

基于多尺度隐马尔可夫模型的 CR 影像降噪方法研究

王波波¹, 来忠信², 黄廉卿¹, 王旭超³

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130022;

2. 吉林大学, 吉林 长春 130022;

3. 长春海关技术部, 吉林 长春 130031)

摘要: 在 CR 成像过程中不可避免的要引入各种干扰和噪声, 只有弄清干扰图像信息各种噪声来源、特征及其与信号的相互关系, 才能有效地将之消除。在分析 CR 成像系统的基础上, 文章指出影响 CR 图像质量的噪声主要是固有噪声和 X 线量子噪声, 在统计规律上它们分别服从高斯分布和泊松分布。本文针对 CR 的固有噪声从小波系数的统计规律出发, 根据固有噪声的特点, 结合混合高斯模型描述小波系数的统计特征, 采用两个状态的隐马尔可夫模型描述小波系数在尺度之间的相关性和依赖性, 用最大期望值(EM)算法估计隐马尔可夫模型在各个尺度上的参数, 然后按照尺度大小逐级对小波系数进行维纳滤波, 最后是小波逆变换恢复图像。文章最后还给出了实验结果, 并与其它降噪算法进行了比较。

关键词: 医用图像; 小波变换; 隐马尔可夫模型; 降噪

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A

1 引言

医学图像(CR、CT 等)增强是图像处理领域中一个非常重要且具有挑战性的课题。对比度差, 信噪比低, 边缘不突出这些缺点大大影响了医生对病情的诊断。因而, 如何提高 CR 图像的信噪比在临床上有着非常实际的意义。

对计算机化 X 光摄影(Computed Radiography- CR)来讲, 系统的噪声分为: X 线依赖性噪声(量子噪声)和非 X 线量依赖性噪声(固有噪声)。X 线量子噪声是指 X 线量子服从泊松(Poisson)分布产生的空间波动。由文献^[1,2]可知噪声与 IP(Image Plate)检测到的 X 线量子呈反比, 也就是说入射的 X 线剂量越大, X 线量子噪声越小。在低剂量区主要是量子噪声, 而在高剂量区噪声值几乎不依赖于 X 线辐射剂量, 即在此区域噪声主要是非 X 线依赖性噪声(固有噪声)。固有噪声是 CR 系统运行中产生的非 X 线量依赖性噪声。CR 系统固有噪声包括 IP 的结构噪声, 激光噪声, A/D 转换过程中的量化噪声等。从宏

观上看, 上述各种固有噪声中, IP 的结构噪声是最主要的固有噪声来源, 它一般服从高斯分布。本文主要针对固有噪声的降噪方法进行研究。

基于多尺度或小波变换的随机噪声处理方法在文献^[3-5]报道的较多。这些方法基本上都是对小波变换后的系数根据某种规律进行阈值处理, 然后再通过逆小波变换来恢复原图。这一类处理过程并没有考虑小波系数在各个尺度上的相关性和依赖性, 因而结果并不令人满意。本文所讨论的基于多尺度隐马尔可夫模型的滤波方法则最大限度地利用了小波系数在各个尺度上的相关性, 对降低固有噪声取得了较好结果。

2 基本原理

系统框图如图 1 所示, 先对信号 x 进行正交小波变换, 然后用 EM (Expectation Maximization) 算法估计出隐马尔可夫模型的参数 θ , 接着用贝叶斯估计求出小波系数 \hat{y} , 最后进行逆小波变换恢复信号 \hat{x} 。

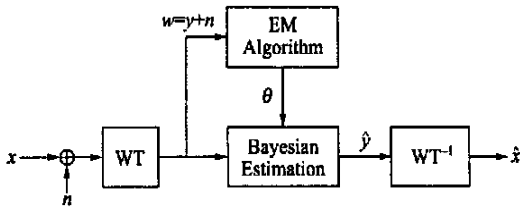


图 1 基于多尺度隐马尔可夫模型滤波算法框图

Fig. 1 Block diagram of MHMM-based denoising.

