

文章编号 1004-924X(2003)01-0017-05

# 纳米级位移分辨率双光栅系统的多普勒分析

苏绍璟, 刘 辉, 吕海宝, 王跃科

(国防科学技术大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 使用多普勒理论分析了一种典型的具有纳米级位移分辨率的双光栅测量系统。在以往的文献中, 只是简单的列出光栅系统的位移测量公式, 对系统的工作原理分析避而不谈。文中首先给出了系统的光路结构, 分析了光栅的衍射序列, 然后对光束入射和出射光栅的多普勒效应进行了数学建模, 得到了最终的位移测量值与光学莫尔条纹之间的关系。最后分析了参考光栅的作用, 并给出了这种系统的特点。

关键词: 多普勒分析; 光栅; 位移测量; 莫尔条纹;

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

## 1 引言

在任何一种光栅位移测量系统中, 标尺光栅是必不可少的, 它的长度决定了光栅系统的测量范围(量程)。而且分析由一根标尺光栅组成的单光栅位移测量系统也相对容易, 许多文献使用衍射理论或者多普勒理论对各种单光栅系统进行了分析。标尺光栅加上参考光栅便可组成双光栅系统, 在这种系统中, 由于光束多次出射和入射光栅, 多次发生衍射现象, 并且各级衍射光的强度和相位都在发生变化, 使用波动方程来分析双光栅系统变得十分复杂和困难。此时有必要使用多普勒方法来简化分析过程, 更简洁地推出结论。本文以一种典型的双光栅系统为例, 使用多普勒方法对其工作原理进行系统的分析。该系统是德国海德汉因(Haidenhein)公司推出的, 代表了当前国际上光栅位移测量系统的最高水平(测量分辨率可以稳定地达到1 nm)。对这种双光栅系统, 以前的文献都只是简单的给出系统的位移测量公式, 缺乏科学严密的理论推导。

## 2 双高线数光栅系统的光路结构<sup>[1]</sup>

这种方式构成的系统主要采用了两根高线数的光栅, 一根长度较短的集成在读数头中, 称之为参考光栅(Reference Grating, 有的文献称为指示光栅 Index Grating), 另外一根较长的光栅单独封装, 它的长度决定了测试量程范围, 称之为标尺光栅(Scale Grating)。

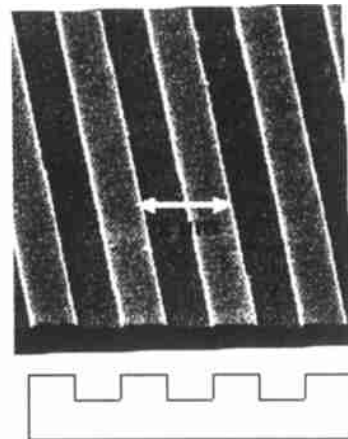


图1 500 l/mm 光栅局部显微结构图  
Fig.1 Microstructure of a 500 l/mm grating

收稿日期: 2002-09-07; 修订日期: 2002-11-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 50175107)

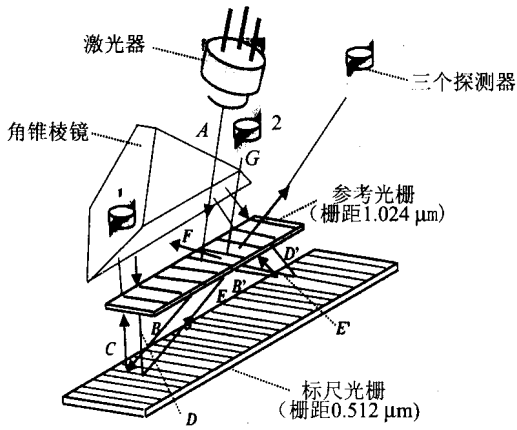


图 2 高线数双光栅测量系统光路图

Fig. 2 Optic structure of a double high-density grating

图 1 中显示的是一根高线数的光栅局部显微结构图<sup>[2]</sup>, 它的槽形剖面为矩形, 是通过各种刻蚀工艺在不同的基底材料上获取的。图示光栅密度为  $500\text{ l/mm}$ , 栅距  $2\text{ }\mu\text{m}$ , 凹槽深度约为  $0.5\text{ }\mu\text{m}$ 。这种高线数的光栅是整个位移测量系统的核心, 它的精度是整个测试系统精度的决定因素。

