

文章编号 1004-924X(2001)06-0548-05

# 两足机器人步行运动参数对单足支撑期 ZMP 点影响的研究

吴立勤, 吴家麒, 柯显信  
(上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200072)

摘要: 在两足步行机器人的研究中, 一般将零力矩点(ZMP 点)的位置与支撑范围的关系作为判别其步行稳定性的依据。提出一种通用的方法, 来分析两足机器人的步行运动参数对 ZMP 点位置的影响, 并通过对机器人单足支撑期运动的计算机仿真, 试图得到步行运动参数的变化对稳定性影响的规律, 以期对机器人动态步行的稳定性设计提供实用的参考。

关键词: 两足步行机器人; 稳定性; 零力矩点; 步行运动参数  
中图分类号: TP242 文献标识码: A

## 1 引言

两足步行机器人在动态步行时, 零力矩点 ZMP(Zero Moment Point) 是否落在支撑范围决定了其步行的稳定性。两足机器人步态规划的目的, 就是选取合理的运动参数和结构参数<sup>[5]</sup>, 使 ZMP 点随时间变化的轨迹落在支撑范围之内。如果一旦出现选取的参数不满足稳定性要求的情况, 就需要研究人员重新设定各参数, 反复进行验证和比较, 直至理论上保证模型的步行稳定性为止。为了减少参数值选取的盲目性, 人们希望知道那些对稳定性影响比较显著的参数, 并希望了解这些参数值的合理取值范围。本文提出一种通用的分析方法, 并以一作平面直线步行的两足机器人为例, 对其单足支撑期的运动进行计算机仿真, 分析步行运动参数中的几个重要指标如单足支撑期时间、步长、单足支撑期内上身移动的距离等与步行稳定性之间的关系。

## 2 基本分析模型

若将 ZMP 点的轨迹表述为:  $r_{zmp} = f(a, b, t)$ , 其中,  $a$ —运动参数,  $b$ —结构参数,  $c = c(a, b, t^*)$  是各关节的运动和动力学变量, 如速度加速度等。在步态约束条件确定之后, 对于每一组

具体的  $a, b$  值, 都能得到  $r = r(t)$ , 即 ZMP 点轨迹关于时间  $t$  的变化曲线, 我们将此曲线上波峰与波谷之间的距离定义为使机器人步行稳定的最小支撑范围, 简称为最小稳定支撑范围, 记作  $\Delta r$ , 显然,  $\Delta r$  随着运动和结构参数的变化而变化, 则  $\Delta r$  是  $a, b$  的函数, 即  $\Delta r = g(a, b)$ 。

在下面的讨论中, 我们只分析机器人的前向运动情况, 如果将机器人的前向、侧向和转向三种运动看成是解耦的, 则本文研究的机器人模型只具有前向运动的六个自由度(如图 1 所示)。

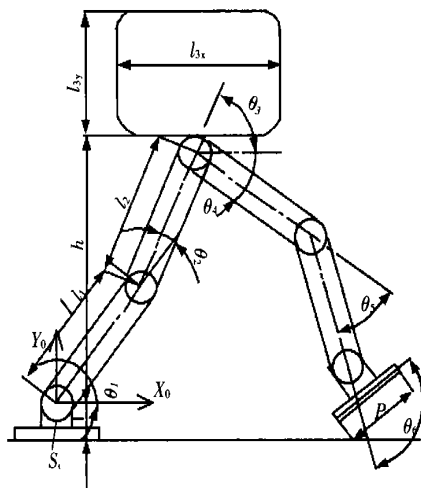


Fig. 1 Physical model of a biped walking robot with six degree of freedom.

在机器人的步行周期内, 由于单足支撑期比双足支撑期的支撑范围要小, ZMP 点越界的可能性比较大, 因此本文着重研究单足支撑期 ZMP 点的变化情况。

由于直接求解 ZMP 点的位置 ( $x_{zmp}, z_{zmp}$ ) 与各运动参数的解析关系  $\partial x_{zmp} / \partial a_i, \partial z_{zmp} / \partial a_i$  非常复杂, 特别当机器人自由度增多时, 采用解析法更为困难。因此, 本文采用数值分析方法。

### 3 步态规划

基坐标系  $\{S_0\}$  我们定义为: 原点位于支撑腿踝关节上,  $X_0$  轴正向指向机器人步行的前进方向,  $Y_0$  轴的正向竖直向上,  $Z_0$  轴为机器人旋转关节的中心轴。选取的约束条件如下:

