

文章编号 1004-924X(2003)04-0379-05

基于卡尔曼滤波技术解算惯导的水平偏差

郭立红, 朱 玮, 李 岩, 李艳平

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130022)

摘要:针对测量船惯导系统水平及航向精度检测需求,提出了采用卡尔曼滤波技术解算惯导水平偏差的新方法。对经纬仪校准惯导的基本原理及陀螺的随机飘移分析,利用经纬仪测星方法,在惯导飘移误差小于 7',标定误差可在 2'以内,可有效地消除惯导的随机游动误差分量,将使测量船的整体测量精度得到显著的提高。

关键词:惯性导航系统;卡尔曼滤波;校准

中图分类号:V556.5 **文献标识码:**A

Using Kalmen filter technology establishment of attitude and course errors for measurement ship inertial navigation system

GUO Li-hong, ZHU Wei, LI Yan, LI Yan-ping

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022, China)

Abstract: In order to satisfy the need of testing the attitude and course of INS of measurement ship, the paper proposes a new method of using the Kalmen Filter to work out the attitude and course error. Analyzing the fundamental of INS calibration by theodolite and random wave of top. The calibrating attitude and course error of INS would deduce random wave error, so as to increase the measuring precision of the ship.

Key words: INS; Kalmen filter; calibration

1 引言

惯性导航系统由于加速度计的常值零位误差、陀螺的常值飘移、系统的初始对准误差,都会产生姿态角误差,会使整个导航系统出现定位误差。这些误差均属于舒勒周期振荡,利用天文导航系统得到外部信息,使得无阻尼振荡加以衰减,

达到稳定状态,实现较精确的导航与定位。

由于测量船上惯性导航系统支座与经纬仪的甲板刚性连接,天文经纬仪根据 GPS 精确测定的经纬度,定出被测星体的理论值,实现天文经纬仪和惯导组合导航。

采用卡尔曼滤波技术接收惯导系统测量数据和天文导航系统计算的导航参数,经过滤波,给出惯导航向及水平的最优估值。

2 惯导校准的基本原理

2.1 陀螺随机飘移率的分析

陀螺的随机飘移率是需要长时间运行的惯性导航系统的主要误差源,这种飘移是很难校正的并且导致误差随着时间的增大而增大。在这些误差的分析和优化过程中,用差分算子将这种飘移分离成平稳部分和非平稳部分,当陀螺受到随机扰动时,其相关随机分量可以在短期内趋于零,而非平稳的随机游动分量将偏离原随机游动曲线,使速度误差随时增大,因而随机游动误差协方差趋于无穷大,在陀螺运行时间小于其相关时间的应用场合,相关噪声很重要,而陀螺必须是长时间工作,因此,随机游动飘移对导航系统是有害的,它是衡量陀螺优劣的重要指标。只有随机游动分量小的陀螺才会具有优良的性能。

2.2 天文经纬仪的单项误差

经纬仪的单项误差有照准差 c 、定向差 g 、横轴差 b 、零位差 h 、垂直轴倾斜误差 I ,垂直轴最大倾斜角为 A_c ,测量数据从测量系转换到甲板系,必须修正设备本身的零位差、轴系差。单项差对方位、高低角的影响用下列修正公式表示:

$$A = -g - c \times \sec E - b \times \tan E - I \times \sin(A - A_c) \tan E, \quad (1)$$

$$E = -h - I \times \cos(A - A_c), \quad (2)$$

其中, A, E 为方位角和高低角, A, E 为方位、高低误差。为分析方便,可认为经纬仪除了垂直轴误差外,其它单项差已经得到了较好的校准,即 $c = g = b = h = 0$, 则方位和高低角的误差可表示为:

$$A = -I \times \sin(A - A_c) \tan E, \quad (3)$$

$$E = -I \times \cos(A - A_c), \quad (4)$$

令 $A_c = A - A_c$, 从上式中方位和高低误差的相关性分析看,当 I, A_c 很小时, A_c 对 E 的影响属于二阶小量,而 E 对 A 的影响要大得多。从原理上讲,如果在 A_{c1} 和 A_{c2} 两个方向上测出 E_1 和 E_2 , 可以通过解上述方程求出 I 和 A , 当要求的测量精度很高时,关键是如何消除测量中的随机误差的影响。

2.3 惯导飘移误差与测量偏差的关系

(a) 如果船体纵摇、横摇分别以向量形式表

示,为 P_s 和 S_a , 则:

$$S_a = I \times \cos A_c, \quad (5)$$

$$P_s = I \times \sin A_c, \quad (6)$$

根据向量合成和分解原理,互相垂直的两个向量 P_s 和 S_a 完全可以代替 I , 因此甲板极坐标中的任意方向上的倾斜量可以由 P_s 和 S_a 求出。反之,已知甲板极坐标的任意两个方向的倾斜量就可以通过线性方程解出 P_s 和 S_a , 如图 1 所示。

