

文章编号 1004-924X(2002)02-0220-06

# 同步辐射仪器中柔性铰链压弯机的研究

曲艳峰, 吕丽军

(上海大学 精密机械工程系, 上海 200072)

**摘要:** 阐述了一种应用柔性铰链产生精密光学反射镜的弹性压弯机构的工作原理。应用经典力学方法对这种压弯机构进行了详细的力学分析, 并将这种弹性压弯机构简化成平面钢架结构, 用力法正则方程和梁的弯曲方程推导出镜子的曲率与压弯机构参数及压弯驱动力之间的关系, 即压弯机构驱动方程或镜子曲率方程。对影响镜子面形精度的弹性压弯机构参数进行分析, 重点讨论了弹性压弯机构转动中心轴和镜子中性面不重合时对镜子面形精度的影响。分析了柔性铰链在这种弹性压弯机构中的作用及其对镜子面形精度的影响。并应用有限元数值计算方法对经典力学分析得出的压弯机构驱动方程进行验证, 证实了经典力学分析的正确性。此压弯机构驱动方程可以作为这种弹性压弯机构设计的理论基础。

**关键词:** 同步辐射; 反射镜; 柔性铰链  
**中图分类号:** O432.1 **文献标识码:** A

## 1 引言

近 20 多年来, 由于同步辐射光源及其应用技术的飞速发展, 极大地提高了 X 射线光学元件加工和检测技术。但加工表面粗糙度小于 0.1nm, 面形精度小于 0.5arcsec 的非球面镜, 仍然十分困难。国际上, 有人利用材料具有一定的弹性, 用机械力压弯高精度的平面镜制造精密非球面镜<sup>[1-2]</sup>。但是早期的压弯机构是通过镜子上下表面的两对轴承直接给镜子施力, 并支撑和压紧镜子。所以这种装置有不规则的约束力及局部应力作用在镜子上, 严重影响了镜子的面形精度。近几年, 研究发现了可以克服上述缺点的弹性压弯机构<sup>[3]</sup>。其中, 美国先进光源中心 (ALS) 和法国的欧洲同步辐射中心 (ESRF) 分别发展了弹性压弯机构, 研制出了面形精度达到亚弧秒级的非球面镜<sup>[4]</sup>。

本文从力学角度出发对参考文献[3]中提出的柔性铰链弹性压弯机构进行详细分析, 导出压弯机驱动方程, 对驱动方程中影响镜子曲率的参

数进行研究, 用此驱动公式和有限元方法分析了一个具体压弯机构, 比较了两者的计算结果, 验证了经典力学分析的正确性。分析了柔性铰链在机构中的作用及其对镜子曲率的影响。

## 2 柔性铰链压弯机

### 2.1 工作原理

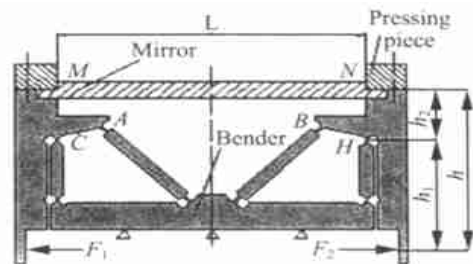


图1 柔性铰链压弯机

( $L$  表示镜子的长度,  $h$  表示压弯高度,  $F_1$  和  $F_2$  表示个驱动力, 三角形表示底部铰链支座, 且  $h = h_1 + h_2$ )

Fig. 1 The flexural hinge-based bender.

$L$  represents the length of the mirror,  $h$ , the bending height,  $F_1$  and  $F_2$ , two driving forces, triangles, fixations, here  $h = h_1 + h_2$ .

收稿日期: 2001-09-21; 修订日期: 2002-03-01

基金项目: 上海市教委科技发展基金项目 (No. 2000A37)

图 1 是 ESRF 发展的柔性铰链压弯机的示意图。它是用精密线切割机从整块不锈钢板切割成型。压弯机构对中心线完全对称,两边各有四个相同的柔性铰链。镜子放置在上端,用压片压紧,通过驱动机构两边侧板的下端给镜子施加弯矩。这种柔性铰链结构在两边驱动力作用下形成的转动中心在两直杆连线的交点处,如图 2 所示。这种柔性铰链具有体积小、无机械摩擦、无空回、运动灵敏度高、结构简单、真空性能优异等许多优点。通过合理地设计优化压弯机构参数及选择精密、可控制的驱动装置,就可以研制出高精度的非球面镜。

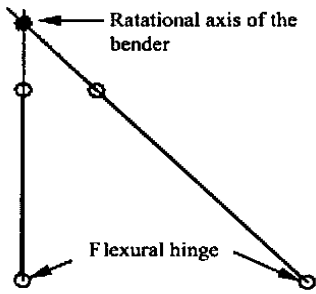


图 2 柔性铰链确定压弯机旋转中心示意图

Fig.2 Sketch of the definition of rotational axis of the bender by the flexural hinges.

