

多关节机械臂的坐标模型和参数标定

邹璇, 李德华

(华中科技大学图像识别与人工智能研究所

图像信息处理与智能控制教育部重点实验室, 湖北武汉 430074)

摘要: 对多关节机械臂式三维坐标采集系统中使用的空间坐标模型和参数标定方法进行了研究。首先提出了具有普适性的杆件单元模型, 并基于此建立了多关节机械臂式三维坐标测量机构的坐标模型。继而讨论了模型中各系统参数的标定问题, 在研究基于最小二乘法和迭代的标定方法之后提出了一种基于实数编码型遗传算法的标定方法, 它具有定标点数不受限制, 精度高等优点。实验结果证明这种标定方法有较好的实用性和鲁棒性。

关键词: 坐标测量; 多关节机械臂; 标定; 遗传算法

中图分类号: TP242.6 文献标识码: A

1 引言

多关节机械臂式三维坐标采集系统是应用传感器技术的接触式三维测量装置, 如图(1), 其特点在于操作方便、精度高、成本低廉且不受物体表面反射情况的影响。它通过安装在各关节及杆件内部的光电角度编码器获得各关节转角和杆件转角, 再结合机械臂的机械参数(各臂长, 关节厚度等), 应用坐标模型计算出被测点的三维坐标。因此空间坐标模型和参数标定直接关系到获取的三维数据的精度, 是整个坐标采集系统的关键。Denavit 和 Hartenberg^[1] 提出对两个相互连接且相互运动的杆件建立两个特殊坐标系以研究其相对运动, 并对简单的杆件构型推导了位姿矩阵。我们针对实际情况下的多关节机械臂构型提出了具有普适性的杆件单元模型, 并推导得到多关节机械臂的空间坐标模型。对于系统参数的标定问题我们提出了一种基于实数编码型遗传算法的标定方法, 克服了基于最小二乘法和迭代的标定方法的一些不足, 并具有不受定标点数限制和精度高的特点。使用计算机模拟的标定实验获得了良好的标定结果。

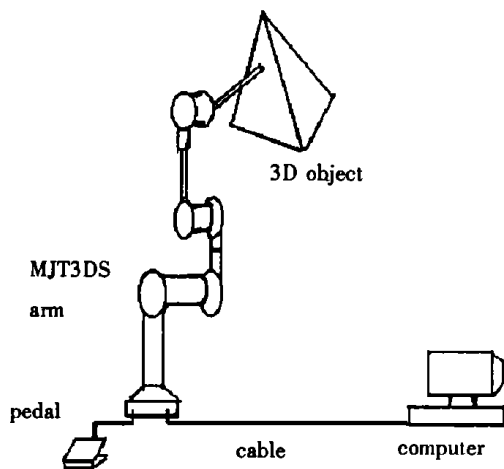


Fig. 1 Sketch map of MJT3DS system

2 多关节机械臂的坐标模型

Denavit 和 Hartenberg^[1] 提出对两个相互连接且相互运动的杆件建立两个特殊坐标系以研究其相对运动, 这个方法在空间机构学中有相当重要的地位。多关节坐标测量装置的坐标模型的建立多沿用 Denavit-Hartenberg 方法, 通过相邻两杆

件间的相对位姿描述(坐标变换矩阵)逐级推导出探针头相对于底座坐标系的位置矩阵^[2]。但是叶东等在[2]中仅讨论了两相邻杆件的中心线 L_{i-1} 和 L_i 都与连接这两个杆件的关节的轴线 M_i 垂直相交的情况,如图2。事实上由于加工的误差或者机械构型的原因,往往只能保证 L_{i-1} 和 L_i 都垂直于 M_i ,而不能保证它们分别与 M_i 相交。根据我们设计的机械构型, L_{i-1} 、 L_i 分别与 M_i 垂直但异面,而且各杆件可绕自己的中心线旋转,以满足方便测量任意空间点的需要。这样建立的模型对于多关节臂来说更具普适性。

