

云纹法检测变线距光栅的线密度

朱向冰^{1,2}, 何世平³, 付绍军¹, 徐向东¹, 陈瑾², 洪义麟¹

(1. 中国科学技术大学 国家同步辐射实验室, 安徽 合肥 230029;

2. 安徽师范大学 物理系, 安徽 芜湖 241000;

3. 中国科学技术大学 工程科学学院, 安徽 合肥 230027)

摘要: 变线距光栅在同步辐射装置、激光核聚变装置上有着广阔的应用前景, 它的制作和检测方法尚未成熟, 本文在介绍变线距光栅线密度变化规律的基础上, 采用级数形式表达变线距光栅线密度, 比较了几种测量方法后, 将云纹法引入变线距光栅的检测中, 从理论上介绍了几何云纹法和云纹干涉法, 几何云纹法适合于线密度很低的光栅, 云纹干涉法适合于线密度较高的光栅, 云纹的密度反映了光栅的线密度, 如果云纹非常密, 精确地测量所有云纹的坐标比较难, 可以用数云纹数目的方法测出光栅的密度变化, 就变线距光栅的检测分别给出了有关理论公式, 并给出实际测量中的光路和初步的结果, 最后指出这种方法可以用在变线距光栅的加工中。

关键词: 变线距光栅; 线密度; 云纹

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

1 引言

现代核科学、天文学在不断发展, 对分光仪器提出了越来越高的要求, 分光仪器的设计加工变得非常复杂, 作为分光仪器的核心元件——光栅的制造和检测越来越困难, 传统的线密度不变的光栅逐步表现出了一些不足, 变线距光栅具有一些无与伦比的优越性, 它可以减少光学元件, 简化光学仪器的设计, 减弱杂散光, 增加出射光强, 提高仪器的分辨本领, 因而在同步辐射装置、激光核聚变装置、太空探测器中有着广阔的应用前景, 这类光栅在上个世纪初就有人提出来了, 但是由于受到制造和检测技术的限制, 长期以来一直得不到发展, 近三十年来, 由于制造工艺、检测技术的发展和同步辐射的迫切需要, 这种光栅才逐步被采用。本文首先介绍变线距光栅线密度或刻线间距的变化规律, 并给出了典型的表达方式, 在分析几何云纹法和云纹干涉法的基础上, 将它们应用到变线距光栅中, 推导出有关的公式。

2 变线距光栅的刻线分布

建立图1的直角坐标系, yz 平面过光栅中心, 并与光栅表面相切, y 轴垂直于过原点的刻线, 一般情况下刻线不交叉不封闭^[5-6], 刻线的间距用 $d = d(y, z)$ 表示, 刻线密度用 $n = n(y, z)$ 表示, 对于绝大多数光栅上述两式能在原点附近展成级数形式^[1], 各种资料有各不相同的表达方式, 本文采用一种比较方便的形式。

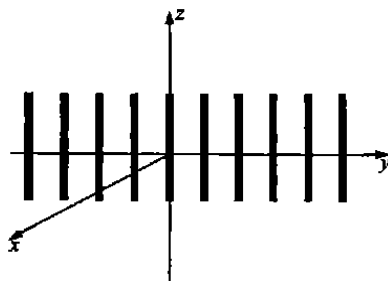


图1 光栅和坐标系

Fig. 1 A grating and its coordinates.

Benoit Deville, Francis Bonnemason 等人使用下列形式表示光栅的线密度^[2]:

$$n = \sum_{i=0}^{\infty} a_i y^i = a_0 + a_1 y^1 + a_2 y^2 + a_3 y^3 + a_4 y^4 + \dots, \quad (1)$$

如果能测出 a_0, a_1, a_2, \dots 等系数, 就得出光栅的线密度, 一般在实际测量中最多只要求测到 a_3, a_4 。

3 线密度的检测

对刻线分布检测最简单的方法是用显微镜观察, 近几年发展的原子力显微镜可以直接观察单根刻线, 对刻线的深度和宽度进行测量, 对单根刻线的形貌进行全面的评价, 但是这种方法只能测几条刻线, 难以对整块光栅作全面的评价, 并且原子力显微镜价格昂贵。国外最近几年发展起来的长程面形仪可以用来测变线距光栅, 这种方法简单可靠, 但是一般只适于检测已加工好的成品, 难以实现在线检测。云纹法不仅简单、可靠, 而且可以观察整块光栅, 并且在全息光栅的制造过程中可以用来调整光路。该方法是在实验力学中发展起来的检测微小形变的方法, 首先在试件表面制作等线距的光栅, 如果光栅的线密度小于 100line/mm, 就用另一个光栅与它相叠, 如果线密度大于 100line/mm, 就用两束相干光照射试件表面, 当试件受到外力作用发生形变时, 刻线弯曲, 且线距变化, 在试件表面上出现了条纹, 该条纹称为云纹^[14]。根据云纹可以推出刻线的变化, 进而求出试件的形变^[10-13]。下面针对线密度的测量, 将此方法进行适当改变。