图 2 是这种双光栅位移测量光路示意图, 它能完成 4 倍的光学细分, 通过具有  $0.512\text{ }\mu\text{m}$  光栅常数的标尺光栅和  $1.024\text{ }\mu\text{m}$  光栅常数的参考光栅, 可以输出周期为  $128\text{ nm}$  的光电转换信号。更详细的光路见图 3。这种光栅结构主要包括光源、参考光栅、标尺光栅、角锥棱镜以及三个光电探测器。整个光路的工作过程如下。

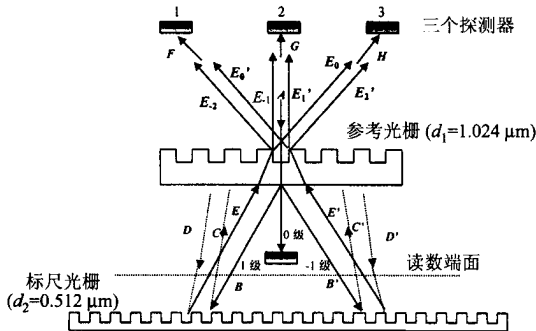


图 3 双光栅系统具体原理图

Fig. 3 Schematic structure of a double grating system

(1) 当光源发射出的光束 A 透过参考光栅以后产生衍射光束, 图中只显示了  $\pm 1$  级衍射光 B 和 B'。

(2) B 和 B' 两束衍射光与角锥棱镜、标尺光

栅采用 Littrow 自准直安装, 每一束光都首先入射标尺光栅, 然后反射后的第 1 级衍射光进入角锥棱镜。光束 B、B' 的第 1 级衍射光分别为 C、C'。

(3) C、C' 的反射光 D、D' 从角锥棱镜射出, 并且再次入射标尺光栅, 此时与原反射光 C、C' 发生了平行于光栅刻槽的侧向位移。

(4) D、D' 的第 1 级衍射光 E、E' 重新入射参考光栅, 分别产生出射序列, E、E' 是对称入射到参考光栅的同一点, 并且它们的出射序列也重合在一起。

(5) 在实际使用中, 光电探测器 1、2、3 接收三路出射光 F、G、H。取三路光电转换信号的目的是为了移相, 供后续计数细分电路鉴向使用。

### 3 工作原理的多普勒分析

这种光栅系统的工作原理已经不能由 Moiré 投影原理来加以解释。这是因为使用 Moiré 投影原理分析双光栅系统时, 是借助透射光束, 让一个光栅在另一个光栅上成像。如果使用单色平面光, 一个光栅可以在距离  $d = n \times (g^2/\lambda)$  ( $g$  为光栅常数,  $n$  为正整数,  $\lambda$  为光源波长) 且平行于光栅的平面内产生 Fresnel 映像。在 Moiré 原理中, 为了获取最高的莫尔条纹对比度, 第二个光栅必须位于第一个光栅的 Talbot 平面内, 且两光栅的间隙安装误差必须小于 Talbot 周期 ( $g^2/\lambda$ ) 的 10%。这意味着: 在实际应用中, 这种光栅系统的光栅周期不能小于  $10\text{ }\mu\text{m}$ 。例如: 当光栅周期为  $2\text{ }\mu\text{m}$ 、光源波长为  $900\text{ nm}$  时, 两个光栅之间的间隙的安装误差必须小于  $0.45\text{ }\mu\text{m}$ , 这很难办到。

由于以上原因, 图 3 所示光栅结构必须用其它方法进行分析。由于该光路系统比较复杂, 经过了多次衍射、反射及干涉过程<sup>[3]</sup>。用波动光学方法分析起来过程比较繁琐<sup>[4]</sup>, 在此考虑使用多普勒效应进行分析。

考虑到读数头内的元件较多, 且位置相对固定, 以它作为参照坐标。标尺光栅在移动时对于此固定坐标有一相对速度  $V$ , 光束在入射或出射标尺光栅时会发生频率偏移。而光束在读数头内传输只会由于反射和衍射作用发生相位的改变, 并不影响其频率。那么问题可简化成图 4 所示的情况。图中标注的角度  $\beta$ 、 $\theta$  为正的标量。

在图 4 中, 只显示了光束  $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  的情况,  $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$ 、 $E'$  的情况与此类似。

