

文章编号 1004-924X(2001)04-0344-04

# MATLAB 偏微分工具箱在 激光辐照探测器材料温升中的应用

王世勇, 付有余, 郭 劲

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130022)

**摘要:** 激光与物质的热作用是激光与物质作用的主要作用机制之一, 激光辐照下探测器中半导体材料的温升对探测器性能具有很大影响。本文以碲镉汞探测器为例, 建立了碲镉汞探测器在激光辐照下的非稳态热数学模型, 利用 MATLAB 偏微分方程工具箱, 采用有限元法, 对探测器的温升进行了计算, 实践证明该方法解决此类问题是简便而有效的。

**关键词:** 偏微分方程; 有限元; 强激光; 激光辐照; 半导体材料

**中图分类号:** TN977 **文献标识码:** A

## 1 引 言

光电探测器是光电系统中实现光电转换的核心部件, 是仪器的“眼睛”; 随着光电技术的迅猛发展, 各种光电探测器在军事装备与武器系统中得到了广泛的应用。但正是由于光电探测器具有极高的探测灵敏度, 极易受到损伤, 使其成为激光武器的首要攻击目标。光电探测器受激光辐照后, 在材料上形成随时间和空间变化的温度分布, 导致探测器内的半导体材料升温, 使探测器失效。

计算探测器中温度分布有数值法和解析法。由于激光与材料相互作用是一个复杂的物理过程, 采用解析法求解热传导温度方程, 找出温度场分布的解析解将会变得非常困难。数值方法中广泛采用有限差分法, 但是该方法灵活性差, 边界条件变化需修改整个程序。而采用有限元法, 可以任意布置节点和网格, 给复杂区域和复杂边界问题的求解带来极大的灵活性<sup>[1]</sup>。MATLAB 提供的

偏微分方程工具箱就具有采用有限元法求解温度场分布的能力。

## 2 探测器温升数学模型

考虑激光与凝聚态靶面相互作用时, 激光辐照半导体材料, 半导体材料吸收的激光能量转化为热的分布。对于碲镉汞探测器辐照面积  $1\text{mm}^2$ , 熔点为  $993\text{K}$ , 探测器结构如图 1 所示, 由碲镉汞材料、胶层、基底构成。

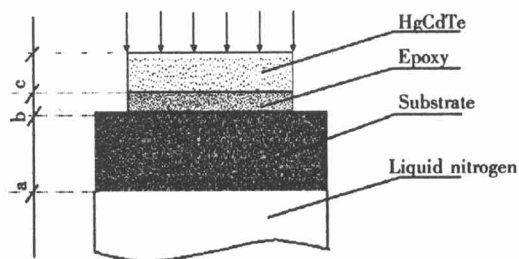


Fig. 1 Cross-sectional illustration of a typical HgCdTe

收稿日期: 2001-03-02; 修订日期: 2001-04-23

基金项目: 长春光机所创新工程资助项目

计算中所用具体参数如表 1 所示

Table 1 Parametric values appearing in the thermal model

Material	Density $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Coeff. of		
		Heat Capacity $C_p$ (J/kg·K)	Heat Conduction $k$ (W/m·K)	Length $z$ (mm)
HgCdTe <sup>[4]</sup>	$7.6 \times 10^3$	150	20	$c = 0.5$
EPOXY <sup>[4]</sup>	$1.25 \times 10^3$	$1.53 \times 10^3$	0.2	$b = 0.2$
Cu <sup>[4]</sup>	$8.89 \times 10^3$	385	386	$a = 2^{[6]}$

根据热传导理论,考虑具有内热源和瞬态温度场的导热微分方程

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_v}{k} \right) \quad (2a)$$

对于平面问题可简化为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_v}{k} \right) \quad (2b)$$

设在作用时间内,作用于材料表面激光功率密度恒定不变,空间分布均匀,边界条件与初始条件为

$$\begin{aligned} -k \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} &= (1-R)P_m(t) \\ T(z,t) \Big|_{z=\infty} &= 77 \\ T(z,t) \Big|_{t=0} &= 77 \end{aligned} \quad (2c)$$

式中  $R$  为材料的反射系数,  $T$  为物体的瞬态温度;  $t$  为过程进行的时间;  $k$  为材料的热导系数;  $\rho$  为材料的密度;  $c_p$  为材料的定压比热;  $q_v$  为材料的内热源

### 3 微分方程工具箱简介

偏微分方程只有在一些特殊情况下才能求得定解问题的精确解,工程实践中大量的偏微分方程问题需要解决,此时必须借助数值方法或近似方法求得此问题的数值解。对于偏微分方程, MATLAB 的偏微分方程(PDE)工具箱提供了便利而灵巧的解决方法。利用该工具箱可求出其数值近似解并将结果可视化。对于偏微分方程首先需要描述几何体并在其上划分网格,而且需要将偏微分方程在网格上进行离散并求其解的离散近似。利用偏微分方程工具箱的图形用户界面很容易用图形工具描述复杂的区域并生成三角网格。偏微分方程工具箱的内核是一个利用有限元法解决在平面上定义了边界域的偏微分方程求解器。该工具箱可以求解线性的椭圆型、双曲型、及抛物