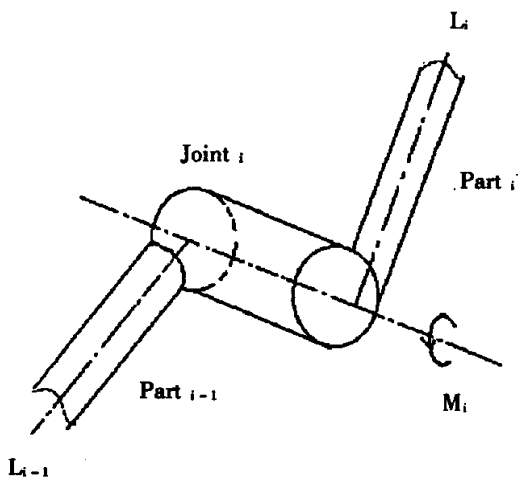


Fig. 2. The pair discussed by Ye Dong^[2]

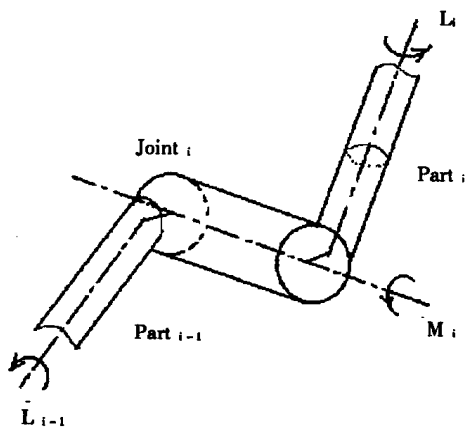


Fig. 3 A more generalized pair unit

如图3和图4,可绕自身中心线旋转的杆件 i 与 $i-1$ 通过关节 i 相连,它们的中心线 L_{i-1} 和 L_i 都与关节 i 的轴线 M_i 垂直但异面,公垂线段长度分别为 r_i 和 s_i , 关节 i 厚度 d_i , 关节转角 θ_i , 杆件 i 长度为 a_i , 绕 L_i 有转角 α_i 。我们如下定义杆件单元坐

标系: 杆件 $i-1$ 的坐标系原点在 $L_{i-1}M_i$ 的公垂线段与 L_{i-1} 的交点 O_{i-1} 处, X_{i-1} 的方向与 L_{i-1} 一致, Z_{i-1} 的方向与 M_i 一致, Y_{i-1} 的方向与 X_{i-1} 、 Z_{i-1} 满足右手螺旋法则,也即与 L_{i-1} 、 M_i 的公垂线段方向一致。杆件 i 的坐标系 $\{O_i - X_i Y_i Z_i\}$ 定义类似于杆件 $i-1$ 坐标系。注意: Z_i 方向与关节 $i+1$ 的轴线 M_{i+1} 方向一致,而与关节 i 的轴线 M_i 之间有夹角 α_i 。我们定义从 O_{i-1} 到 O_i 为一个杆件元。这样每个单元中包括绕关节 i 的旋转和绕 L_i 的旋转共两个自由度。

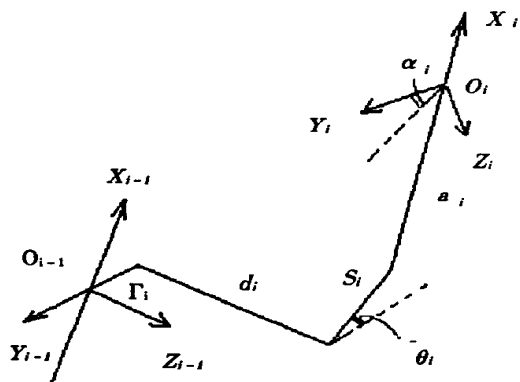


Fig. 4. Coordinate frames for the pair unit

在这个杆件单元坐标系中,可以根据坐标系的旋转和平移来实现从杆件 $i-1$ 坐标系 $\{O_{i-1} - X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}\}$ 到杆件 i 坐标系 $\{O_i - X_i Y_i Z_i\}$ 的变换:沿 Y_{i-1} 的负方向平移 r_i , 沿 Z_{i-1} 平移 d_i , 沿 Y_{i-1} 的负方向平移 s_i , 绕 Z_{i-1} 逆时针旋转 θ_i , 沿 X_{i-1} 平移 a_i , 最后绕 X_{i-1} 逆时针旋转 α_i 。用齐次变换矩阵表达为:

$$T_{i-1, i} = \text{Trans}(0, -r_i, 0) \text{Trans}(0, 0, -d_i) \text{Trans}(0, -s_i, 0) \text{Rot}(Z_{i-1}, \theta_i) \text{Trans}(a_i, 0, 0) \text{Rot}(X_{i-1}, \alpha_i)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i + s_i \sin\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i - s_i \cos\theta_i - r_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