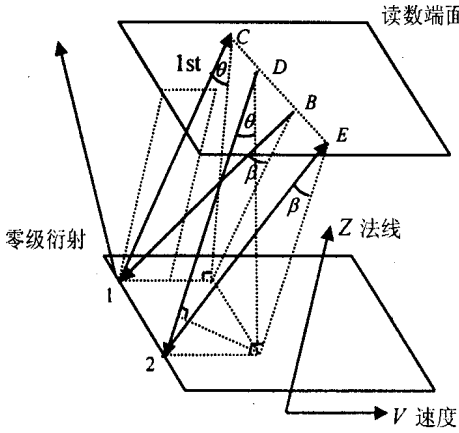


图 4 多普勒效应分析光路图

Fig. 4 Doppler analysis of an optical structure

当频率为  $V_0$  的单色光束  $B$  以角  $\beta$  入射标尺光栅, 其中  $B$  为  $A$  的 1 级衍射光, 由标尺光栅的光栅方程, 有:

$$d_1 \sin \beta = \lambda, \quad (1)$$

$B$  光束入射标尺光栅出射的第 1 级衍射光符合下述光栅方程,

$$d_2 (\sin \beta + \sin \theta) = \lambda, \quad (2)$$

由于  $d_2 = d_1/2$ , 那么根据(1)式得到:

$$d_2 \sin \beta = \lambda/2, \quad (3)$$

将其代入(2), 得到:

$$d_2 \sin \theta = \lambda/2, \quad (4)$$

由(3)和(4)很容易看出:

$$\theta = \beta, \quad (5)$$

正因为如此, 对于光栅法线  $Z$  与标尺光栅速度矢量  $V$  构成的平面,  $C$  才能与  $B$  光束关于该平面对称分布, 构成 Littrow 自准直光路。

对于入射光  $B$ , 相对于读数头端面的衍射角为  $\beta$ 。当标尺光栅在垂直于光栅的方向上以速度  $V$  移动时, 由于多普勒效应, 光栅上 1 点的光频

$V_1$  为:

$$V_1 = V_0 \frac{c + V'}{c}, \quad (6)$$

其中:  $c$  为真空中的光速;  $V' = V \sin \beta$  是  $V$  在  $B$  入射方向上的分量。

同理, 衍射光束  $C$  的频率为:

$$V_c = V_1 \frac{c}{c - V''} = V_0 \cdot \frac{c + V \sin \beta}{c} \cdot \frac{c}{c - V \sin \theta} \quad (7)$$

式中:  $V'' = V \sin \theta$  为  $V$  在光束  $C$  方向上的分量。

当  $C$  入射读数头后转换成  $D$  出射, 由于读数头相对于参考坐标没有相对速度, 于是  $C$  光和  $D$  光频率相同, 即  $V_c = V_d$ ,

$D$  光到  $E$  光的频率偏移与  $B$  光到  $C$  光的情况一样, 衍射光  $E$  的频率为:

$$\begin{aligned} V_E &= V_2 \frac{c}{c - V'} = V_D \cdot \frac{c + V \sin \theta}{c} \cdot \frac{c}{c - V \sin \beta} \\ &= V_C \cdot \frac{c + V \sin \theta}{c} \cdot \frac{c}{c - V \sin \beta}, \end{aligned} \quad (8)$$

将(5)、(7)代入上式, 得到:

$$\begin{aligned} V_E &= V_0 \cdot \left( \frac{c + V \sin \beta}{c} \right)^2 \cdot \left( \frac{c}{c - V \sin \theta} \right)^2 \\ &= V_0 \cdot \left( \frac{c + V \sin \beta}{c - V \sin \theta} \right)^2, \end{aligned} \quad (9)$$

对于入射读数头另外一路光  $E'$  的频率偏移情况与  $E$  光类似, 只是频偏的方向与  $E$  光相反。可以得到:

$$\begin{aligned} V_{E'} &= V_0 \left( \frac{c - V \sin \beta}{c} \right)^2 \cdot \left( \frac{c}{c + V \sin \theta} \right)^2 \\ &= V_0 \cdot \left( \frac{c - V \sin \beta}{c + V \sin \theta} \right)^2, \end{aligned} \quad (10)$$

光束  $E$ 、 $E'$  在读数头内传输只会由于衍射作用发生相位的改变, 并不影响其频率, 即  $E$ 、 $E'$  的衍射序列的频率与它们完全相等。因此在任何一个光电探测器上接收到的两束光的频差为:

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_E - V_{E'} = V_0 \left[ \left( \frac{c + V \sin \beta}{c - V \sin \theta} \right)^2 - \left( \frac{c - V \sin \beta}{c + V \sin \theta} \right)^2 \right] \\ &= V_0 \frac{(c + V \sin \beta)^2 (c + V \sin \theta)^2 - (c - V \sin \beta)^2 (c - V \sin \theta)^2}{(c - V \sin \theta)^2 (c + V \sin \theta)^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

将(5)式代入上式得到:

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_0 \frac{(c^2 + 2cV\sin\beta + V^2\sin^2\beta)^2 - (c^2 - 2cV\sin\beta + V^2\sin^2\beta)^2}{(c^2 - V^2\sin^2\beta)^2} \\ &= V_0 \frac{8cV^3\sin^3\beta + 8c^3V\sin\beta}{c^4 - 2c^2V^2\sin^2\beta + V^4\sin^4\beta} = V_0 \frac{8c^3(\frac{V^3\sin^3\beta}{c^2} + V\sin\beta)}{c^4(1 - \frac{2V^2\sin^2\beta}{c^2} + \frac{V^4\sin^4\beta}{c^4})}, \quad (12) \end{aligned}$$

因为  $c \gg V\sin\beta$ , 上式可以近似为:

$$\Delta V \approx V_0 \frac{8V\sin\beta}{c}, \quad (13)$$

则光电探测器可以接收到拍频信号。设时间  $T$  内接收到的信号周期数为  $N$ , 则有:

$$N = \int_0^T \Delta V dt = \frac{8\sin\beta}{\lambda} \int_0^T V dt = \frac{8\sin\beta}{\lambda} S, \quad (14)$$

式中  $S$  为时间  $T$  内标尺光栅的位移。

由(1)得到:

$$\sin\beta = \frac{\lambda}{d_1} = \frac{\lambda}{2d_2}, \quad (15)$$

将(15)代入(14)得到:

$$N = \frac{8S}{\lambda} \frac{\lambda}{2d_2} = 4 \cdot \frac{S}{d_2}. \quad (16)$$

上式的物理意义是明显的, 它列出了位移  $S$ 、光栅常数  $d_2$  和莫尔条纹数  $N$  的关系。例如: 当光栅移动的位移等于一个标尺光栅常数 (即  $S = d_2$ ) 时, 每个光电探测器接收到光强变化次数 (拍频信号周期数) 为 4, 即这种光学布局构成了 4 倍频光学细分。因为标尺光栅的光栅常数

$d_2 = 512 \text{ nm}$ , 所以读数头送出的光电转换信号周期为  $128 \text{ nm}$ , 如果经过 128 倍的电子细分, 便可达到  $1 \text{ nm}$  的位移测量分辨率。

在该系统中, 参考光栅主要起分束和移相作用, 使光栅读数头输出位移周期为  $128 \text{ nm}$  的  $A$ 、 $B$  两相路正交信号, 便于后续电路进行鉴向和细分处理<sup>[5]</sup>。

#### 4 该系统的特点

系统的特点<sup>[6]</sup>包括: (1) 使用了光栅常数之比等于 2 的两根高线数光栅, 由独特的双光栅结构实现了光学 4 细分, 使光学位移分辨率达到标尺光栅栅距的  $1/4$ , 加上高倍电子细分, 使最终的位移分辨率达到  $1 \text{ nm}$ ; 光栅的测量范围等于标尺光栅的长度。(2) 利用角锥棱镜, 使参考光栅的  $\pm 1$  级衍射光分别两次入射标尺光栅, 以增加细分倍数; 并且使允许的安装误差相对增大, 方便使用。(3) 利用了参考光栅的移相作用, 获取一定相差的 3 路光电转换信号, 通过运算电路使系统最终可以获取正交的  $A$ 、 $B$  相信号, 便于实际测量。