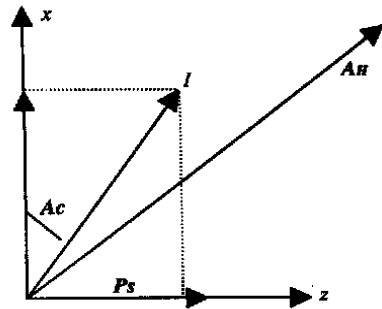


图 1 坐标关系图

Fig. 1 Coordinate reference

(b) 测量船上测量恒星精度与惯导水平及航向飘移误差的依赖关系

解算恒星理论值过程中,须完成由大地到甲板以及由甲板到大地之间的坐标转换。利用大地到甲板、甲板到大地坐标的精确转换公式,通过仿真可以归算到惯导水平偏差与被测星体真值与测量值偏差的依赖关系。

表 1、表 2 给出了船体偏差 $S_a = 15^\circ, P_s = 5^\circ$ 及 $S_a = 15 \sin t, P_s = 15 \sin t$ 时惯导偏差与测量偏差的对应关系。

表 1 惯导偏差与测量偏差对应关系 (惯导倾角固定)

Tab. 1 Relationship between INS 'error and measuring error when the INS obliquity is immovable

d G	30	5	30	1°
d H	0.12	0.36	13.1	124.8

表 2 惯导偏差与测量偏差的对应关系 (船体作正弦摇摆)

Tab. 2 Relationship between INS 'error and measuring error when the INS sways

d G	30	5	30	1°
d H	0.12	0.39	14.4	122.4

由仿真分析可知:

(1)在陆地上大地极坐标测量中,给出的垂直轴修正公式是一个近似公式,当垂直轴最大倾斜角为 5 时,修正后的最大偏差仅为 0.3,其误差是可以忽略不计的;但当最大倾斜误差为 30 时,修正后的残差仍有 14 (最大值),严重影响了修正精度。

设 E_0 为被测星体的理论值, E_1 为甲板测量值转换到大地坐标系下的测量值,测量高角偏差

$$E = E_1 - E_0, \text{惯导偏差为:}$$

$$dG = \sqrt{dS_a^2 + dP_s^2} \times \cos(A_H - A_c),$$

惯导偏差 - 高角偏差为 $dH = dE - dG$,即为表中给出的结果。

(2)当惯导的慢飘移误差小于 5 时,通过船上测星可以由测星的高角偏差精确解算惯导偏差,其原理误差仅为 0.3,但当惯导的飘移误差大于 30 时,通过一次测星不能精确标定惯导偏差,但仍可通过两次修正而得到满意的结果。

(3)惯导水平偏差的解算精度上与惯导飘移偏差有关,而与船体摇摆的幅度无关。

3 卡尔曼滤波器在惯导修正中的应用

3.1 滤波器方程式

恒星的理论值是在大地坐标系中解算的,经纬仪是在测量船的甲板坐标系中测量的,恒星的运动在两个坐标系的运动方程都有明显的差别,在测量船甲板坐标系看星,由于船体的摇摆(船摇周期 6~10 s,角频率 约为 1~0.6,甲板坐标系中星体的方位角和高角公式是个相当复杂的超越方程,由于 1,高阶导数到 5 阶以上均不能忽略,因此即使进行线性化也是个高阶方程。

而恒星在大地坐标系下运动的最大速度只相当于地球自转的速度,船体以 15 节/h 的高速航行,相对恒星的角速度只有 0.25 / s,可以忽略,因此运动方程用一阶表示就有足够的精度。

卡尔曼滤波公式表示如下:

状态方程的一般形式为,

$$X_k = {}^{k/k-1}X_{k-1} + {}^{k-1}W_{k-1}, \quad (7)$$

测量方程的矩阵表示式为:

$$Z_k = H_k X_k + V_k, \quad (8)$$

验前误差协方差(预测误差协方差)为:

$$P_{k/k-1} = {}^{k/k-1}P_{k-1/k-1} + {}^{k/k-1}Q_{k-1} + {}^{k-1}T_{k-1}, \quad (9)$$

验后误差协方差(滤波误差协方差)为:

$$P_{k/k} = [I - K_k H_k] P_{k/k-1}, \quad (10)$$

最优增益为:

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T [H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k]^{-1}, \quad (11)$$