设基座坐标系 $O - XYZ$ 到杆件 0 坐标系 $\{O_0 - X_0 Y_0 Z_0\}$ 的变换矩阵为 T_0 , 整个机械臂共有 m 个杆件单元, 则探针头在基座坐标系下的齐次坐标 P' 可表示为:

$$P' = T_0 T_{01} T_{12} \dots T_{m-1, m} P'_m$$

其中 P'_m 为探针头在坐标系 $O_m - X_m Y_m Z_m$ 里的齐次坐标 $(0, 0, 0, 1)$ 。

在我们的多关节机械臂三维坐标采集系统中包括如上定义的两个杆件单元且有 $\alpha_3 = 0$ 。根据

前面的定义建立的多关节机械臂坐标系图如图 5。基座坐标系 $O-XYZ$ 定义为以关节 0 的轴线为 Z 轴(垂直向上), 其与基座底面的交点为坐标原点 O , Y 轴平行于桌面向右。基座坐标系到杆件 0 坐标系的变换为沿 Z 轴逆时针旋转 θ_0 , 沿 X 轴负方向平移 r_0 , 沿 Z 轴平移, 然后 Z 轴与 X 轴对换, Y 轴沿平面 ZOX 镜像。变换矩阵 T_0 为:

$$T_0 = \begin{pmatrix} 0 & \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & -r_0 \cos \theta_0 \\ 0 & -\cos \theta_0 & \sin \theta_0 & -r_0 \sin \theta_0 \\ 1 & 0 & 0 & a_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

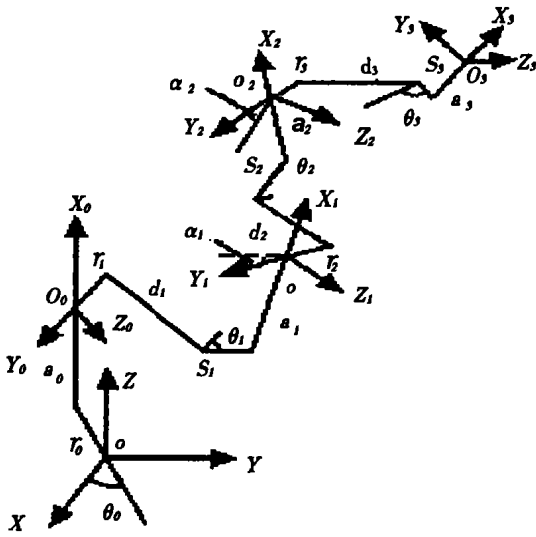


Fig. 5 Coordinate frames for MJT3DS

探针头在基座坐标系下的齐次坐标 P' 可表示为:

$$P' = T_0 T_{01} T_{12} T_{23} P'_3 \quad (1)$$

其中 P'_3 为探针头在坐标系 $O_3-X_3Y_3Z_3$ 里的齐次坐标 $(0, 0, 0, 1)$ 。由上式可得探针头在基座坐

标系下的坐标 P , 并可将其表示为:

$$P = F(d, a, r, s, \theta, \alpha) \quad (2)$$

其中 $d, a, r, s, \theta, \alpha$ 分别为各关节的相应参数组成的矢量。

3 系统参数的标定

上面提到的参数包括杆件本身的结构参数 $\{d_i\}, \{a_i\}, \{r_i\}, \{s_i\}$ 和关节转角 $\{\theta_i\}$, 杆件的扭角 $\{\alpha_i\}$ 。对于结构参数, 事先在设计中已经有一个给定值, 但是由于加工的原因有误差。对于角度参数 $\{\theta_i\}$ 和 $\{\alpha_i\}$ 可以分为固定的角度零位偏差 (即在初始位置时与理论上要求的角度零位的偏差) $\{\theta'_{i0}\}, \{\alpha'_{i0}\}$ 和由角度传感器报告的角度 $\{\theta_i\}, \{\alpha_i\}$ 两部分。杆件的结构参数和角度零位偏差都属于固定的系统参数, 必须对它们用专门的方法进行标定, 以获得尽可能准确的系统参数值。