3.1 几何云纹法

云纹法分为几何云纹法和云纹干涉法两种。几何云纹法的栅线密度小于 100line/mm, 云纹条纹由光栅刻线交点的连线构成, 是一种光强的几何叠加, 干涉云纹的光栅刻线密度达几百 line/mm~ 几千 line/mm, 其条纹实际上是由波前干涉形成的。

通常光栅刻线由互相平行的直刻线构成。如图 2 所示, 光栅 1 的刻线平行于 z 轴, 沿 y 轴的程度分布采用(1)式, 设过零点的刻线为第零条刻线, 则第 n 条刻线与 y 坐标的关系为:

$$N = \int_0^y ndy = a_0 y + \frac{1}{2} a_1 y^2 + \frac{1}{3} a_2 y^3 + \frac{1}{4} a_3 y^4 + \frac{1}{5} a_4 y^5 + \dots, \quad (2)$$

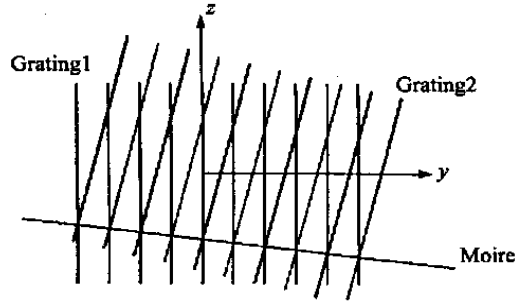


图 2 几何云纹法
Fig. 2 Moiré method.

让另一个光栅常数为 d 的等线距的光栅与 y 轴成一定的角度 θ 放置, 如果 θ 不等于 90° , 形成如图 2 所示的垂直条纹, 它主要用于测量光栅的偏转角, 对变线距光栅的检测意义不大, 本文暂不讨论, 下面分析 $\theta = 90^\circ$ 的情况, 这时两光栅的刻线以及云纹完全平行, 形成如图 3 的纵向几何云纹, 第二块光栅的第 M 条刻线的方程为:

$$M = y/d, \quad (3)$$



图 3 云纹和光栅刻线平行
Fig. 3 Fringes parallel to grooves.

当第一块光栅的第 N 条刻线与第二块光栅的第 M 条刻线重合, 且 $M = N + K$ ($K = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) 时, 则在第一块光栅的第 N 条刻线处将形成第 K 条云纹, 其方程为:

$$K = M - N = \frac{y}{d} - (a_0 y + \frac{1}{2} a_1 y^2 + \frac{1}{3} a_2 y^3 + \frac{1}{4} a_3 y^4 + \frac{1}{5} a_4 y^5 + \dots), \quad (4)$$

且 d 是已知的, 由每一条云纹的 y 坐标和上式可以列出 K 个方程, 忽略 y^{k+2} 以上的高阶项, 则可以求出 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{K-1}$ 等系数, 从而测出

刻线密度分布。在测量中一般满足 $1/d \approx a_0$, 这样云纹的密度较低, 便于数据采集。

如果云纹非常密, 精确地测量所有云纹的 y 坐标比较难, 可以用求云纹条纹密度的方法求各系数。由公式(4), 可以求出如下云纹条纹沿 y 方向的密度分布:

$$\frac{\partial K}{\partial y} = \frac{1}{d} - (a_0 + a_1 y^1 + a_2 y^2 + a_3 y^3 + a_4 y^4 + \dots), \quad (5)$$

实际检测时可以采用下述近似方法, 仍能保证足够的检测精度。首先将(5)式用下式近似代替:

$$\Delta K = \left[\frac{1}{d} - (a_0 + a_1 y^1 + a_2 y^2 + a_3 y^3 + a_4 y^4 + \dots) \right] \Delta y, \quad (6)$$

