

文章编号 1004-924X(2002)01-0110-06

45°镜多元探测器并扫成像特性和扫描轨迹分析

刘银年

(中国科学院上海技术物理研究所,上海 200083)

摘要:在光学反射矢量理论上,对于航天航空用多光谱成像仪45°镜多元探测器并扫成像特性和扫描轨迹进行了分析,给出了45°镜反射作用矩阵、45°镜多元探测器并扫成像的物像关系和像旋计算公式,及其对应的地面扫描轨迹理论计算公式。

关键词:旋转扫描反射镜;多元并扫;像旋转;扫描轨迹

中图分类号:TP731 文献标识码:A

1 引言

45°旋转扫描反射镜(以下简称45°镜)由于其扫描镜尺寸小,稳定性好、幅宽大,能观测冷空间作辐射定标基准等特点,被广泛应用于星载和机载光谱成像仪中。但是45°镜会产生反射旋转(亦即像旋转),在应用于线列探测器并扫成像系统时会产生轴外视场的无法配准。虽然道威棱镜或K镜系统可以有效地消除45°镜产生的像旋转,但前者受光学材料的限制,只能用于可见光到近红外波段,后者则存在系统光路加长、体积增大、在较小的瞬时视场下光路配准难度大的问题,因此通过软件校正45°镜产生的像旋转逐渐受到人们的重视。而深入研究45°镜多元探测器并扫成像特性及其扫描轨迹,为软件校正45°镜像旋提供理论依据则尤为必要。

2 光学反射矢量基本理论

1) 反射矢量公式

图1中,单位矢量N代表平面镜的法线方向,矢量A和A'分别代表入射光线和出射光线的方向,即A和A'代表一对共轭的物像矢量。由图中的矢量三角形O12可得到反射矢量公式

$$A' = A - 2(A \cdot N)N, \quad (1)$$

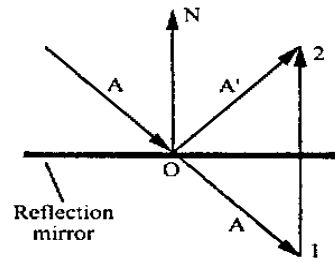


图1 镜面反射矢量图示

Fig.1 Sketch map of mirror reflection vector.

2) 反射作用矩阵

设矢量 $A = (A_x, A_y, A_z)$, $A' = (A'_x, A'_y, A'_z)$, $N = (N_x, N_y, N_z)$ 代入(1)式,可以将反射矢量公式表达为线性变换:

$$A' = RA, \quad (2)$$
$$R = \begin{Bmatrix} 1 - 2N_z^2 & -2N_xN_y & -2N_xN_z \\ -2N_xN_y & 1 - 2N_y^2 & -2N_yN_z \\ -2N_xN_z & -2N_yN_z & 1 - 2N_z^2 \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

R 代表反射作用矩阵。

3) 转动矢量公式

矢量 A 绕转轴单位矢量 P 转动一大角度而成为矢量 A', 写成矩阵的形式:

$$A' = S_P \cdot A, \quad (4)$$

其中 S_P 代表绕 P 转角的转动矩阵。

$$S_{P_i} = \begin{pmatrix} \cos \alpha + 2 P_x^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} & - P_z \sin \alpha + 2 P_x P_y \sin^2 \frac{\alpha}{2} & P_y \sin \alpha + 2 P_x P_z \sin^2 \frac{\alpha}{2} \\ P_z \sin \alpha + 2 P_x P_y \sin^2 \frac{\alpha}{2} & P_z \sin \alpha + 2 P_x P_y \sin^2 \frac{\alpha}{2} & \cos \alpha + 2 P_y^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \\ - P_y \sin \alpha + 2 P_x P_z \sin^2 \frac{\alpha}{2} & P_x \sin \alpha + 2 P_y P_z \sin^2 \frac{\alpha}{2} & \cos \alpha + 2 P_z^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}$$

如果 P 与坐标 xyz 中的 x 轴重合,转动矩阵可写成:

$$S_{i_x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & - \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad (5)$$