### 2.2 非球面的数学描述

在同步辐射仪器设计中,常采用椭圆镜对光源进行高倍的聚焦。因此,在这里主要讨论椭圆几何。椭圆反射镜  $M$  的椭圆曲线如图 3 所示,  $r$ ,  $r'$  分别是物距和像距,  $\theta$  是入射角的余角。可用多项式将椭圆曲线<sup>[5]</sup>表达成

$$y = a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \dots \quad (1)$$

则其曲率方程为

$$\frac{1}{R(x)} = \frac{d^2 y}{dx^2} = 2a_2 + 6a_3 x + 12a_4 x^2 + \dots \quad (2)$$

其中参数为

$$a_2 = \frac{(r+r') \sin \theta}{4rr} = \frac{1}{2R_0} \quad (R_0 \text{ 为镜子中心曲率})$$

$$a_3 = -a_2 \frac{\cos \theta}{2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) = \frac{(r'^2 - r^2) \sin 2\theta}{16(rr)^2}$$

$$a_4 = a_2 \left[ \frac{5 \cos^2 \theta}{16} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)^2 + \frac{1}{4rr} \right] \quad (3)$$

多数情况下取公式(1)中前两项来描述镜子的面形,精度能够满足大多数光学装置需要。

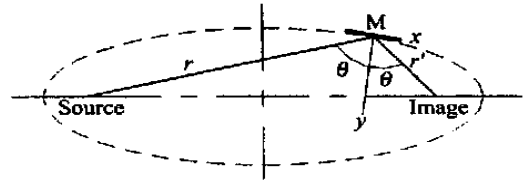


图 3 椭圆几何图(坐标原点在镜子中心)

Fig.3 Ellipse layout and notation. (The origin of the coordinate system is at the center of the mirror.)

### 2.3 力学分析

参考文献[3]中,作者应用有限元分析软件 ANSYS 给出镜子压弯后的面形,然后用曲线拟合法,定出修正系数。首先,作者分析了由理想弯矩方程所得的曲率大于实际曲率,推断压弯机构的弯矩损失是由旋转轴与镜子中性面不重合和柔性铰链引起的。考虑到这两种弯矩损失,在方程中加进两个修正系数。但该修正弯矩方程仅适用于特定的材料和设计参数,不具普遍性。而本文用力学分析导出的驱动方程是参数化形式,适用于机构的设计和优化。

为了便于力学分析,须对其进行简化。假定:

- (1) 压弯机构当作平面梁系结构;
- (2) 柔性铰链处理为理想铰链(不消耗力矩);
- (3) 机构各处均按等截面梁处理。

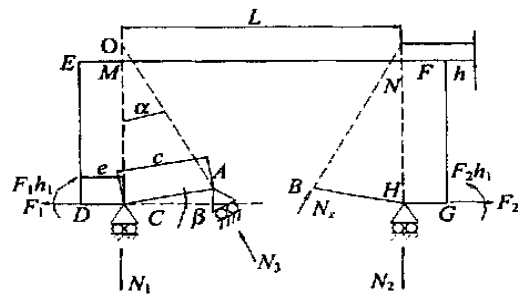


图 4 柔性铰链压弯机的力学简图

( $N_1, N_2, N_3$  是约束反力,  $N_x$  是多余约束反力)

Fig.4 Mechanical diagram of the flexural hinge-based bender ( $N_1, N_2, N_3$  represent the restrict contrary forces,  $N_x$  the superfluous restrict contrary force).