线性偏微分方程,还可以求解本征型方程和简单的非线性偏微分方程。

### 4 探测器温升计算

温度场的有限单元法可从微分方程出发用加权余量法求得。对于平面非稳态有内热源温度场的微分方程;取试探函数<sup>[2-3]</sup>

$$\bar{T}(x, z, t) = \bar{T}(x, z, t, T_1, T_2, \dots, T_n)$$

式中  $T_1, T_2, \dots, T_n$  为待定系数,暂不考虑边界条件,根据加权余量法的概念,参考(2b)式,可得

$$\iint_D W_l \cdot$$

$$\left[ k \left( \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} \right) + q_v - \rho c \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \right) \right] dx dz = 0$$

$l = 1, 2, \dots, n$ ;  $D$  为温度场定义域,  $W_l$  为加权函数根据迦辽金法对加权函数的定义,  $W_l = \frac{\partial \bar{T}}{\partial T_l}$  ( $l = 1, 2, \dots, n$ ), 根据格林公式将区域内的面积分与边界上的线积分联系起来,可得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^D}{\partial T_l} &= \iint_D \left[ k \left( \frac{\partial W_l}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial W_l}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \right. \\ &\left. q_v W_l + \rho c W_l \frac{\partial T}{\partial t} \right] dx dz - \oint_r k W_l \frac{\partial T}{\partial n} ds = 0 \\ & \quad l = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

将边界条件代入,即可使上式满足边界条件。对激光照射表面满足第二类边界条件,将式

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = q_2 \text{ 代入可得}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^D}{\partial T_l} &= \iint_D \left[ k \left( \frac{\partial W_l}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial W_l}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \right. \\ &\left. q_v W_l + \rho c W_l \frac{\partial T}{\partial t} \right] dx dz - \oint_r q_2 W_l ds = 0 \\ & \quad l = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

插值函数又称为式样函数或分段函数;对三角单元,一般设单元上的温度是坐标的线性函数。

$$T = a_1 + a_2 x + a_3 z$$

$a_1, a_2, a_3$  为待定常数,由节点上的温度值确定

线性代数方程组的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_m & z_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & a_j & a_m \\ b_i & b_j & b_m \\ c_i & c_j & c_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \end{bmatrix}$$

式中  $\Delta$  是三角单元面积, 且

$$a_i = x_j z_m - x_m z_j \quad b_i = z_j - z_m \quad c_i = x_m - x_j$$

$$a_j = x_m z_i - x_i z_m \quad b_j = z_m - z_i \quad c_j = x_i - x_m$$

$$a_m = x_i z_j - x_j z_i \quad b_m = z_i - z_j \quad c_m = x_j - x_i$$

得到温度插值公式

$$T = \frac{1}{2\Delta} [(a_i + b_i x + c_i z) T_i$$

$$+ (a_j + b_j x + c_j z) T_j + (a_m + b_m x + c_m z) T_m]$$

对于边界节点  $j_m$ , 两点温度分别为  $T_j$  和  $T_m$ , 在直线  $j_m$  上任一点温度  $T$  在  $T_j$  与  $T_m$  之间线性变化, 可构造插值函数

$$T = (1 - g) T_j + g T_m$$

式中,  $0 \leq g \leq 1$ ;  $g = 0$  对应节点  $j$ ,  $g = 1$  对应节点  $m$ 。

通过离散处理, 将求解区域划分成一个个小单元, 分别在每个单元上采用加权余量法, 使计算在每个单元网格中进行, 最后得到:

$$[K][T]_t + [N][\partial T / \partial t]_t = [P]_t$$

式中, 系数矩阵  $[K]$  称为温度刚度矩阵,  $[N]$  称为非稳态变温矩阵,  $[T]$  为未知温度列向量,  $[P]$  等式右端组成的列向量, 下标  $t$  表示列向量都取同一时刻。通过求解方程组, 得到各节点上的温度值。

对于非稳态传热问题, 当采用向后差分格式时, 可写为

$$\left( [K] + \frac{[N]}{\Delta t} \right) [T]_t = [P]_t + \frac{[N]}{\Delta t} [T]_{t-\Delta t}$$

该式即为有限单元法计算瞬态温度场的基本方程,  $\Delta t$  为适当取用的时间步长,  $[T]_{t-\Delta t}$  为初始温度场或前一刻的温度场, 由这些已知条件即可求出  $t$  时刻的温度场  $[T]_t$ 。

利用偏微分方程工具箱计算了碲镉汞探测器在  $1445 \text{ W/cm}^2$  激光功率密度辐照  $1 \text{ ms}$  且探测器表面吸收系数为  $0.69$  情况下, 碲镉汞探测器的温升, 温升分布如图 2 所示。图 2 表明, 在探测器初