角的正负号遵守右手规则。

3 45° 镜成像特性分析

3.1 建立坐标

如图 2, x 轴为扫描镜转轴,其正向为飞行平台的飞行方向, z 轴垂直指向水平地面, y 轴由右手规则确定,其指向从纸面垂直看进去。扫描镜镜面与 x 轴和 z 轴的夹角为 45°。扫描镜沿 x 轴旋转,符合右手规则,法线 N,方向朝外。当 $\alpha = 0$ 时,法线 N 与 x 轴 z 轴在同一平面内,法线矢量 $N_0 = \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$,沿 x 轴转过 α 角后,由(5)、

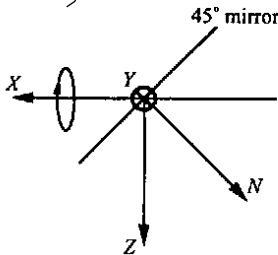


图 2 45° 镜与 x, y, z 坐标

Fig. 2 45° Mirror and coordinates.

(4) 两式可以确定法线矢量

$$N_{i_x} = \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha, \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha \right], \quad (6)$$

代入(3)式,可得平面镜的反射作用矩阵

$$R_{i_x} = \begin{pmatrix} 0 & - \sin \alpha & \cos \alpha \\ - \sin \alpha & \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix}, \quad (7)$$

当 45° 扫描镜绕 x 轴转过一定角度 α 后,法线矢量 N 变为 N_{i_x} (见(6)式),相应的反射作用

矩阵 R 变为 R_{i_x} (见(7)式)。用矩阵 A 和矩阵 A' 分别表征入射线和反射线的方向余弦。对于任意给定的入射线 A,在平面镜绕 x 轴转过任意角度 α 后,其反射矩阵 A' 都可以由(2)式很容易确定。知道入射线和反射线的矩阵,就可以方便地研究 45° 扫描镜的成像特性和对于地面的扫描轨迹。将(7)式代入(2)式,得到

$$A' = R_{i_x} A, \quad (8)$$

(8)式确定了 45° 平面镜绕 x 轴转过任意角度 α 后,入射线和反射线之间的矩阵计算公式。

3.2 像方旋转

我们来分析与转轴(x 轴)和法线 N 处于一个平面内的地物条带上任意一点 A,经 45° 扫描镜后的成像特性。不失一般性,设 AO 与 z 轴的夹角为 θ 。

如图 3,当 $\alpha = 0$ 时,扫描镜转到天底点,对应

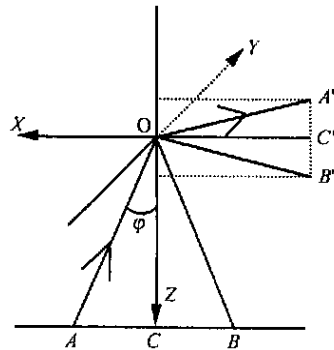


图 3 $\alpha = 0$

Fig. 3 $\alpha = 0$

的地物条带为 AB。入射线 AO 方向余弦

$$A_0 = (- \sin \theta, 0, - \cos \theta)$$

代入(8)式($\alpha = 0$)得到反射线 OA' 方向余弦

$$A'_0 = (- \cos \theta, 0, - \sin \theta)$$

当扫描镜绕 x 轴转过 α 角后,入射线 AO 方向余弦

$$A = S_{i_x} A_0 = (- \sin \theta, \sin \theta \cos \alpha, - \cos \theta \cos \alpha)$$

代入(8)式得到反射线 OA' 方向余弦

$$A = (-\sin \alpha, \sin \alpha \sin \beta, -\cos \alpha \sin \beta)$$

因为 A 是反射线的方向余弦矩阵, 所以有

$$A_x = -\cos \alpha / |A|, \quad (9)$$

$$A_y = \sin \alpha \sin \beta / |A|, \quad (10)$$

$$A_z = -\cos \alpha \sin \beta / |A|. \quad (11)$$

根据(9)、(10)、(11)三式可以看出, 当扫描镜转过 α 角后, 在转轴(x轴)和镜面法线 N 所在的平面内, 沿轨方向地物条带上的任意一点 A, 经 45° 扫描镜所成的像沿转轴转过了 $-\alpha$ 角, 如图 4 所示, 这就是 45° 镜扫描的成像特性。

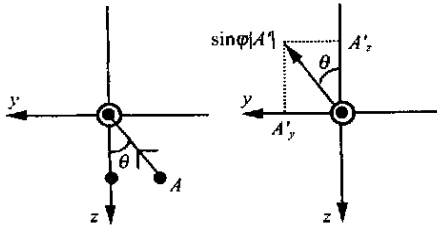


图 4 转过 α 角

Fig. 4 Rotating to α degree.