如图 4 所示。此结构有四个可动铰链支座,必有四个约束反力,所以此结构为一次超静定结构。若解除  $B$  处约束得静定基,将外载荷  $F_1, F_2$  和  $F_1 h_1, F_2 h_2$  与多余约束反力  $N_x$  加在静定基上

得到原超静定结构的相当系统。把整个机构分成 AC,DC,DE,EM,MN,NF,FG,GH,HB 9 段,将它们依次标为第 1,2,3,4,5,6,7,8,9 段。其中压弯机的弹性模量为  $E_b$ 、镜子的弹性模量为  $E_m$ 。各杆横截面对中心轴的惯性距为:AC,BH 段是  $I_{b_1}$ ,DC,GH 段是  $I_{b_2}$ ,DE,FG 段是  $I_{b_3}$ ,EM,NF 段是  $I_{b_4}$ ,MN 段是  $I_m$ , $N_1, N_2, N_3$  是支反力, $N_x$  是多余约束反力。因为原超静定结构在 B 端无  $N_x$  方向的位移,所以其相当系统在载荷  $F_1, F_2$  和力矩  $F_1 h_1, F_2 h_2$  与多余约束反力  $N_x$  的共同作用下,B 端在  $N_x$  方向的位移应为 0。即其力法正

则方程<sup>[6]</sup>为

$$\delta_1 = \delta_{11} N_x + \delta_{1F} = 0, \quad (4)$$

式中  $\delta_{11}$  为单位力作用下在 B 端  $N_x$  方向的位移, $\delta_{1F}$  为外载荷  $F_1, F_2$  和  $F_1 h_1, F_2 h_1$  作用下在 B 端  $N_x$  方向的位移。

从图 4 可得出转动中心 O 与镜子中性面的距离  $h$  为

$$h = \frac{ccos(\alpha - \beta)}{\sin \alpha} - h_2, \quad (5)$$

设  $F = F_2 - F_1$ ,在单位力  $N_x = 1$ ,外载荷  $F_1, F_2$  和  $F_1 h_1, F_2 h_1$  作用下的各段弯矩如表 1。

表 1 各段在  $N_x = 1$  作用下所得  $\tilde{M}_i(x)$  值,在  $F_1, F_2, F_1 h_1, F_2 h_1$  作用下所得  $M_i(x)$  值

Table 1  $\tilde{M}_i(x), M_i(x)$  are the bending moments of each section under  $N_x = 1$  and  $F_1, F_2, F_1 h_1, F_2 h_1$ , respectively.

Number $i$	$\tilde{M}_i(x)$	$M_i(x)$
1	$(c - x) \cos(\alpha - \beta)$	$\frac{F(c - x)\cos(\alpha - \beta)}{\sin \alpha}$
2	$ccos(\alpha - \beta)$	$\frac{F(h + h_1)(a - x)}{L} + F(h_2 + h_1)$
3	$-(x + h) \sin \alpha$	$-F_2 x + F_1 h - \frac{F(h + h_1)a}{L} - F h_1$
4	$-h \sin \alpha$	$F_1 h - F h + \frac{F(h + h_1)(x - a)}{L}$
5	$-h \sin \alpha$	$F_1 h - F h + \frac{F(h + h_1)x}{L}$
6	$-h \sin \alpha$	$F_2 h + \frac{F(h + h_1)x}{L}$
7	$-(x + h) \sin \alpha$	$-F_2 x + F_2 h + \frac{F(h + h_1)a}{L}$
8	$ccos(\alpha - \beta)$	$-\frac{F(h + h_1)x}{L}$
9	$(c - x)\cos(\alpha - \beta)$	0

由莫尔定理得

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \int_0^9 \frac{\tilde{M}_i(x) \tilde{M}_i(x)}{E_i I_i} dx \\ &= \sin^2 \alpha \left[ \frac{2c(h_2 + h)^2}{3 E_b I_{b_1}} + \frac{2a(h_2 + h)^2}{E_b I_{b_2}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{2h_2(\frac{2}{3} h_2 + h h_2 + h^2)}{E_b I_{b_3}} + \frac{h^2 L}{E_m I_m} + \frac{2a h^2}{E_b I_{b_4}} \right], \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{1F} &= \int_0^9 \frac{M_i(x) \tilde{M}_i(x)}{E_i I_i} dx \\ &= \sin \alpha \left[ \frac{Fc(h_2 + h)^2}{3 E_b I_{b_1}} + \frac{Fa(h_2 + h)^2}{E_b I_{b_2}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{ha}{E_b I_{b_4}} (F h - (F_1 + F_2) h) + \frac{h_2}{E_b I_{b_3}} ((F h - (F_1 + F_2) h)(h + \frac{h_2}{2}) + \right. \\ &\quad \left. F_2 h_2(\frac{2}{3} h_2 + h)) + \frac{hL}{2 E_m I_m} \times \right. \\ &\quad \left. (F h - (F_1 + F_2) h) \right], \quad (7) \end{aligned}$$