为尽量减小足端与地面的冲击并防止在单足支撑期起始与终止时刻产生急动, 足端在始末时刻的速度与加速度应为零, 则足端轨迹应为:

$$\begin{cases} x_a = \frac{L}{T} [t - \frac{T}{2} \sin(\frac{2\pi}{T}t)] - \frac{L}{2} + l_{6a} \\ y_a = \frac{Hh}{2} [1 + \cos(\frac{2\pi x_a}{L})] - Sc \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $T_1$ —单足支撑时间,  $T_2$ —双足支撑时间,  $T - T = T_1 + T_2, L$ —步长,  $Hh$ —步高,  $l_{6a}$ —髌关节的初始位置,  $Sc$ —踝关节高度。

髌关节在单足支撑期始末时刻的速度应分别与双足支撑期末始时刻的速度相对应, 同时也考虑到防止急动, 则得到髌关节轨迹如下:

$$\begin{cases} A_m = [\frac{L}{2} - (1 + \frac{T_1}{T_2}) \cdot (\frac{L}{2} - L_3)] \cdot \frac{2\pi}{T_1^2} \\ x_3 = \frac{-A_m \cdot T_1^2}{4\pi^2} \cdot \sin(\frac{2\pi t}{T_1}) + (\frac{L}{2T_2} - \frac{L_3}{T_2} + A_m \cdot \frac{T_1}{2\pi})t + C_3, \\ y_3 = h \end{cases} \quad (2)$$

$L_3$ —髌关节在单足支撑期内移动的距离。

上身保持竖直, 即

$$\theta_3 = -\theta_1 - \theta_2 \quad (3)$$

迈步腿脚掌水平, 即

$$\theta_6 = -\theta_4 - \theta \quad (4)$$

髌关节和足端轨迹与关节变量的关系为:

$$\begin{cases} x_3 = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y_3 = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} x_a = l_4 \cos \theta_4 + l_5 \cos(\theta_4 + \theta_5) + x_3 + l_{6a} \\ y_a = l_4 \sin \theta_4 + l_5 \sin(\theta_4 + \theta_5) + y_3 - Sc \end{cases} \quad (6)$$

由上述方程和方程组 (1) ~ (6), 即可解出各关节变量相对于时间的函数:  $\theta_i = \theta_i(t)$  ( $i = 1 \sim 6$ )。并以此得到各关节变量的速度及加速度为:  $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_i(t); \ddot{\theta}_i = \ddot{\theta}_i(t)$ 。

### 4 ZMP 点坐标的求解

(1) 根据机器人系统的 D—H 规划, 若在第  $i$  个关节上建有与第  $i - 1$  个杆件固接的附体坐标系  $\{S_{i-1}\}$  (各坐标轴的选取原则可见文献 [1]), 则两相邻坐标系间  $\{S_i\}$  相对于  $\{S_{i-1}\}$  的位置变换矩阵  $A_i$  和旋转变换矩阵  $R_i$  分别为:

$$\begin{aligned} A_i &= {}^{i-1}A = T[R(z_{i-1}, \theta_i)] \times \\ &T[trans(z_{i-1}, d_i)] \times \\ &T[trans(x_{i-1}, a_i)] \times T[R(x_{i-1}, \alpha_i)] = \\ &\begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & \alpha_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ R_i &= {}^{i-1}R = {}^{i-1}R^T = \\ &\begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

其中,  $\theta_i$  为  $X_{i-1}$  和  $X_i$  轴之间的夹角,  $a_i$  为  $Z_{i-1}$  和  $Z_i$  轴之间的夹角,  $\alpha_i$  为第  $i$  个构件的长度,  $d_i$  为第  $i - 1$  和第  $i$  个构件之间的距离。

(2) 各坐标系原点和质心的速度、加速度的求解采用递推方法:

坐标系  $\{S_i\}$  的原点在  $\{S_i\}$  下的速度、加速度可由坐标系  $\{S_{i-1}\}$  的原点在  $\{S_{i-1}\}$  下的速度、加速度以及相对角速度  $\dot{\theta}_i$ 、角加速度  $\ddot{\theta}_i$  得到:

$$\begin{aligned} \dot{b}_i &= {}^{i-1}R({}^{i-1}\omega_{i-1} + \dot{\theta}_i \cdot k_{i-1}) \\ \dot{b}_i &= {}^{i-1}R[{}^{i-1}v_{i-1} + ({}^{i-1}\omega_{i-1} + \dot{\theta}_i \cdot {}^{i-1}k_{i-1}) \times {}^{i-1}r_{i-1, i}] \\ \dot{e}_i &= {}^{i-1}R[{}^{i-1}e_{i-1} + \ddot{\theta}_i k_{i-1} + \dot{\theta}_i ({}^{i-1}\omega_{i-1} \times k_{i-1})], \\ \dot{a}_i &= {}^{i-1}R[{}^{i-1}a_{i-1} + ({}^{i-1}e_{i-1} + \ddot{\theta}_i k_{i-1} + \dot{\theta}_i ({}^{i-1}\omega_{i-1} \times k_{i-1})) \times {}^{i-1}r_{i-1, i} + ({}^{i-1}\omega_{i-1} + \dot{\theta}_i k_{i-1}) \times (({}^{i-1}\omega_{i-1} + \dot{\theta}_i k_{i-1}) \times {}^{i-1}r_{i-1, i})] \end{aligned}$$

将坐标系  $\{S_i\}$  的原点在  $\{S_i\}$  下的速度和加速度转换为基坐标系  $\{S_0\}$  下的速度和加速度:

$${}^0\omega_i = {}^i_0R^i \omega_i, {}^0v_i = {}^i_0R^i v_i$$

$${}^0\xi_i = {}^i_0R^i \xi_i, {}^0a_i = {}^i_0R^i a_i$$

同理, 构件  $i$  的质心在基坐标系  $\{S_0\}$  下的速度和加速度为:

$${}^0v_{\dot{a}_i} = {}^i_0R^i v_{\dot{a}_i}, {}^0a_{\dot{a}_i} = {}^i_0R^i a_{\dot{a}_i}$$

(3) 由上述求得的速度和加速度, 即可得到 ZMP 点的坐标如下:

第  $i$  个构件所承受的力矢量:  $F_i = G_i + F_{i,j+1} + F_{i,i-1} + F_i^i$ ;

第  $i$  个构件所承受的力矩矢量:  $M_i = M_{i,i+1} + M_{i,i-1} + M_i^i$ ;

其中,  $G_i = -m_i(0, g, 0)^T$ ,  $M_i = -I_i^0 \xi_i$ ,  $F_i^i = -m_i^0 a_{\dot{a}_i}$ ,  $F_{i,i+1}$  和  $M_{i,i+1}$  分别为第  $i+1$  个构件对第  $i$  个构件的作用力和力矩,  $F_{i,i-1}$  和  $M_{i,i-1}$  分别为第  $i-1$  个构件施加给第  $i$  个构件的反作用力和力矩。

将其向基坐标系  $\{S_0\}$  的原点简化, 得到系统所受的总的力和力矩分别为:

$$F = \sum G_i + \sum F_i^i, M = \sum M_i^i + M_F$$

其中,  $M_F$  为附加力矩矢量:

$$M_F = \sum r_{ci} \times (F_i^i + G_i).$$

所以, ZMP 点的坐标可由以下方程组求得:

$$\begin{cases} M_x + F_y z_p = 0 \\ M_z - F_y x_p = 0 \end{cases}, \text{ 则有 } z_p = -\frac{M_x}{F_y}, x_p = \frac{M_z}{F_y}$$

由上述求解过程可知, ZMP 的轨迹函数可表述如下:  $r_{zmp} = f(a, b, t)$

其中,  $a$  —— 运动参数变量,  $b$  —— 结构参数变量,  $t$  —— 时间变量。

### 5 仿真分析

我们就下述各步行运动参数对 ZMP 点位置的影响作了数值分析, 这些参数是: 单足支撑内的步长  $L$ 、单足支撑期时间  $T_1$  及单足支撑期髌关节的移动距离  $L_3$ 。当各参数取一定值时, 我们可以得到一条 ZMP 点的轨迹随时间变化的曲线, 此曲线上波峰与波谷之间的距离即为如前所述的最小稳定支撑范围。当改变上述三个步行运动参数的取值时, 最小稳定支撑范围也要随着改变, 则由此得到最小稳定支撑范围随各步行运动参数变化的曲线如图 2~ 图 7 所示。