2.1 小波变换及其统计特征

小波变换是指将信号 $s(t)$ 用小波函数 $\varphi(t)$ 与尺度函数 $\Phi(t)$ 的伸缩和平移来表示。对如下的小波函数 $\varphi(t)$ 和尺度函数 $\Phi(t)$

$$\begin{aligned} \varphi_{J,K}(t) &= 2^{-J/2} \varphi(2^{-J}t - K), \\ \Phi_{J,K}(t) &= 2^{-J/2} \Phi(2^{-J}t - K) \quad J, K \in Z, \end{aligned} \tag{1}$$

信号 $s(t)$ 可以表示成

$$s(t) = \sum_k u_{kK} \Phi_{0,K}(t) + \sum_{J_1}^{J_0} \sum_K w_{J,K} \varphi_{J,K}(t), \tag{2}$$

$$\begin{aligned} u_{kK} &= \int s(t) \Phi_{0,K}^*(t) dt, \\ w_{J,K} &= \int s(t) \varphi_{J,K}^*(t) dt. \end{aligned}$$

在上面的式子中 J 表示尺度, J 越小表明分辨率越高, K 表示平移。

实际应用中 $s(t)$ 的分辨率是有限的, 即(2)式中 J 应该取有限的范围:

$J \in [J_1, J_0], J_1, J_0 \in Z$ 。小波变换有以下几个特性^[6]:

- 局部性: 小波系数能确定信号在时间和频率两个空间上的位置;
- 多尺度性: 小波变换可以在不同的尺度上进行;
- 压缩性: 信号经过小波变换后, 边缘的系数比较大, 平坦区的系数很小, 也就是说能量被压缩;
- 聚集性: 小波变换系数大的地方其周围的小波系数也较大;
- 持续性: 在不同的尺度之间小波系数之间保持一定的相似性, 即随着尺度的变化, 大的小波系数总是大的, 小的小波系数总是小的。

图 2 给出了一幅图像的小波变换, 从图中可以看出上述的几个性质, 在同一个尺度上, 水平,

垂直和对角三个子图像之间保持着相同的变化趋势; 在不同的尺度之间相同方向的子图像也保持一样的变化趋势。因而需要建立一种图像模型以充分利用小波变换的这些特性。



图 2 图像的小波变换

Fig. 2 Samples of wavelet transform.

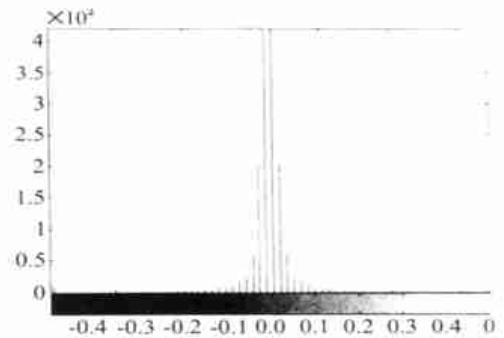


图 3 图像小波变换后的直方图

Fig. 3 Histogram of the image after wavelet transformation.

图 3 给出了图 2 的直方图, 从中可以看出小波系数的统计特征: 中间是一个非常突出的尖峰, 而两边急剧衰减, 并且有相当长的拖尾, 这说明小波系数中大的系数非常少, 小的系数非常多。对于这种统计规律, 用传统的高斯图像模型已经不合适, 必须采用新的图像模型。文献^[7-8]提出了 Bayes 模型, 文献^[9-10]使用了混合高斯模型。其中混合高斯模型能很好的描述这种具有单一尖峰, 很长拖尾的小波变换系数图像。混合高斯模型是用参数不同的高斯分布的线性组合来表示概率分布。一般说来, 随机变量 W 用具有 M 个状态的高斯混合模型描述如下:

- 离散随机状态变量 S 的概率为 $p_s(s), s \in 1, 2, \dots, M$;

• s 状态下的高斯条件概率密度函数为 $f_{W|S}(w | S = s), s = 1, 2, \dots, M$;

则可以得到随机变量 W 的概率密度函数:

$$f_W(w) = \sum_{m=1}^M p_s(m) f_{W|S}(w | S = s), \quad (3)$$

本文采用两个状态的混合高斯概率模型: 小波系数很小(方差很小)的状态 1 和小波系数较大(方差较大)的状态 2。这样, 随机变量 W 的概率密度函数表示如下:

$$f(w) = p_s(1) f(w | S = 1) + p_s(2) f(w | S = 2), \quad (4)$$

其中 $S = 1$ 和 $S = 2$ 表示两种不同状态, $f(w | S = 1)$ 表示状态 1 下 W 的条件密度函数, $f(w | S = 2)$ 表示状态 2 下 W 的条件密度函数, 这里 $p_s(1) + p_s(2) = 1$ 。图 4 给出了两个状态的混合高斯分布的示意图: S 为状态变量, W 为随机变量。 $S = 1$ 表示方差很小的状态; $S = 2$ 表示方差较大的状态。

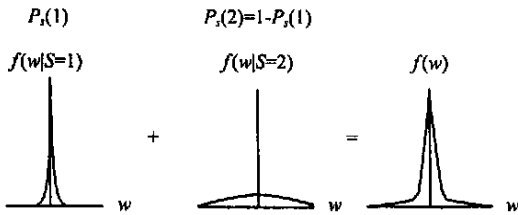


图 4 随机变量 W 的二状态, 零均值高斯混合模型
Fig. 4 Two_state, zero_mean Gaussian mixture model for random variable W .

2.2 多尺度隐马尔可夫模型

隐马尔可夫模型^[11-12]是在马尔可夫模型的基础上发展起来的。隐马尔可夫模型被称为带参数的马尔可夫模型, 对有限状态的马尔可夫模型, 可以用初始分布, 状态转移概率矩阵来确切计算当前所处状态的概率, 而对隐马尔可夫模型, 只能估算出所处状态的概率。也就是说它具有双重随机性, 是一种双重随机过程。隐马尔可夫树模型能很好的反映小波变换的聚集性和持续性。这种树形结构所具有父节点与子节点间的依赖性正好与小波变换尺度之间所具有的依赖性相适应, 状态变量在两个尺度之间的依赖性反映在隐马尔可夫树模型上就是每一个父状态变量通过一定的概率转移到子状态变量上。如图 5 所示, 图中黑点

表示小波系数 W_i , 白点表示状态变量 S_i 。状态变量 S_4 和 S_5 是 S_2 的孩子, 因而依赖于 S_2 。

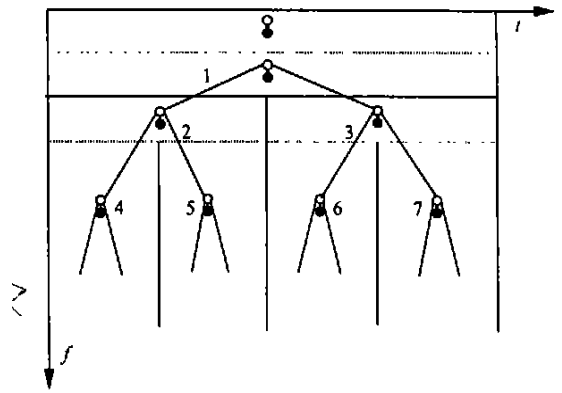


图 5 小波分解的时-频相平面图与二叉树结构
Fig. 5 Time-frequency plane and tree structure for full decomposition.