对于单元探测器系统, 45° 镜扫描引起的像旋可以不去考虑。但对于多元探测器并扫系统, 由于含有多个瞬时视场, 45° 镜扫描引起的像旋必须加以考虑和校正。

3.3 物方旋转

基于 45° 镜扫描的光谱成像系统, 一般来讲探测器的位置是固定的, 因此有必要考察像方一点固定的情况下, 随着扫描镜的转动, 对应于物方一点的情况。

如图 5, 像方 AB 线条在 zox 平面内, 不失一般性, 设 AO 与 x 轴的夹角为 α 。根据光路可逆原理, 入射光线和出射光线的光路是可逆的。因此可以把 AO 看作入射光线, OA 看作出射光线, 来分析在 AO 不变的情况下, OA 随着扫描镜转动而变化的情况。

当 $\alpha = 0$ 时, 入射线 AO 方向余弦

$$A_0 = (\cos \alpha, 0, \sin \alpha)$$

代入(8)式($\alpha = 0$)得到反射线 OA 方向余弦

$$A_0 = (\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$$

当扫描镜绕 x 轴转过 α 角后, 入射线 AO 方向余弦不变

$$A = A_0 = (\cos \alpha, 0, \sin \alpha)$$

代入(8)式得到反射线 OA 方向余弦

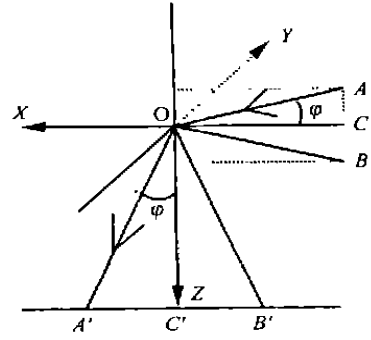


图 5 $\alpha = 0$

Fig. 5 $\alpha = 0$

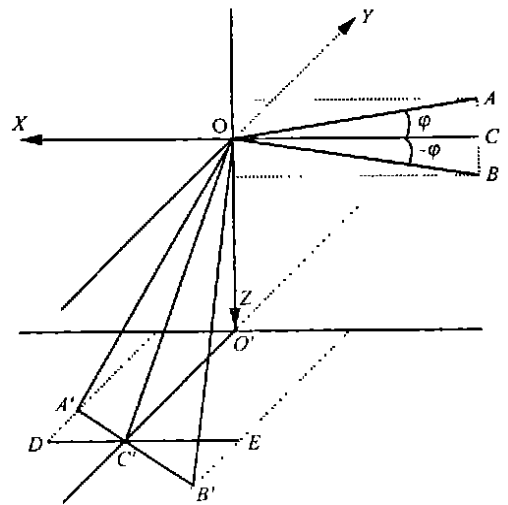


图 6 转过 α 角

Fig. 6 Rotating to α degree.

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta + \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta \\ \cos \alpha \cos \beta + \sin^2 \alpha \sin \beta \end{pmatrix}$$

因为 A 是反射线的方向余弦矩阵, 所以有

$$A_x = \cos \alpha \sin \beta / |A|, \quad (12)$$

$$A_y = (-\sin \alpha \cos \beta + \sin \alpha \cos \alpha \sin \beta) / |A|, \quad (13)$$

$$A_z = (\cos \alpha \cos \beta + \sin^2 \alpha \sin \beta) / |A|. \quad (14)$$

令扫描镜镜面中心点 O 到天底点正下方地面的高度为 H, 则

$$A_z = H, \quad (15)$$

$$A_x = \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin^2 \alpha \sin \beta} H$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\tan}{1 + \sin \tan \tan} H, \quad (16) \\
 A_y &= \frac{-\sin \cos + \sin \cos \sin}{\cos \cos + \sin^2 \sin} H \\
 &= \frac{-\tan + \sin \tan}{1 + \sin \tan \tan} H \\
 &= -\tan \cdot H + \frac{\tan}{1 + \sin \tan \tan} \cdot \frac{\tan}{\cos} H \\
 &= -\tan \cdot H + A_x \frac{\tan}{\cos}. \quad (17)
 \end{aligned}$$