根据公式(4)求出  $N_x$  值,

$$N_x = \frac{-1F}{11}, \quad (8)$$

$N_x$  已知,压弯机构变成静定结构。再根据平面力系提供的三个平衡方程

$$F_x = 0 \quad F_y = 0 \quad M_A = 0$$

就可解得

$$\begin{aligned} N_1 &= F(\cot - \frac{h+h}{L}) + N_x \cos \\ N_2 &= \frac{F(h+h)}{L} + N_x \cos \\ N_3 &= \frac{F}{\sin} + N_x, \end{aligned} \quad (9)$$

镜子的弯矩方程为

$$\begin{aligned} M &= F_1 h + N_3 \sin (h_2 - c \sin) + \\ &N_3 \cos (x - c \cos) - N_1 x \\ &= \frac{F(h+h)x}{L} + F_1 h - F h \\ &- N_x \sin h, \end{aligned} \quad (10)$$

那么镜子在外力作用下的变形方程,即压弯机驱动方程为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{F(h+h)}{E_m I_m L} x + \frac{1}{E_m I_m} \\ &[F_1 h - F h - N_x \sin h], \end{aligned} \quad (11)$$

方程(11)中一次项与  $h$  有关,但参考文献[3]中一次项与  $h$  无关。

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{Fh}{\sin} \frac{\frac{h_2}{E_b I_{b_3}} (2 h + h_2 - \frac{h_2}{h} (\frac{2}{3} h_2 + h)) + \frac{hL}{E_m I_m} + \frac{ha}{E_b I_{b_4}}}{\frac{2c(h_2 + h)^2}{3 E_b I_{b_1}} + \frac{2a(h_2 + h)^2}{E_b I_{b_2}} + \frac{2h_2(\frac{2}{3} h_2 + h h_2 + h^2)}{E_b I_{b_3}} + \frac{h^2 L}{E_m I_m} + \frac{2a h^2}{E_b I_{b_4}}}, \end{aligned} \quad (17)$$

以厚度  $t = 8 \text{ mm}$ , 宽度  $b = 40 \text{ mm}$ , 长度  $L = 170 \text{ mm}$ , 弹性模量  $E_m = 110 \text{ Mpa}$  的镜子,  $a = 10 \text{ mm}$ ,  $c = 20 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 73 \text{ mm}$ ,  $h + h = 100 \text{ mm}$ ,  $E_b = 200 \text{ Mpa}$  的压弯机构, 驱动力  $F_1 = F_2 = 20 \text{ N}$  为例。惯性矩  $I_m = \frac{1}{12} b t^3$ ,  $I_{b_1} = \frac{1}{12} b t_1^3$ ,  $I_{b_2} =$

根据公式(11)可进一步得出

$$\begin{aligned} \frac{1}{R(x)} &= \frac{F(h+h)}{E_m I_m L} x + \frac{1}{E_m I_m} \\ &[F_1 h - F h - N_x \sin h], \end{aligned} \quad (12)$$

当  $h = 0$  时,转动中心在镜子中性面。压弯机的驱动方程为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{Fh}{E_m I_m L} x + \frac{F_1 h}{E_m I_m}, \\ &(\text{此坐标原点在图 M 点}) \end{aligned} \quad (13)$$

把坐标原点转换到镜子中心,即公式(13)中  $x$  变为  $x + \frac{L}{2}$ , 得出驱动方程为

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{(F_2 - F_1) h}{E_m I_m L} x + \frac{(F_1 + F_2) h}{2 E_m I_m}, \quad (14)$$