用 M 个状态的高斯混合模型来描述小波系数 W_i 时, 相应的隐马尔可夫树所需要的参数有:

- $P_{S_1}(m)$: 根节点 S_1 的概率密度函数;
- $\epsilon_{i, \rho(i)}^{m,r} = p_{S_i | S_{\rho(i)}}(m | S_{\rho(i)} = r)$: 给定父状态 $S_{\rho(i)}$ 为 r , 子状态 S_i 为 m 的条件概率;
- $\mu_{i,m}$ 和 $\sigma_{i,m}^2$: 分别表示状态变量 S_i 为 m 时小波系数 W_i 的均值和方差;

上面的这些参数可以用一个模型参数向量 θ 来表示, 即

$$\theta = \{p_{S_1}(m), \epsilon_{i, \rho(i)}^{m,r}, \mu_{i,m}, \sigma_{i,m}^2, 1, i = 1, 2, \dots, P; m, r = 1, 2, \dots, M\}, \quad (5)$$

本文限于 $M = 2, \mu = 0$ 的情况。

小波变换域的隐马尔可夫模型与其他的隐马尔可夫模型一样都要解决三个基本问题:

- 训练: 根据得到的小波系数, 决定一个参数 θ , 这个参数必须能最好的描述小波系数;
- 相似度: 在已知模型和参数 θ 的情况下求出小波系数的相似度函数, 它衡量参数 θ 描述小波系数 W 是不是最佳。
- 估计状态: 在已知模型和参数 θ 的情况下求小波系数 W 的一个最佳隐状态序列。

采用 EM (Expectation Maximization) 算法解决训练和相似度问题。EM 算法既可以估计模型参数 θ 又可以估计给定小波系数下隐状态变量 S 的概率。EM 算法是一种迭代算法, 分以下几步:

- a. 初始化模型向量 θ^0 ;

- b. 将迭代计数器 l 置为零;
- c. 计算隐状态变量 S 的联合概率密度函数 $p(S | w, \theta^l)$;
- d. 令 θ^{l+1} 为当 $E_S[\ln f(w, S | \theta) w, \theta^l]$ 最大时 θ 的值;
- e. $l = l + 1$, 如果参数达到收敛范围, 则停止, 否则转到 c.

2.3 高斯白噪声分析

考虑一维信号 x 和加性高斯白噪声 n , 则观测到的信号 s 可如下表示

$$s = x + n, \tag{6}$$

由于零均值高斯白噪声在正交小波变换后仍然是零均值高斯白噪声, 因而有下式

$$w = y + n, \tag{7}$$

w, y, n 分别表示观测数据, 原始信号和噪声的小波系数。如果加噪声后信号的小波系数的方差用 $\gamma_{i,m}^2$ 来表示, 那末, 在尺度 m 上混合高斯分布的方差可以这样求出:

$$\sigma_{i,m}^2 = (\gamma_{i,m}^2 - \sigma_n^2)_+ = \begin{cases} \gamma_{i,m}^2 - \sigma_n^2 & \gamma_{i,m}^2 \geq \sigma_n^2 \\ 0, & \gamma_{i,m}^2 < \sigma_n^2 \end{cases} \tag{8}$$

同时, 噪声功率 σ_n^2 可以从 y 中估计出来。这样, 在每一个尺度上都可以估计出参数 θ , 同时在 2.2 中的 EM 算法求出了隐状态概率, 最后噪声滤除变的非常简单:

$$E[y_i | w, \theta] = \sum_m p(S_i = m | w, \theta) \times \frac{\sigma_{i,m}^2}{\sigma_n^2 + \sigma_{i,m}^2} w_i, \tag{9}$$

3 程序编制及实验结果

以上讨论是在一维信号中进行的, 对于图像(二维信号), 则要用二维正交小波变换, 本文采用长度为 8 的 Daubechies 小波, Daubechies 小波是紧支集正交小波, 分别对图像进行水平和垂直两个方向分解即可。同时, 二维信号的马尔可夫树是四叉树。分别在水平, 垂直和对角三个子带图像上建立隐马尔可夫模型, 接着用 EM 算法估计