3.1 基于最小二乘法 and 迭代的标定方法

叶东等在文献[3]中提出了基于最小二乘法和迭代的标定方法。假设上述各参数误差足够小, 可以对坐标公式(2)全微分得到误差方程:

$$\Delta P \approx \frac{\partial F}{\partial d} \Delta d +$$

$$\frac{\partial F}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial F}{\partial s} \Delta s + \frac{\partial F}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial F}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial F}{\partial \alpha} \Delta \alpha$$

用矩阵表示为:

$$\Delta P = L_\delta \Delta \delta \quad (3)$$

其中坐标误差向量 $\Delta P = (\Delta P_x, \Delta P_y, \Delta P_z)^T$,

参数误差向量 $\Delta \delta = (\Delta d_0, \dots, \Delta d_3, \Delta r_0, \dots, \Delta r_3, \Delta s_0, \dots, \Delta s_3, \Delta a_0, \dots, \Delta a_3, \Delta \theta'_0, \dots, \Delta \theta'_3, \Delta \alpha'_0, \dots, \Delta \alpha'_3)^T$

偏导系数矩阵

$$L_\delta =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial d_0} & \dots & \frac{\partial F_x}{\partial d_3} \frac{\partial F_x}{\partial r_0} & \dots & \frac{\partial F_x}{\partial r_3} \frac{\partial F_x}{\partial s_0} & \dots & \frac{\partial F_x}{\partial s_3} \frac{\partial F_x}{\partial a_0} & \dots & \frac{\partial F_x}{\partial a_3} \frac{\partial F_x}{\partial \theta'_0} & \dots & \frac{\partial F_x}{\partial \theta'_3} \frac{\partial F_x}{\partial \alpha'_0} & \dots & \frac{\partial F_x}{\partial \alpha'_3} \\ \frac{\partial F_y}{\partial d_0} & \dots & \frac{\partial F_y}{\partial d_3} \frac{\partial F_y}{\partial r_0} & \dots & \frac{\partial F_y}{\partial r_3} \frac{\partial F_y}{\partial s_0} & \dots & \frac{\partial F_y}{\partial s_3} \frac{\partial F_y}{\partial a_0} & \dots & \frac{\partial F_y}{\partial a_3} \frac{\partial F_y}{\partial \theta'_0} & \dots & \frac{\partial F_y}{\partial \theta'_3} \frac{\partial F_y}{\partial \alpha'_0} & \dots & \frac{\partial F_y}{\partial \alpha'_3} \\ \frac{\partial F_z}{\partial d_0} & \dots & \frac{\partial F_z}{\partial d_3} \frac{\partial F_z}{\partial r_0} & \dots & \frac{\partial F_z}{\partial r_3} \frac{\partial F_z}{\partial s_0} & \dots & \frac{\partial F_z}{\partial s_3} \frac{\partial F_z}{\partial a_0} & \dots & \frac{\partial F_z}{\partial a_3} \frac{\partial F_z}{\partial \theta'_0} & \dots & \frac{\partial F_z}{\partial \theta'_3} \frac{\partial F_z}{\partial \alpha'_0} & \dots & \frac{\partial F_z}{\partial \alpha'_3} \end{pmatrix}$$

通过高精度的坐标测量装置可以获取 $m(m > 8)$ 个定标点的实际坐标 $\{P_A^{(i)}\}_{i=1, \dots, m}$, 同时根据已知的各参数值由坐标公式(2)得出坐标理论值

$\{P^{(i)}\}_{i=1, \dots, m}$ 和各偏导系数矩阵 $\{L_\delta^{(i)}\}_{i=1, \dots, m}$, 进一步由 $\Delta P^{(i)} = P_A^{(i)} - P^{(i)}$ 得到坐标误差向量 $\{\Delta P^{(i)}\}_{i=1, \dots, m}$ 。这样共可以得到 $3m$ 个误差方