公式(14)与参考文献[3]中一致。图 1 就是转动中心与镜子中性面重合的压弯机。

### 3 数值分析

#### 3.1 解析分析和有限元计算

为分析  $h$  对镜面曲率半径的影响,我们具体分析一个实例。设  $F = 0$ , 即  $F_2 = F_1 = F$  此时镜面应为理想柱面,这时公式(10), (12)变成

$$M = Fh - N_x \sin h, \quad (15)$$

$$\frac{1}{R(x)} = \frac{1}{E_m I_m} [Fh - N_x \sin h], \quad (16)$$

其中  $N_x$  为

$\frac{I_{b_1} + I_{b_3}}{2}$ ,  $I_{b_3} = \frac{1}{12} b t_3^3$ ,  $I_{b_4} = \frac{1}{12} b t_4^3$ ,  $t_1, t_3, t_4$  分别是各段对应的平均厚度,  $t_1 = 13 \text{ mm}$ ,  $t_3 = 20 \text{ mm}$ ,  $t_4 = 13 \text{ mm}$ 。取不同的  $h$  值,按公式(16), (17)计算可得相应的  $R$  值,如表 2 所示。

表 2 分别由公式和 FEM 推导所得曲率半径 R(单位:m)

Table 2 The curvature radius R derived from equation and the FEM (unit :m)

$h$	- 4mm	- 2mm	0mm	2mm	4mm	6mm	8mm
Equation	133.917m	104.917m	93.8667m	104.5221m	130.7400m	174.8870m	205.1208m
FEM	136.528m	107.252m	94.4020m	105.1374m	132.8352m	180.3586m	214.4894m
Error	1.18 %	1.27 %	0.57 %	0.59 %	1.58 %	3.03 %	4.37 %

另外,使用 ANSYS 软件,对此机构进行有限元数值模拟。压弯机构各处厚度相等,厚度方向均匀受力,故平面八节点的 plane 82 单元类型划分网格。最后根据镜子上表面各点的变形量,画出镜面曲线,应用多项式拟合方法,求出镜面的曲率半径  $R$  值,如表 2 所示。

表 2 表示了分别应用方程 (16), (17) 和有限元数值计算所得到的  $R$  值。可看出它们十分接近。当  $h$  越接近零,误差越小,压弯半径越小,所以压弯性能越好。因此,在设计中一般应尽量使转动中心在镜子中性面上。

### 3.2 柔性铰链弯矩损失

在机构中柔性铰链起到柔性铰支撑的作用。柔性铰链虽然具有一定的弹性,并非完全理想铰链。其转动需消耗一定的弯转能量,即弯矩  $M_f$ 。下面估计一下柔性铰链引起的弯矩损失。在  $R_f \gg t_f$  的理想条件下,其  $Y$  轴方向的转角刚度<sup>[7]</sup>

为

$$k = \frac{M_f}{\theta} = \frac{2 E_f b t_f^{5/2}}{9 \sqrt{R_f}}, \quad (18)$$

由此可得偏转角  $\theta$  与损失弯矩  $M_f$  的关系式是

$$M_f = k \theta, \quad (19)$$

式中:  $R_f$ —柔性铰链圆弧半径;

$t_f$ —柔性铰链中心厚度;

$b$ —柔性铰链宽度;

$E_f$ —柔性铰链弹性模量。

根据力学分析,可求出压弯机构各段的挠曲微分方程,然后确定柔性铰链转动的位移。根据与柔性铰链转过位移的关系,求出  $\theta$ , 且已知  $t_f = 0.14\text{mm}$ 、 $R_f = 3\text{mm}$ 、 $E_f = E_b = 200\text{Mpa}$ , 进一步得出柔性铰链损失弯矩  $M_f$  值。3.1 中模型的柔性铰链损失弯矩  $M_f$  及公式 (15) 计算所得弯矩  $M$  如下表 3。

表 3 损失弯矩  $M_f$  和公式 (15) 所得弯矩  $M$  值(单位:  $N \cdot m$ )

Table 3  $M_f$  and  $M$  (unit:  $N \cdot m$ )

$h$	- 4mm	- 2mm	0mm	2mm	4mm	6mm	8mm
$M_f$	$3.33 \times 10^{-3}$	$2.55 \times 10^{-3}$	$2.16 \times 10^{-3}$	$2.46 \times 10^{-3}$	$3.07 \times 10^{-3}$	$3.73 \times 10^{-3}$	$3.92 \times 10^{-3}$
$M$	1.427	1.767	2.000	1.784	1.441	1.082	0.925
Error	0.233 %	0.144 %	0.128 %	0.138 %	0.217 %	0.345 %	0.424 %

$M_f$  值已知,得出了柔性铰链损失弯矩对镜子曲率半径的影响。从上表可看出,其引起的柔性铰链损失弯矩很小,故对镜子曲率半径的影响是很小的。所以在实际应用中,只要柔性铰链中心厚度足够薄就可以忽略这个损失。