然后在平行于 y 轴的直线 $Z = C$ 上取 m 个点, 通过数出各点附近 Δy 内的云纹数 Δk , 可以列出 m 个方程, 若忽略 y^m 等高阶项, 就可以精确求出 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{m-1}$ 等系数, 这样就不必测出每条云纹的坐标了。

在实际测量中, 如果第 2 块光栅相对于第 1 块光栅, 在光栅平面内有刚体平移, 云纹也会有位移, 如果第 2 块光栅相对于第 1 块光栅在光栅平面内有转角, 则云纹条纹会变倾斜, 但在 y 方向的线密度不会变化, 可以证明这两种情况下, 云纹的密度仍然反映了光栅的线密度, 仍然可以通过数条纹的方法求光栅的线密度。

3.2 云纹干涉法

几何云纹法原理比较简单, 但是受到一定的限制, 在此基础上发展了云纹干涉法用来测量平面光栅, 图 4 中 B 为待测光栅, 它的刻线在 YZ 平面上的投影平行于 Z 轴, C, D 是两束相干入射波, 对称入射到光栅上, 恰当的选择入射角, 使它们的衍射光基本上垂直于光栅 B , 大致沿法线方向传播, 两衍射光将在光栅表面互相干涉。两光波分别为 $\pm m$ 级衍射光, 适当的选择入射光强, 使衍射波的强度相等, 在光栅表面的衍射波可用下式表示:

$$\begin{cases} O_D(y, z) = A e^{i\Phi_D} \\ O_C(y, z) = A e^{i\Phi_C}, \end{cases} \quad (7)$$

式中: A 是振幅, Φ_C 及 Φ_D 是经过光栅衍射后在光栅表面的位相, $\Phi_C = 2\pi W_C/\lambda + \Phi_{C0}, \Phi_D = 2\pi W_D/\lambda + \Phi_{D0}$, W_C, W_D 是从 C, D 的等位相面任一点 P 发出的光线被 B 衍射后, 在 B 的表面附近

的光程, Φ_{C0} 及 Φ_{D0} 是和具体的光路有关的常数, 只影响云纹条纹的位置, 不影响条纹的密度, λ 为波长。

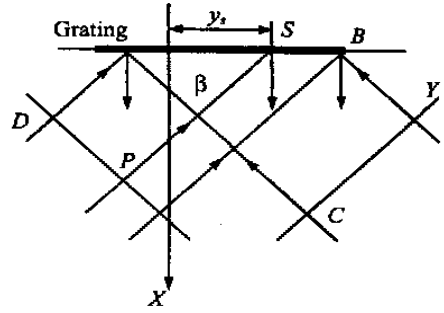


图 4 云纹干涉法
Fig. 4 Moiré interferometry.

两束衍射光的波前, 在光栅表面的干涉条纹图的光强分布为:

$$\begin{aligned} I(y, z) &= (O_C + O_D)(O_C + O_D)^* \\ &= 4A^2 \cos^2 \frac{1}{2} [\Phi_C - \Phi_D] \\ &= 4A^2 \cos^2 \frac{1}{2} \left[\frac{2\pi(W_C - W_D)}{\lambda} + (\Phi_{C0} - \Phi_{D0}) \right] \\ &= 4A^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (W_C - W_D) \\ &= 4A^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} \Delta W, \end{aligned} \quad (8)$$

式中, 忽略了 $(\Phi_{C0} - \Phi_{D0})$ 这一项的影响, 这一项应该是常数。 W_C, W_D 为^[3-4]:

$$\begin{cases} W_D = \overline{P_D S} - Nm\lambda \\ W_C = \overline{P_C S} - Nm\lambda, \end{cases} \quad (9)$$

N 为 S 点到坐标原点的刻线数, m 是衍射级次, 一般 $|m| = 1$,

$$\Delta W = W_C - W_D = (\overline{P_C S} - \overline{P_D S}) + 2Nm\lambda, \quad (10)$$

所以干涉场的光强是:

$$\begin{aligned} I(y, z) &= 4A^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} [(\overline{P_C S} - \overline{P_D S}) + 2Nm\lambda] \\ &= 4A^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} [(\overline{P_C S} - \overline{P_D S}) \\ &\quad + 2(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} a_n y^{n+1}) m \lambda] \\ &= 4A^2 \cos^2 \pi K, \end{aligned} \quad (11)$$