三个参数向量 $\{\theta^{LL}, \theta^{LH}, \theta^{HL}\}$, 然后对小波系数进行维纳滤波, 最后是小波逆变换恢复图像。整个程序在 VC6.0 下编译通过, 程序流程图如下:

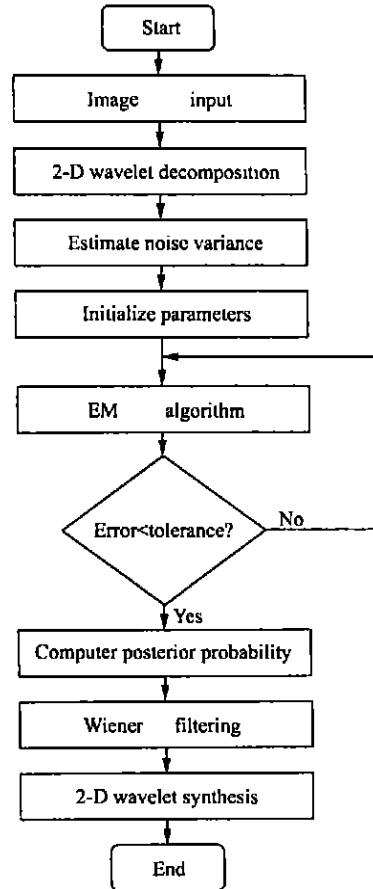


图 6 基于 MHMM 算法的程序流程图
Fig. 6 Flow chart of the program.

图 7 给出了处理结果。原图 (a) 为 512×512 的 256 级灰度图像。(b) 为原图加上 $\sigma_n = 20$ 的高斯白噪声。(c) 图为多尺度局部最小均方差滤波算法的处理结果。(d) 图是本文算法的处理结果, 很明显, 本文的算法不仅提高了信噪比而且较好保持了图像的边缘。另外, 表 1 中对本算法与其他算法在不同噪声的情况下的滤波结果进行了比较。从中可以看出, 本文的算法对于不同的图像和不同的噪声情况均表现出良好适应性。



(a) $512 \times 512 \times 8$ 的原始图像
(a) Original $512 \times 512 \times 8$ image



(b) 被噪声污染的图像, PSNR= 22.1dB
(b) Noisy image with PSNR= 22.1dB



(c) 局部线性最小均方差算法滤波结果 PSNR= 31.7dB
(c) Filtered by MLLMSE algorithm, PSNR= 31.7dB.



(d) 基于多尺度隐马尔可夫模型算法滤波结果 PSNR = 35.7dB
(d) Filtered by MHMM algorithm, PSNR= 35.7dB.

图 7 实验结果

Fig.7 Experimental results.

表 1 不同滤波算法性能比较 (单位: dB)

Table 1 Comparison of denoising performance using different algorithms (unit: dB)

Noisy image	Lena				Boat				Goldhill				
	σ_n	10	15	20	25	10	15	20	25	10	15	20	25
LLMSE ^[13]		32.2	28.7	28.0	26.6	31.4	28.0	26.8	25.4	31.0	28.0	27.1	25.8
MLLMSE ^[14]		32.1	30.1	29.1	27.9	30.3	28.7	27.9	26.6	30.1	28.6	27.7	26.7
WIENER		33.4	31.0	30.0	29.0	32.4	30.2	29.2	27.5	31.9	30.1	28.7	27.7
MHMM		33.8	31.8	30.1	29.3	32.9	30.6	29.1	27.9	32.2	30.1	28.7	27.8

4 结 论

本文针对 CR 图像小波变换后系数的统计特征, 采用基于隐马尔可夫模型的滤波算法, 这种算法能充分利用尺度之间的相关性和依赖性。并且由于高斯白噪声的小波变换仍然服从高斯分布,