图 2 为卡尔曼滤波各变量计算顺序。

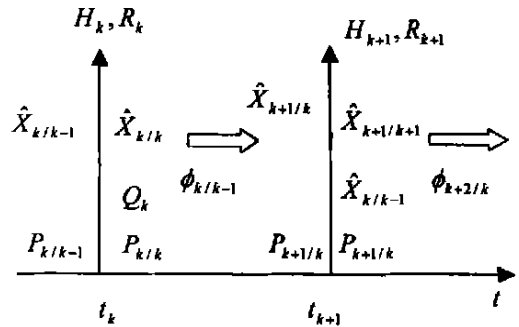


图 2 卡尔曼滤波各变量的计算顺序

Fig. 2 Calculating sequence of the Kalman filter

3.2 卡尔曼滤波器

· 状态转移矩阵及验前验后状态估值

对一阶运动方程:

$$X(t) = a_0 + a_1 t$$

$$\dot{X}(t) = a_1, \quad (12)$$

状态向量:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad {}^{k/k-1} = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

验前状态估计量:

$$\hat{X}_{k/k-1} = {}^{k-1}\hat{X}_{k-1/k-1}$$

$$x_{1k/k-1} = x_{1k-1/k-1} + t x_{2k-1/k-1}$$

$$x_{2k/k-1} = x_{2k-1/k-1}$$

验前误差协方差

作为恒星测量,由于运动速度极低,运动噪声是很小的,但是惯导存在水平(航向)偏差,在测星后的坐标转换中会产生原理计算偏差,这种偏差虽然不能作为速度偏差,而视为“加速度”随机偏差较为合理。惯导引起的偏差在高低和方位误差是相关联的,但在恒星测量时,由于惯导偏差很小,特别是对高角偏差与方位误差为二阶是可以忽略。随机加速度噪声为:

$${}^{k-1} = \begin{bmatrix} t^2/2 \\ t \end{bmatrix}, \quad Q_{k-1} = S_w \cdot S_w$$

$$\text{则: } Q_{k-1} Q_{k-1}^T = \begin{vmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{12} & q_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -t^2/2 & \\ & t \end{vmatrix} .$$

$$Q_{k-1} \neq \begin{vmatrix} t^2/2 & \\ & t \end{vmatrix}$$

$$q_{11} = \frac{1}{4} S_w \cdot S_w \cdot (t)^4$$

$$q_{12} = \frac{1}{2} S_w \cdot S_w \cdot (t)^3$$

$$q_{22} = S_w \cdot S_w \cdot (t)^2$$

依据验前误差协方差估计公式,可求出验前协方差

估计量: $P_1 = \begin{vmatrix} P_1^{11} & P_1^{12} \\ P_1^{12} & P_1^{22} \end{vmatrix}$, 其中

$$P_1^{11} = P_0^{11} + 2 t P_0^{12} + t^2 P_0^{22} + q^{11}$$

$$P_1^{12} = P_0^{12} + t P_0^{22} + q^{12}$$

$$P_1^{22} = P_0^{22} + q^{22}$$

最佳增益

测量噪声的零均值的白噪声系列,在仿真时,加入伪随机系列 $S_R, R_k = S_R \cdot S_R$, 按最佳增益公式可以推出一阶最佳增益为:

$$K_1 = P_1^{11} / (P_1^{11} + R_k)$$

$$K_2 = P_1^{12} / (P_1^{11} + R_k)$$

验后协方差为,

$$P_2 = \begin{vmatrix} P_2^{11} & P_2^{12} \\ P_2^{12} & P_2^{22} \end{vmatrix}, \quad (14)$$

$$P_2^{11} = (1 - K_1) P_1^{11}$$

$$P_2^{12} = (1 - K_1) P_1^{12}$$

$$P_2^{22} = P_1^{22} - K_2 P_1^{12}, \quad (15)$$

验后状态估计为,

$$X_2 = \begin{vmatrix} x_2^1 \\ x_2^2 \end{vmatrix}, \quad (16)$$

$$x_2^1 = x_1^1 + K_1 (Z_k - X_1^1) \quad (17)$$

$$x_2^2 = x_1^2 + K_2 (Z_k - X_1^1),$$

迭代运算以下式进行

$$\begin{aligned} X_0^1 &= X_2^1, X_0^2 = X_2^2, P_0^{11} = P_2^{11}, \\ P_0^{12} &= P_2^{12}, P_0^{22} = P_2^{22}, \end{aligned} \quad (18)$$