始温度  $77 \text{ K}$  的情况下, 探测器受激光辐照, 碲镉汞表面温升最高达到  $150 \text{ K}$ , 由于胶层的热传导系数较小, 使碲镉汞材料受激光辐照吸收的热量不能迅速通过胶层传导至基底。

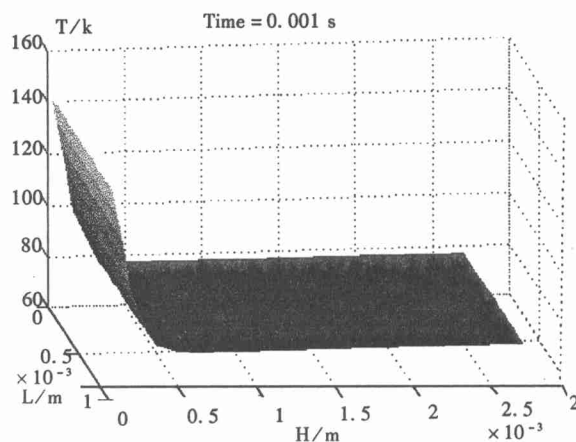


Fig. 2 HgCdTe detector temperature distribution with CW laser radiation

## 5 结论与讨论

(1) 采用 MATLAB 偏微分方程工具箱可方便快速的解决探测器材料在激光辐照下的温升分布问题。

(2) 通过与外国文献材料[5]的比较, 验证了采用 MATLAB 偏微分方程工具箱解决此类问题是正确和有效的。

(3) 从计算中可知探测器的温度在胶层处下降得最严重, 胶层是探测器表面温度不能迅速散热的最主要原因。

(4) 激光对探测器的作用中, 热作用占有重要的地位; 在作用时间内探测器材料温升至材料熔点, 探测器材料将发生相变而使探测器不能正常工作; 通过计算得到了  $5 \text{ kW}$  连续式  $\text{CO}_2$  激光经过各种衰减后, 在远场探测器靶面处功率密度为  $1445 \text{ W/cm}^2$  时探测器靶面的温升; 得到了在这种条件下, 激光对该远场探测器不会造成损伤的结论。

### 参考文献:

- [1] 陈恩涛, 卢铿, 等. 空间传感器 CCD 组件热设计[J]. 光学精密工程. 2000, 8(6): 523.
- [2] 孔祥谦. 有限单元法在传热学中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [3] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.

- [4] 蒋志平,等. 激光辐照 InSb(PV)型探测器的温升计算[J]. 强激光与粒子束. 1990,2(2):247-251.
- [5] Bartoli F J, Esterowitz L, Kruer M R, et al. Thermal recovery processes in laser irradiated HgCdTe(PC) detectors[J]. Appl. Opt., 1975, 10(14):2502.
- [6] Bartoli F. A. Generalized thermal model for laser damage in infrared detectors[J]. J. Appl. Phys., 1976, 47(7):2878.

## Applications of partial-differential equation toolbox of Matlab in thermal distribution of detector irradiation with high energy laser

WANG Shi-yong, FU You-yu, GUO Jin

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022, China)

**Abstract:** The paper describes a mathematical model of HgCdTe (PC) detectors irradiated with laser, and also introduces a method of thermal distribution using partial - differential equation toolbox of Matlab. In practice, it shows that this method is handy and effective in solving this kind of problem .

**Key words:** partial-differential equations; finite-element methods; high - power laser detectors; laser irradiation; semiconductor materials

**作者简介:**王世勇(1972-),男,吉林省长春市人,1999年获中科院长春光机所机械制造及自动化专业硕士学位,现为中科院长春光机所博士研究生,主要从事光电对抗方面的实验研究工作。

## 中国光学与应用光学文摘

《中国光学与应用光学文摘》(双月刊)是由中科院文献情报中心、中科院光学情报网和中科院长春光学精密机械与物理研究所联合主办,经国家科委批准的国家一级检索期刊。该刊主要收集我国科研人员在国内外期刊中发表的有关光学、光电子学以及光学在各领域的应用等方面的论文,国内召开的有关会议论文和国内有关单位的学位论文。该刊1985年创刊,现全部以文摘形式报道国内光学领域的最新研究成果与进展。每期报道文献750篇。

2001年《中国光学与应用光学文摘》仍通过邮局发行,邮发代号:12-140,定价9.00元/期,订阅本刊的新老订户可去邮局订阅该刊,在邮局漏订或想补订该刊的订户,可随时与《中国光学与应用光学文摘》编辑部联系,银行汇款与邮局汇款皆可。

单 位:中科院长春光学精密机械与物理研究所《中国光学与应用光学文摘》编辑部

邮 编:130021

银 行:中行吉林省分行营业部

账 户:04单位438部

账 号:018211000889

地 址:吉林省长春市工农大路61号

联系人:杨妹清

电 话:(0431)5684692转2438

E-mail:xxfw@ciomp.ac.cn