程,用矩阵表示为:

$$\Delta Q = L \Delta \delta \quad (4)$$

其中 $\Delta Q = (\Delta P^{(1)}, \dots, \Delta P^{(m)})^T$, $L = (L_{\delta}^{(1)}, \dots, L_{\delta}^{(m)})^T$

根据(4)式由最小二乘法可得

$$\Delta \delta = (L^T L)^{-1} L^T \Delta Q \quad (5)$$

根据(5)式计算出 $\Delta \delta$ 之后对参数向量 δ 用 $\Delta \delta$ 修正,计算出新一轮的坐标理论值,偏导系数,和坐标误差向量。如果坐标误差达到要求则结束;未达到要求则继续修正 δ ,进一步迭代,直到满足要求为止。这时得到的修正后的值即标定的参数。

3.2 基于遗传算法的标定方法

基于最小二乘法和迭代修正的参数标定方法最大的问题是使用 m 个定标点对于 N 个参数标定时每一次迭代需要求取 $3m \times N$ 的偏导矩阵,并对 $N \times N$ 阶的矩阵求逆。在我们的坐标模型中参数有 24 个,在求偏导矩阵和求逆时实际上有不小的运算量,而且以上过程中都将引入较大的计算误差。对此我们提出了一种基于遗传算法的参数标定方法。参数标定问题实际上是求取使坐标计算值与真实值误差最小的参数值,是以误差为目标函数的优化问题。使用遗传算法来解决这个问题时通过全局搜索避免偏导矩阵的求取和高阶矩阵的求逆,这样可以避免较大的计算误差以获得较高的精度。而且这种方法对于定标点的个数没有限制。

为了克服二进制遗传算法由于参数量化成二进制基因时带来的量化误差,我们采用了用实数编码表示的基因。在本方法中我们将待标定的参数事先给定变化范围,然后将参数量化映射到这个给定的范围中的一个浮点数。整个参数向量联合编码为一个染色体个体,染色体的各基因分别对应一个参数。染色体的目标函数定义为各定标点上标定误差的标准差 E :

$$E = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \|P_A^{(i)} - P^{(i)}\|^2}$$
, 其中 m 为定标点个数。

适应值函数定义为: $F = 1/E$ 。

参数标定算法流程如下:

1) 初始化种群,种群代数序号 $t = 0$ 。在各参数变化范围内随机生成 n 个不同的染色体个体 $\{Individual[i, 0]\}_{i=1 \dots n}$ 组成的第一代种群 $Popu[0]$;

2) 将本代种群 $popu[t]$ 中的各染色体个体

$\{Individual[i, t]\}_{i=1 \dots n}$ 按照各自的适应值 $F(Individual[i, t])$ 排序;

3) 根据“轮盘赌模型”在本代种群中选择出 n 个个体,即每个个体被选中的概率为 $P_i = F(Individual[i, t]) / \sum_{j=1, \dots, n} F(Individual[j, t])$; 按交叉概率 P_c 对每两个选出的个体从某一随机位置后的各基因进行交叉操作,得到 n 个新个体 $\{Individual'[i, t]\}_{i=1 \dots n}$ 。对基因 X 和 Y 的交叉操作定义为: $X' = rX + (1-r)Y$, $Y' = (1-r)X + rY$; 其中 r 为随机数, X' , Y' 为产生的新基因。

4) 按突变概率 P_m 对交叉后的种群个体 $\{Individual'[i, t]\}_{i=1 \dots n}$ 中各基因进行突变操作,得到 n 个新个体 $\{Individual''[i, t]\}_{i=1 \dots n}$ 。对基因 X 的变异操作定义为: $X' = r$, 其中 r 为随机数, X' 为产生的新基因;

5) 对得到的所有新个体 $\{Individual''[i, t]\}_{i=1 \dots n}$ 按适应值 $F(Individual''[i, t])$ 排序,保留适应值大的一半与上代种群个体 $\{Individual[i, t]\}_{i=1 \dots n}$ 中适应值大的一半组成新一代种群 $Popu[t+1]$;