卡尔曼滤波的初始量。

卡尔曼滤波由于收敛较快,初始量无严格规定,但初始协方差阵的规定决定了滤波器的收敛速度。设:

$$X_0 = \begin{vmatrix} x_0^1 \\ x_0^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad P_0 = \begin{vmatrix} P_0^{11} & P_0^{12} \\ P_0^{12} & P_0^{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (19)$$

3.3 卡尔曼滤波方法校正惯导水平及航向偏差的解算步骤

设定空间任意 A, E 作为恒星方位角及高低角理论值,将该值转换到甲板坐标系作为测星真值,在惯导横摇、纵摇人为加入偏差 dSa, dPs 作为惯导漂移误差,加入随机系列作为测量偏差,连续测量 500~1 000 组数据,进行卡尔曼滤波求均值,解算出惯导偏差。仿真初始数据如下:

大地坐标系下的理论值 $A = 0^\circ, E = 40^\circ$ 横摇、纵摇 $= 8 \sin(1 t), = 20 \sin(2 t)$ 。横摇、纵摇加偏差值: $d = 50, d = 100$ 。计算过程中将测量值加随机噪声。卡尔曼滤波器中动态噪声 0.082° ,观测噪声 0.027° ,解算结果如表 3 所示。

表 3 惯导水平解算结果

Tab.3 Result of working out the attitude of INS

序号	横摇	纵摇
1	- 48.833 298	- 98.972 244
2	- 49.530 036	- 99.668 981
3	- 49.723 541	- 99.137 329
4	- 49.723 541	- 99.137 329
均值	- 49.452 604	- 99.228 971

校准误差为:

$$= 50 - 49.452 604 = 0.547 396$$

$$= 100 - 99.228 971 = 0.771 029$$

将第一次校准结果校准惯导水平后,再进行航向校准。初始条件的卡尔曼滤波器中动态噪声为 0.0015° ,观测噪声为 0.082° ,航向校准结果如表 4 所示。

表 4 惯导水平仿真结果

Tab.4 Result of working out the course of INS

航向	偏差
2 000 组数据	2.006746

4 结 论

采用卡尔曼滤波技术,对经纬仪海上测量的深入分析,确定了引进误差最小,解决了由大地极坐标为基准,是由测量高低角误差经过线性融合求解惯导水平偏差的新方法。该方法有希望在海上精确标定惯导水平误差,消除惯导存在的随机漂移的误差分量,从而提高测量船的整体测量精度。

基于卡尔曼滤波法标定惯导水平误差修正方

法简单,只需测量少数的3-4颗星即可,或只对一颗星在不同的航向时测几次就可精确解出惯导水平偏差,因此可以全天候日夜进行测星,测量结果可进行自动修正,可实现高精度的测量。

参考文献:

- [1] 胡小平. 自主导航理论与应用[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2002.
HU X P. *The theory and application of self-navigation* [M]. Changsha: Publishing House of National Defence Science and Technology University, 2002. (in Chinese)
- [2] 许刚,陆凯,田蔚风. 惯导与GPS组合系统中实时卡尔曼滤波技术的研究[J]. 中国惯性技术学报,1996,4(3):40-44.
XU G, LU K, TIAN W F. Researching realtime Kalmen filter technology of GPS/INS system[J]. *The Transaction of Chinese Inertia Technology*, 1996, 4(3):40-44. (in Chinese)
- [3] 何友,王国宏,陆大金,等. 多传感器信息融合及应用[M]. 北京:电子工业出版社,2000.
HE Y, WANG G H, LU D J, et al. *Multisensor information fusion with applications* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2000. (in Chinese)
- [4] TITTERTON D H, WESTON J L. Strapdown Inertial Navigation Technology[A]. Peter Peregrines Ltd. *On Behalf of the Institution of Electrical Engineers* [C]. 1997.
- [5] 张光明,王建军,郭立红. 经纬仪的自动星体标校[J]. 光学精密工程,1999,7(4):105-110.
ZHANG G M, WANG J J, GUO L H. Auto precision calibration of theodolite with star photogrammetry[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, 7(4):105-110. (in Chinese)
- [6] 郭立红. 舰载精密光学系统扰动速度的自稳定控制[J]. 光学精密工程,1997,5(3):71-74.
GUO L H. Self-stabilization control of accurate optics system interference velocity by measurement ship[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1997, 5(3):71-74. (in Chinese)
- [7] 郭立红. 利用测星实现经纬仪外场静态精度检测[J]. 光学精密工程,1997,5(1):119-125.
GUO L H. Detecting of theodolite outfield static precision by catching stars[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1997, 5(1):119-125. (in Chinese)

作者简介:郭立红(1964-),女,吉林舒兰人,研究员,博士生导师,主要从事靶场光测设备研制工作。E-mail:caoyi33@263.net