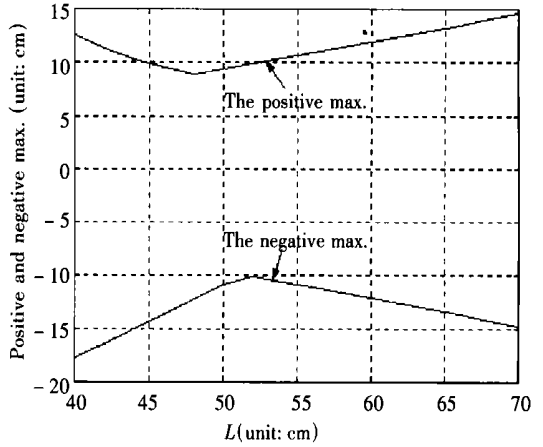


Fig. 2 Effect of  $L$  parameter on the positive and negative max. of the projection of ZMP  $i X_G$  coordinate.

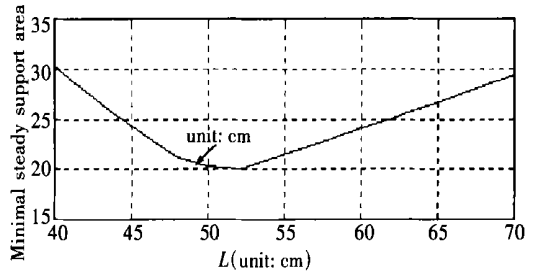


Fig. 3 Effect of  $L$  parameter on the minimal steady support area.

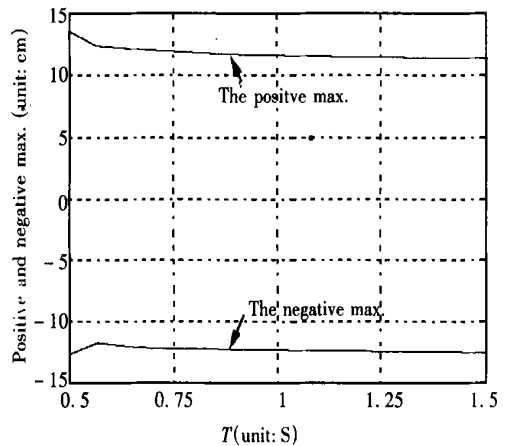


Fig. 4 Effect of  $T_1$  parameter on the positive and negative max. of the projection of ZMP  $i X_G$  coordinate.

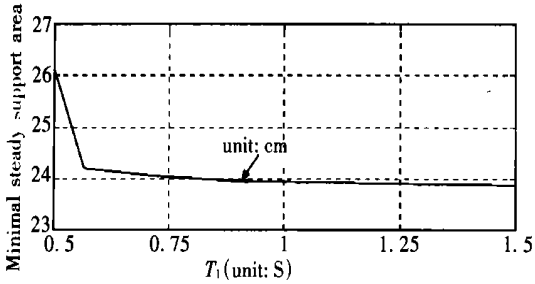


Fig. 5 Effect of  $L$  parameter on the minimal steady support area.

一般认为, 当单足支撑期步长增大时, 最小稳定支撑范围应随着增大, 但从图 2 和图 3 可以看出, 如果步行时间较短(图中结果由单足支撑时间  $T_1$  为 0.7s 得到), 随着步长的增大, 最小稳定支撑范围开始减小, 然后才增大, 在  $L$  约为 52cm 处, 会出现一个波谷。这说明, 当步行时间较短且步长取得过小时, 以减小步长而牺牲步行性能为代价并不能提高步行的稳定性。

从图 4 和图 5 我们可看出, 当单足支撑时间较长时(在图 2 中  $T_1 > 0.58s$  的范围内), 单足支撑的时间长短对最小稳定支撑范围并无太大的影响, 而当单足支撑时间较短时, 最小稳定支撑范围会随着单足支撑时间的减小而显著增加, 因此, 在我们考虑机器人的步行性能时, 不能只为达到步行快速的目的, 而将步行时间设计得过短, 这样只会欲速则不达, 使得机器人的稳定性大大降低。

图 6 和图 7 则说明当单足支撑内髌关节的移动距离过长时(如图 7 所示当  $L_3 > 25cm$  时), 最小稳定支撑范围会随着移动距离的增大而迅速增加, 也就是说为提高步行稳定性的目的, 应将髌关节在整个步行周期内移动的距离成比例的分配到单足支撑期和双足支撑期, 而不应全部都安排在单足支撑期内。