#### 参考文献:

- [1] SPIES A. Linear and angular encoders for the high\_resolution range [A]. *Proc of 9th IPES* [C]. Braunschweig Germany, 1997. 54\_57.
- [2] WRONKOWSKI L. Diffraction model of an optoelectronic displacement measuring transducer [J]. *Optics and Laser Technology*, 1995, 27(2): 81\_88.
- [3] DANIEL P. Analysis of Moire fringe multiplication phenomena [J]. *Applied Optics*, 1967, 6(11): 1938\_1942.
- [4] 樊叔维. 任意槽形光栅衍射特性的矢量理论分析与计算 [J]. *光学 精密工程*, 2000, 8(1): 5\_10.  
FAN SH W. Vector theory analysis and numerical calculation for any shape profile dielectric gratings [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2000, 8(1): 5\_10. (in Chinese)
- [5] 苏绍琛, 吕海宝. 基于 DSP 的宽动态范围莫尔条纹计数与精密细分技术 [J]. *光学 精密工程*, 2001, 9(2): 146\_150.  
SU SH J, LU H B. DSP based counting and ultra\_precision subdivision of Moire signals with wide dynamic range [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2001, 9(2): 146\_150. (in Chinese)
- [6] 苏绍琛. 大量程纳米级光栅位移测量理论及关键技术研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2001.  
SU SH J. Research on theory and key technologies of long\_range displacement measuring with nanometer resolution by gratings [D]. Changsha: *National University of Defense Technology*, 2001. (in Chinese)

## Doppler analysis for double grating displacement measurement system with nanometer resolution

SU Shao\_jing, LIU Hui, LU Hai\_bao, WANG Yue\_ke

(Department of Mechatronics Engineering and Instrumentation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Unlike other papers which listed the measuring equation only, and didn't touch the operation principle, a double grating displacement measurement system with a resolution of one nanometer is analyzed using Doppler theory in this paper. The optical structure of the grating system is first shown in detail, the diffraction sequences are described in turn, a mathematic model of incident and emission light beam is then established for Doppler effect, and finally the relationship between the displacement value and the corresponding Moiré signals is established with this model. The function of reference grating is explained, and the characteristics of this grating system are listed.

**Key words:** Doppler analysis; diffraction grating; displacement measurement; Moiré fringes

作者简介: 苏绍王(1973-), 男, 江西南昌人, 国防科技大学机电工程与仪器系讲师、博士, 从事光电精密检测及测试信号高速采集处理方面的研究工作, 获部委级科技进步二等奖 2 项, 国家发明专利 2 项, 全国发明金奖一项, 在国内外学术期刊和会议上发表论文十余篇。E\_mail: susj@163.net Tel: 0731\_4573384

### 《发光学报》(双月刊)

#### ——物理学类; 无线电电子学、电信技术类核心期刊

《发光学报》是中国物理学会发光分学会与中国科学院长春光学精密机械与物理研究所共同主办的中国物理学会发光分学会学术会刊。该刊是以发光学、凝聚态物质中的激发过程为专业方向的综合性学术刊物。

《发光学报》于 1980 年创刊, 曾于 1992 年, 1996 年和 2000 年连续三次被《中文核心期刊要目总览》评为“物理学类核心期刊”, 并于 2000 年同时被评为“无线电电子学、电信技术类核心期刊”。2000 年获中国科学院优秀期刊二等奖。现已被《中国学术期刊(光盘版)》、《中国期刊网》和“万方数据资源系统”等列为源期刊。英国《科学文摘》(SA)自 1999 年始; 美国《化学文摘》(CA)和俄罗斯《文摘杂志》(PЖ)自 2000 年始已定期收录检索该刊论文。2001 年在国家科技部组织的“中国期刊方阵”的评定中,《发光学报》被评为“双效期刊”, 首批进入“中国期刊方阵”。2002 年获中国科学院 2001~2002 年度科学出版基金“择重”资助。本刊内容丰富、信息量大, 主要反映本学科专业领域的科研和技术成就, 及时报道国内外的学术动态, 开展学术讨论和交流, 为提高我国该学科的学术水平服务。

《发光学报》为双月刊, 大 16 开本, 100 页, 国内外公开发行。2003 年国内定价: 12.00 元, 全年 72 元, 全国各地邮局均可订阅。《发光学报》欢迎广大作者、读者广为利用, 踊跃投稿。

地 址: 长春市人民大街 140 号

《发光学报》编辑部

邮 编: 130022

电 话: (0431) 5261594

E mail: fgxb@ciomp.ac.cn

国内统一刊号: CN22-1116/O4

国际标准刊号: ISSN 1000-7032

国内邮发代号: 8-173

国外发行代号: 4863Q

http://www.ciomp.ac.cn