如果是平面基底的光栅, 则入射角 $\alpha = \sin^{-1}(m\lambda a_0)$, 衍射光基本上垂直于光栅表面:

$$\begin{cases} \overline{P_C S} = P_{C0} - y \sin \alpha = P_{C0} - y m \lambda a_0 \\ \overline{P_D S} = P_{D0} + y \sin \alpha = P_{D0} + y m \lambda a_0 \\ N = a_0 y + \frac{1}{2} a_1 y^2 + \frac{1}{3} a_2 y^3 + \frac{1}{4} a_3 y^4 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} a_n y^{n+1}, \end{cases} \quad (12)$$

P_{C0} 和 P_{D0} 坐标原点到等相面的距离, 对于确定的光路它们是常数, 不会影响条纹密度的分布, (11) 式变为:

$$\begin{aligned} I(y, z) &= 4A^2 \cos^2 \pi f \left(\frac{P_{C0} - P_{D0}}{\lambda} \right) \\ &+ 2 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} a_n y^{n+1} \right) m J \\ &= 4A^2 \cos^2 \pi K, \end{aligned} \quad (13)$$

如果平面光栅的密度没有变化, 即 $a_0 \neq 0, a_n = 0 (n \neq 0)$ 则上式为: $I(y, z) = 4A^2 \cos^2 \pi \left(\frac{P_{C0} - P_{D0}}{\lambda} \right)$, $I(y, z)$ 是常数, 光强均匀分布, 若平面光栅的线密度不是常数, $a_n \neq 0 (n \neq 0)$ 则出现云纹, K 是云纹条纹的阶数。

对于任意基底面型的光栅, 当云纹的级次 $K = \left(\frac{P_{C0} - P_{D0}}{\lambda} \right) + 2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} a_n y^{n+1} \right) m$ 为整数时, 光栅表面出现新的完整的云纹, $\overline{P_C S} - \overline{P_D S}$ 是基底面型对云纹的影响, 光栅的基底一般比较规则, 可以算出它的影响, 也可以用一个基底面型相同且线密度已知的光栅替代待测光栅, 根据云纹条纹估算出它的大小, 一般情况下 $(\overline{P_C S} - \overline{P_D S})$ 和 $2a_0 y m \lambda$ 基本上相等, 云纹比较容易采集。测量出光栅表面的云纹, 或者对 K 求 Y 的导数, 数各小段内的云纹, 就可以求出 a_0, a_1, a_2, \dots 得出刻线分布。

进一步的理论分析表明: 在云纹干涉光路中, 两入射光不必对称入射, 两衍射光不必垂直于光栅基底, 衍射级次不必大小相等, 只要衍射方向基本一致, 就可以观察和采集到云纹干涉, 原理和上文基本一致。

4 测量光路和结果

图 5 是实际测量中的光路, 激光由 He-Ne 激光器发出, 光阑将部分杂散光档掉, 反射镜 M_1 上不同位置的反射率不一样, 通过调节 M_1 的位置改变反射光强, 扩束系统中使用针孔滤波器改善出射波前, 部分光直接照射到基底 Base 上, 部分光由反射镜 M_2 反射到基底上, 反射镜和基底

都固定在旋转平台上, 通过平台的转动, 改变入射角, 使两束衍射光基本上垂直于基底表面, f_2 和 f_1 是两个焦距不同的凸透镜, 它们共焦点, 基底和 CCD 分别在 f_2, f_1 的焦平面上, 图像采集部分是一个 $4f$ 系统, 使基底表面的条纹成像到 CCD 表面, 调节基底的俯仰角、滚角和入射角, 可以得到好的干涉条纹。对一块 25mm 宽的光栅, 进行了初步的测量结果表明, 光栅线密度是单调递增的, 两边和中心相比, 每 mm 大约差 1.5line, 两边不对称, 由于系统没有严格的定标, 尚不能给出准确的线密度数据, 但原则上证明了该方法是可行的, 进一步的分析和讨论将在以后的文章中论述。

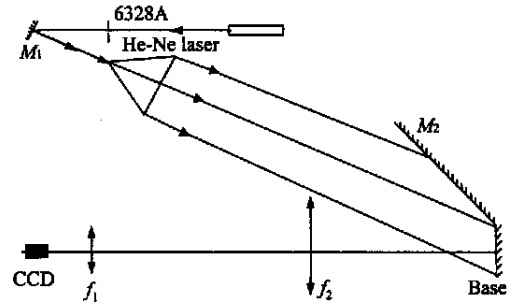


图 5 实际测量光路

Fig. 5 Schematic of optical alignment for measurement.