公式 (15) 和 FEM 的偏差除柔性铰链因素外,力学分析时把系统简化成平面梁系结构,也是产生偏差的一个原因。很显然,在大多数应用情况下,只要  $h$  较小,公式 (12) 完全可以应用于设计和优化了。

### 参考文献:

- [1] Ferme J J. New improvements in bendable mirrors[A]. *SPIE 1997 Proceedings*[C]. SAN DIEGO - USA, 1997.
- [2] Sato S, Maezwa H. High heat load vacuum ultraviolet mirror development in Japan[J]. *Optical Engineering*, 1995;34(2): 377 - 387.
- [3] Zhang L, Rh T. Design of a flexural hinge-based bender for X-ray optics[A]. *SPIE 97, Himeji*[C] JAPAN, 1997.
- [4] Howells M R, Lu D. Design considerations for adjustable - curvature, high - power, X - ray mirrors based on elastic bending[J]. *Optical Engineering*, 1989,32(8):29 - 32.
- [5] Padmore H A, Howells M R. Some new schemes for producing high - accuracy elliptical X - ray mirrors by elastic bending [J]. *SPIE*, 1996,2856:145 - 156.

## 4 结 论

本文对柔性铰链压弯机进行了详细地力学分析,导出了压弯机构的驱动方程。该驱动方程表达了压弯机构参数对镜子曲率的影响,可为此类压弯机构的设计优化提供理论依据。

致谢:

感谢上海大学理学院李康元教授在力学分析方面给予的帮助。

- [6]王复兴,王书贵.材料力学教程[M].中国轻工业出版社,1995.352-359.  
[7]薛长发,李庆祥.精密仪器设计[M].北京:清华大学出版社,1991.203-210.  
[8]傅旋.同步辐射光束线中柔性铰链的研究[J].光学精密工程,2001,9(8):67-70.  
[9]于靖军.全柔性机构与MEMS[J].光学精密工程,2001,9(8):1-5.

## Research on the flexural hinge-based bender in a synchrotron radiation instrument

QU Yan-feng, LU Li-jun

(Department of Precision Mechanical Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract :** A flexural hinge-based mechanical bender is a very promising dynamical one for synchrotron optics, which is driven by two PZT actuators. It is cheap and energy-tunable, and the precision of the microfigure produced by this elastic bender is high. This paper analyses and discusses its working principles classically and systematically, and derives the driving equation, i. e., the relationship between the mirror shape and driving forces. The finite element method is employed to verify the correctness of the equation based on the classical mechanical analysis. The article focuses on the effect on the mirror curvature radius produced by the derivation between the rotational axes and the neutral plane of the mirror, and the role of the flexure hinge in this elastic bender. It concludes that the bender driving equation can offer academic basis for designing the elastic bender.

**Key words :** synchrotron radiation; reflective mirrors; flexural hinges

作者简介:曲艳峰(1977-),女,山西省五台县人,硕士研究生,主要研究方向:同步辐射仪器。

## 中国光学与应用光学文摘

《中国光学与应用光学文摘》(双月刊)是由中科院文献情报中心、中科院光学情报网和中科院长春光学精密机械与物理研究所联合主办,经国家科委批准的国家一级检索期刊。该刊主要收集我国科研人员在国内外期刊中发表的有关光学、光电子学以及光学在各领域的应用等方面的论文,国内召开的有关会议论文和国内有关部门的学位论文。该刊1985年创刊,现全部以文摘形式报道国内光学领域的最新研究成果与进展。每期报道文献750篇。

2001年《中国光学与应用光学文摘》仍通过邮局发行,邮发代号:12-140,定价9.00元/期,订阅本刊的新老订户可去邮局订阅该刊,在邮局漏订或想补订该刊的订户,可随时与《中国光学与应用光学文摘》编辑部联系,银行汇款与邮局汇款皆可。

单 位:中科院长春光学精密机械与物理研究所《中国光学与应用光学文摘》编辑部

邮 编:130021

银 行:中行吉林省分行营业部

账 户:04单位438部

账 号:018211000889

地 址:吉林省长春市工农大路61号

联系人:杨妹清

电 话:(0431)5684692转2438

E-mail:xxfw@ciomp.ac.cn