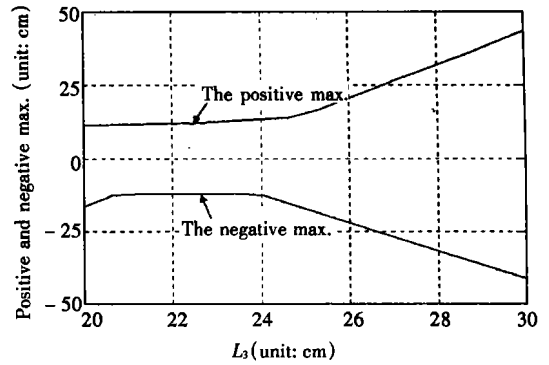


Fig. 6 Effect of  $L_3$  parameter on the positive and negative max. of the projection of ZMP  $i X_G$  coordinate.

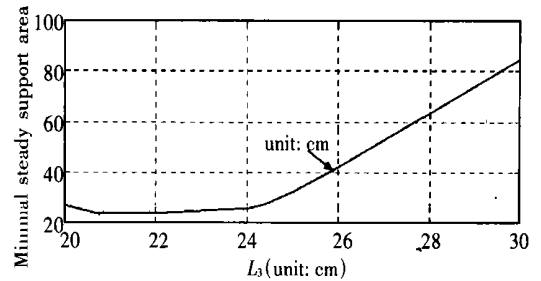


Fig. 7 Effect of  $L_3$  parameter on the minimal steady support area.

## 6 结 论

就我们所采用的模型和选取的参数, 在上述的仿真分析中可以得到一些有意义的结果, 如步长的变化会导致最小稳定支撑范围出现一个波谷, 单足支撑期时间对最小稳定支撑范围的影响会有一个从陡变到平缓的转折, 髌关节在一个步行周期内移动的距离应按比例分配等。了解这些波谷、转折、比例的取值对动态步行的稳定性设计是有实际意义的。

依据我们选取的机器人模型和参数, 我们得到了如上所述的结果。虽然上述结论是针对具体模型和参数取值而言的, 但即使条件发生变化, 只要用特定的步态规划代替上述步态规划, 用新的初始条件代替上面给定的初始条件, 仍可用同样的方法进行仿真分析。因此上述方法具有一定的通用性和灵活性。

## 参考文献:

- [1] 龚振邦, 汪勤恣, 等. 机器人机械设计[M]. 北京: 电子工业出版社, 1995.
- [2] Hirai Kazuo, et al. Humanoid robot and its application[A]. IARP First International Workshop on Humanoid and Human Friendly Robotics[C]. 1998, 10, 1-4.
- [3] 竺长安. 两足步行机器人系统分析、设计与运动控制[D]. 国防科技大学, 1993.

- [4] 李元宗, 王学信. 双足机器人动态步行稳定的判据[J]. 固体力学学报, 1992, 13(4): 17- 21
- [5] 赵永生, 杜永辉, 赵铁石, 等. 步行机动力学操作性的研究及机构参数的优化[J]. 光学 精密工程, 1998, 6(1): 75-80.

## Effect of Motion Parameters on the ZMP of Biped Walking Robot in the Single leg Support Phase

WU Li qin, WU Jia qi, KE Xian xin

(*School of Mechatronic and Automatic Control, Shanghai University, Shanghai 200072, China*)

**Abstract:** In the research on biped walking robots, the authors usually judge the walking stability from the relationship between the position of the ZMP and the support area. The paper provides a general method to analyze the effect of robot walking motion parameters on the position of ZMP, and also attempts to find a variational trend of the scope of the ZMP when walking motion parameters are changed by means of computer simulation. Our objective is to provide a useful reference to the stability design of robot dynamic walking. Finally, some experimental results are discussed.

**Key words:** biped walking robots; stability; zero moment points; motion parameters

作者简介: 吴立勤(1976-), 男, 湖北监利人, 现在上海大学精密仪器及机械系硕士研究生, 主要研究方向为计算机辅助工程和两足步行机器人。

吴家麒(1949-), 男, 上海市人, 上海大学精仪系副教授, 主要研究方向为计算机辅助工程。

柯显信(1973-), 男, 安徽庐江人, 上海大学精仪系博士研究生, 主要从事两足步行机器人的研究工作。E-

mail: freeman-wu@263.net