对于位于扫描镜转轴上的 C 点,相当于 AO 与 x 轴的夹角取零值,因此不难得到入射线 CO 方向余弦

$$C = (1, 0, 0)$$

同样将(16)、(17)式中的取零,得到

$$\begin{aligned}
 C_x &= 0, \\
 C_y &= -\tan \cdot H, \\
 C_z &= H.
 \end{aligned}$$

此式说明反射线 OC 在 yoz 平面内,与 z 轴的夹角为。假定 O 为天底点正下方水平地面上的一点,则 OC 与水平地面的交点 C 在过 O 点平行于 y 轴的直线上。

BO 与 x 轴的夹角为-,相当于 AO 与 x 轴的夹角取-,当扫描镜绕 x 轴转过角后,入射线 BO 对应的反射线 OB 与水平地面的交点 B。将(16)、(17)式中的取-,得到

$$\begin{aligned}
 B_z &= H, \\
 B_x &= \frac{-\cos \sin}{\cos \cos - \sin^2 \sin} H \\
 &= \frac{-\tan}{1 - \sin \tan \tan} \\
 B_y &= \frac{-\sin \cos - \sin \cos \sin}{\cos \cos - \sin^2 \sin} H \\
 &= \frac{-\tan - \sin \tan}{1 - \sin \tan \tan} H = \\
 &= -\tan \cdot H - \frac{\tan}{1 - \sin \tan \tan} \cdot \frac{\tan}{\cos} H \\
 &= -\tan \cdot H + B_x \frac{\tan}{\cos}.
 \end{aligned}$$

过 C 做直线平行于 x 轴的直线 DE,不难证明 A、B、C 在同一条直线上,且 AB 与 DE 之间

夹角的正切

$$\tan = \frac{\tan}{\cos}, \quad (18)$$

这可以得出一个结论,就是对于多元探测器并扫系统,在探测器线列位置固定的情况下,当=0 时,沿轨方向的地物条带可以完全成像在探测器线列上,当扫描镜转过角时,探测器线列上所成像对应的地物条带与沿轨方向有一个的夹角,其大小由(18)式确定。对于扫描镜转过角,AB 上任意一点所对应的地物坐标为

$$x = \frac{\tan}{1 + \sin \tan \tan} H, \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
 y &= -\tan \cdot H + \frac{\tan}{1 + \sin \tan \tan} \cdot \frac{\tan}{\cos} H \\
 &= -\tan \cdot H + x \frac{\tan}{\cos}, \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$z = H. \quad (21)$$

4 地面扫描轨迹分析

如图 7,设卫星轨道高度为 H,地球半径为 R。当 45 镜转过角时,由于地球表面近似为球面,图 6 中的出射线 OC 将从地球表面扫过一个弧形的条带,对应于地球中心所张的角度为。显而易见,OC 在 z 轴上的投影不再等于天底点的高度 H,而是增加了 H。如果 H 很小时,可以忽略这种影响。但如果 H 较大时,必须考虑这种影响对物方扫描点坐标造成的影响。

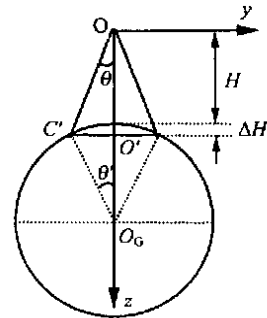


图 7 地球表面弯曲
Fig. 7 Curve of the earth.

由图 7 中两个直角三角形 OOC 和 O_GOC 可以确定出以下的关系

$$\cos = \frac{R + H}{R} \sin^2 + \frac{1}{R} \sqrt{(R + H)^2 \sin^4 - (R + H)^2 \sin^2 + R^2 \cos^2},$$

$$\begin{aligned}
 H &= R - R \cos \theta = R \cos^2 \theta - H \sin^2 \theta - \sqrt{(R + H)^2 \sin^4 \theta - (R + H)^2 \sin^2 \theta + R^2 \cos^2 \theta} \\
 H &= H + H = (R + H) \cos^2 \theta - \sqrt{(R + H)^2 \sin^4 \theta - (R + H)^2 \sin^2 \theta + R^2 \cos^2 \theta} \\
 H &= (R + H) \left[\cos^2 \theta - \sqrt{\left(\frac{R}{R + H} \right)^2 \cos^2 \theta - \frac{1}{4} \sin^2 2\theta} \right]. \tag{22}
 \end{aligned}$$

