si-zhong<sup>1</sup>, XIA Shao-jian<sup>2</sup>, GU O Zhi-Hi<sup>1</sup>

(1. Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Academia Sinica, Xi'an 710068, China;  
2. CSSRF, Shanghai 201800, China)

**Abstract:** The movement equations of right circular flexure hinge is derived, which are the angular deflections due to the torques and linear deflections due to the forces; the material selection of right circular flexure hinge in synchrotron radiation and the design for the parameters of the flexure hinge are analyzed; the adjustment frame of yaw, pitch and roll in monochromator of synchrotron radiation based on the right circular flexure hinge are introduced.

**Key words:** flexure hinge; monochromator; synchrotron radiation

作者简介:傅 (1972-),男,内蒙古乌兰察布盟人。1995年毕业于淮北煤炭师范学院,获学士学位;1998年毕业于西安光机所,获硕士学位。现在西安光机所读博士学位,主要从事弧矢聚焦单色仪的研究工作。