6) 种群中出现低于目标函数阈值 ε 的个体或达到预定的进化代数 T_{max} 则停止,适应值最大的个体对应的参数值为参数标定值。否则 $t = t + 1$ 返回第 2 步。

4 实验结果

我们对于(2)式表达的坐标模型使用上述的遗传算法进行了模拟标定实验。种群个数 n 为 100,交叉操作以各参数对应的浮点数为单位进行。交叉概率 P_c 取 0.6; 突变概率 P_m 取 0.03。在实验中使用了两组定标点坐标数据,每组 10 个定标点。第一组实验使用 10 组无误差的参数值直接根据坐标公式计算出的坐标值,目标函数门限 ε 为 0.02; 第二组实验使用对于上面的坐标值加上随机扰动(扰动范围为 $[-0.5, 0.5]$) 之后的坐标数据,以模拟定标时的随机误差。从表 1 可以看到在第一组实验中在进化到 22529 代的时候算法收敛于目标函数阈值 0.02; 而第二组实验中在 20000 代之后每 10000 代最佳个体目标函数值 E_{min} 已经变化不大 (< 0.001), 算法已经收敛。尤其是在定标点数据随机误差范围达到 $[-0.5, 0.5]$ 的时候仍然可以得到不超过 0.35 的定标误差标准差,说明算法具有较好的鲁棒性。

Table 1 Simulation result of calibration algorithm

	Condition for Termination	Evolution Generation t	Minimum of $E(\text{Individual}[i, t]) E_{\min}$
Group 1: Coordinates of control points (without random disturbance)	Reach generation	2000	0.095878
	limit T_{\max}	10000	0.061898
		20000	0.021427
		Reach threshold of $E(\text{Individual}[i, t]: \epsilon)$	22529
Group 2: Coordinates of control points (with random disturbance, ranging from (-0.5, 0.5))		2000	0.355370
	Reach generation	10000	0.342625
		20000	0.341313
		30000	0.341106
		40000	0.341029

5 结 论

我们沿用 Denavit-Hartenberg 方法对多关节机械臂的测头坐标进行分析, 并提出了适合于多关节机械臂的普适性杆单元模型。基于此模型可

以更加方便和准确地推导得到多关节机械臂式三维坐标测量机构的坐标模型。基于实数编码型遗传算法的参数标定方法具有不限制定标点个数和精度高的特点, 实验证明它具有较好的实用性和鲁棒性。

参考文献:

- [1] Denavit J, Hartenberg R. A kinematic notation for lower pair mechanism based on matrices[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1955, 22(6): 215- 221.
- [2] 叶东, 黄庆成, 车仁生. 多关节坐标测量机的误差模型[J]. 光学 精密工程, 1999, 7(2): 91- 96.
- [3] 叶东, 黄庆成, 车仁生. 六自由度关节式坐标测量机关节零位偏差的标定算法[J]. 工具技术, 1999, 33: 34- 36.
- [4] 周明, 孙淑栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

Coordinate model and calibration algorithm of multi joint arm

ZOU Xuan, LI De-hua

(State Education Commission Key Laboratory for Image Processing and Intelligent Control, Institute of Pattern Recognition and Artificial Intelligence Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074; China)

Abstract: The focus of the paper is on the coordinate model and calibration of multi-joint type CMM. Beginning with a generalized model of a pair unit, by which the coordinate model of a Multi-Joint Type 3D Scanner (MJT3DS) system can be easily deduced. The paper presents a new approach to the calibration of parameters in the model. Based on the real-valued genetic algorithm, the calibration algorithm is superior in many respects to the linear algorithm applying least square and iterative algorithm. The feasibility and robustness of this algorithm have been proved by computer simulation.

Key words: coordinate measurement; multi joint arms; calibration; genetic algorithm

作者简介: 邹璇(1979-), 男, 江西临川人, 硕士研究生, 从事人工智能、计算机视觉、图像处理、三维信息获取与处理方面的研究。

李德华, (1946-), 男, 广东丰顺人, 教授, 博导, 华中科技大学图像所人工智能实验室主任, 国家基础研究“攀登计划”认知科学专家委员会委员。长期从事人工智能和思维科学, 三维信息获取与处理方面的研究, 发表论文 80 余篇。