使得我们能够采用混合高斯模型来描述小波系数的统计特征, 对高斯白噪声进行有效的抑制和消除。但是, 对于低剂量的 CR 图像, 由于噪声服从 Poisson 分布, 需要采用其他的图像模型如 Bayes 模型, 关于这方面的内容, 限于篇幅的原因, 另文讨论。

参考文献:

- [1] 祁吉,高野 正雄. 计算机X线摄影[M]. 北京:人民卫生出版社, 1997.
- [2] 巴雷特 H H, 斯温德尔 W, 张万里,等. 放射成像、图像形成、检测和处理的理论[M]. 北京:科学出版社, 1988.
- [3] 彭玉华. 基于正交小波变换的图像去噪方法[J]. 中国图像图形学报, 1999, 4(8): 677- 679.
- [4] 闫丽. 光学子波用于图像处理[J]. 光学 精密工程, 2000, 8(3): 225- 230.
- [5] 刘光达. 基于最小均方误差原理的医学X光影像滤波阈值选择[J]. 光学 精密工程, 2001, 9(1): 47- 50.
- [6] Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models[A]. *IEEE Trans. Signal. Proc*[C]. 1998, 46(4): 886- 902.
- [7] Pesquet J C, Krim H, Hamman E. Bayesian approach to best basis selection[A]. *IEEE. Int. Conf. Aoust., Speech, Signal Proc*[C]. ICASSP, Atlanta, GA. 1996. 2634- 2637.
- [8] Simoncelli E P, Adelson E H. Noise removal via Bayesian wavelet coring[A]. *IEEE. Int. Conf. Image Proc*[C]. ICIP. Step. 1996.
- [9] Basseville M. Modeling and estimation of multiresolution stochastic processes[A]. *IEEE. Trans. Inform. Theory*[C]. 1992, 38: 3445- 3462.
- [10] Luetgten M R, Karl W C, Willsky A S, *et al.* Multiscale representations of Markov random fields[A]. *IEEE. Trans. Signal Processing*[C]. 1993, 41: 3377- 3395.
- [11] Rabiner L. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition[A]. *Proc. IEEE*[C]. 1989, 77: 257- 285.
- [12] 易克初. 语音信号处理[M]. 北京:国防工业出版社, 2000.
- [13] Kuan D T, Sawchuk A A, Strand T C, *et al.* Adaptive noise smoothing filter for images with signal dependent noise[J]. *IEEE. Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.* 1985, 7: 165- 177.
- [14] Yang C H, Su G. Adaptive filter for noise removal using wavelet transform[J]. *SPIE*, 1995, 2501: 187- 197.

MHMM- based computed radiography image denoising method

WANG Bo_bo¹, LAI Zhong_xin², HUANG Lian_qing¹, WANG Xu_chao³

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,*
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022, China;

2. *Jilin University, Changchun 130022, China;*

3. *Technology Department of Changchun Customs, Changchun 130021, China)*

Abstract: In the process of computed radiography imaging, a lot of noises will be brought into the system. Therefore, only by knowing their resources, characteristics and relationship with signals, can the authors smooth them. On the basis of analyzing the computed radiography system in detail, the authors point out that there are two kinds of noises affecting the quality of a computed radiography image: Gaussian white noise and Poisson noise. Firstly, the statistical characteristics of wavelet coefficients and Gaussian white noise are summarized. Then, they are described with the mixture Gaussian model and hidden Markov model (HMM), which can fit the dependency of wavelet coefficients between scales. Finally, the novel algorithm developed by the authors is compared with other wavelet-based denoising methods.

Key words: medical images; wavelet transform; hidden Markov model; denoising

作者简介:王波波(1974-),男,河南灵宝市人,1997年毕业于长春光学精密机械学院电子工程系,现在中科院长春光学精密机械与物理研究所攻读硕士学位,主要从事计算机图像处理和电子设计方面的工作。