5 讨论

在实验力学中, 云纹法一般仅用来测量平面光栅, 但是无论几何云纹法还是云纹干涉法都可以测量凹面光栅, 只要用不定域的干涉条纹替代标准光栅, 就可以用几何云纹法测量凹面光栅。

在云纹干涉的光路中, 如果 B 用等线距光栅, C, D 不是平行光, 则可以通过观察云纹, 改变 C, D , 达到要求后, 用底片替代光栅 B , 得到变线距光栅, 有关理论和上文基本一致。

变线距光栅的线密度检测比较困难, 我们从理论和实验上探讨了云纹法检测线密度的可能性, 给出了有关计算公式, 初步探讨了数据分析方法, 虽然理论上完全可行, 但就如何提高测量精度和设计有关仪器仍然需要进一步的研究。

参考文献:

- [1] 王炜,杨厚民. 平面变栅距光栅的原理及设计[J]. 光学学报, 1999, 19(9): 1158- 1162.
- [2] Deville B, Bonnemason F. Holographically recorded ion etched variable line space gratings[J]. *SPIE*, 1998, 3450: 24- 35.
- [3] Hettrick M C, Bowyer S. Varied line- space gratings: new designs for use in grazing incidence spectrometers [J]. *Appl Opt*, 1983, 22: 3921- 3924.
- [4] Abramson N. Principle of least wave change [J]. *J. Opt. Soc. Am*, 1989, A6: 627- 629.
- [5] Palmer C, McKinney W R. Imaging theory of plane- symmetric varied line- space grating systems [J]. *Opt. Eng*, 1994, 33 (3): 820- 829.
- [6] Plamer C. Theory of second- generation holographic diffraction gratings [J]. *J. Opt. Soc. Am*, A 1989, 6(8): 1175- 1188.
- [7] Kita T, Harada T. Use of aberration- corrected concave gratings in optical demultiplexers [J]. *Appl. Opt*, 1983, 22: 819- 825.
- [8] Plamer C, Mckinney W R. Equivalence of focusing conditions for holographic and varied line- space gratings [J]. *Appl. Opt*, 1990, 29: 47- 51.
- [9] 时轮,郝德阜. 变栅距衍射光栅的原理及应用[J]. 光学精密工程, 2001, 9(3): 284-288.
- [10] 邢永明. 自动云纹干涉系统及其在复合材料中的应用[J]. 内蒙古工业大学学报, 1994, 13(4): 37-40.
- [11] 邹柱,戴福隆. 云纹干涉法面内位移测量的光栅补偿方法研究[J]. 应用光学, 1995, 16(2): 53- 57.
- [12] 谢惠民,戴福隆,邹大庆. 高温云纹干涉法的进展[J]. 光学技术, 1997, (2): 22-27.
- [13] 石玲,张云祥,戴福隆. 高灵敏度云纹干涉法[J]. 清华大学学报, 1994, 34(2): 14-17.
- [14] 卿新林. 云纹干涉法的理论与应用研究评述[J]. 力学与实践, 1997, (6): 14-21.

Measurement of the line density of a varied line space grating by Moiré fringe

ZHU Xiang_bing^{1, 2}, HE Shi_ping³, FU Shao_jun¹, XU Xiang_dong¹, CHEN Jin², HONG Yi_lin¹

(1. NSRL, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China;

2. Department of Physics, Anhui Normal University, Wuhu 241000, China;

3. School of Engineering Science, USTC, Hefei 230027, China)

Abstract: Varied line space gratings are very useful in synchrotron radiation devices and laser inertial confinement fusion devices, but there are no good ways to measure and manufacture them. In this paper the line density of a varied line space grating is outlined, which is expressed by power series. In comparison with other methods, the Moiré fringe method is introduced, Moiré and Moiré interferometry discussed. The Moiré is used to check the gratings with very low density; while the Moiré interferometry is used in the gratings with high density. The density of Moiré fringes shows the line density of a grating. If it is very high, the coordinates can not be surveyed exactly, the line density of a grating can be achieved by counting the number of Moiré fringes. Some formulae are deduced, and the data processing method is given. Finally, the author explains the optical alignment of Moiré interferometry.

Key words: varied line space grating; line density; Moiré fringe

作者简介:朱向冰(1973-),男,安徽省南陵人,讲师,中国科技大学国家同步辐射实验室博士生,主要研究方向是光学加工和检测、图形处理。E-mail:readword@263.net.