将 H 替换(19)、(20)、(21)三式中的 H , 就得到修正了地球表面弯曲的 45° 镜物方扫描点的坐标公式。

对于卫星高度 $H = 650\text{km}$, 瞬时视场 0.23mr , 扫描范围 $\pm 30^\circ$, 45° 镜 20 元探测器并扫的这样一个系统, $\Delta x = 10 \times 0.23 = 2.3\text{mr}$, 地球半径 $R = 6378.14$ 。地面扫描轨迹可以由(19)到(22)式确定。

在正负向最大扫描范围 ($\pm 30^\circ$) 处, 20 元并扫形成的地物条带与沿轨方向有 33.69° 的夹角, 即图 6 中 AB 与 DE 之间夹角。

不考虑地球表面的弯曲, 对应于 20 元并扫, 沿轨方向瞬时视场为 \pm , 根据(19)式, 瞬时视场地物扫描条带在沿轨方向的长度

$$|x| = \frac{2 \tan \theta}{1 - \sin^2 \theta} \tan^2 \theta H, \tag{23}$$

当瞬时视场 θ 很小, (23)式中分母可取 1, 因此可以认为地物扫描条带在沿轨方向的长度不随

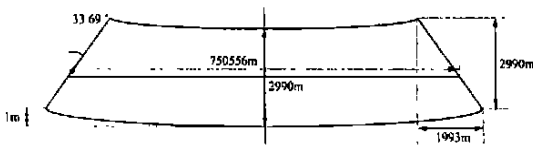


图 8 不考虑地球表面弯曲的扫描轨迹

Fig. 8 Scanning traces without considering the curve of the earth.

角而发生变化。但穿轨方向的扫描条带呈弧形, 不过这种弯曲在瞬时视场很小时也可以忽略不计。扫描轨迹如图 8 所示。

考虑地球表面的弯曲时, 随扫描角的增大, 每一个瞬时视场对应的扫描条带在沿轨方向和穿轨方向均增大, 增大的幅度等于 $H(\theta)/H_0$ 。扫描轨迹如图 9 所示。

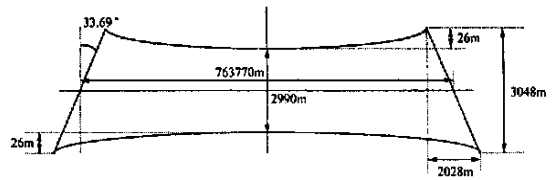


图 9 考虑地球表面弯曲时的扫描轨迹

Fig. 9 Scanning traces considering the curve of the earth.

5 结束语

本文在光学反射矢量理论基础上, 对于航天航空用多光谱成像仪 45° 镜的成像特性进行了分析, 给出了 45° 镜反射作用矩阵、 45° 镜多元探测器并扫成像的物像关系和像旋计算公式, 并给出了修正地球表面弯曲后的扫描面轨迹理论计算公式。文中的结果可以作为软件校正 45° 镜像旋的理论依据。

参考文献:

- [1] 连铜淑. 反射棱镜共轭理论[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1988. 1 - 3.
- [2] 张幼文. 红外光学工程[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1982. 223 - 225.
- [3] 史光辉. 卫星对地观测高分辨光学系统的设计问题[J]. 光学 精密工程, 1999, 7(1): 16 - 24.
- [4] 郑玉权, 崔敦杰. 用 BMP 图像文件合成多光谱遥感图像的简单方法. 光学 精密工程, 1999, 7(1): 25 - 30.

Analysis of the imaging characteristics and scanning traces of the 45° rotating scanning mirror

LIU Yin-nian

(*Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China*)

Abstract : Based on the vector theory of optical reflection, the imaging characteristics and scanning traces of the 45° rotating scanning mirror are analyzed, and the 45° rotating scanning mirror's reflection matrix is deduced. The relationship between objects and images of the 45° rotating scanning mirror imaging, and the calculation methods for imaging rotation and the scanning traces on the ground are also given in detail.

Key words : rotating scanning mirrors; multi - pixel parallel scanning; image rotation; scanning trace

作者简介:刘银年(1971 -),男,甘肃省武威市人,副研究员,现为中科院上海技术物理研究所在读博士生,主要从事光谱成像遥感仪器的研制工作,E-mail: ynliu @263.net。